

**DI/PPGI - CT/UFES**  
**Disciplinas:**  
**Algoritmos Numéricos II e Computação Científica - 19/1**  
**Método de Newton aplicado a Problemas de Valor no Contorno**  
**Unidimensional**

## Implementação do Problema Não-Linear de Bratu Unidimensional

O objetivo deste exercício é implementar o método do Ponto Fixo, o método de Newton e suas variações para solução do problema de Bratu não linear resultante da discretização do PVC abaixo pelo método das diferenças finitas.

Determinar  $u \in (0, 1)$  dado que:

$$-u'' - \lambda e^u = g(x) \quad \text{para } x \in \Omega = (0, 1) \quad (1)$$

sendo

$$g(x) = \pi^2 \sin(\pi x) - \lambda e^{\sin(\pi x)} \quad (2)$$

com condições de contorno ( $u|_{\partial\Omega}$ ):

$$u(0) = 0.0 \quad u(1) = 0.0$$

O problema de Bratu representa um exemplo interessante no estudo de métodos numéricos para solução de problemas não-lineares. Sua aplicação ocorre em modelos de auto-ignição térmica de uma mistura reativa quimicamente fechada. A solução  $u$  representa a diferença de temperatura entre pontos interiores do domínio  $\Omega$  e da fronteira  $\partial\Omega$ . Existe  $\lambda^{sur} > 0$  tal que a existência de soluções viáveis está restrita a  $\lambda < \lambda^{sur}$ . Soluções computacionais ficam mais difíceis quando  $\lambda$  se aproxima de  $\lambda^{sur}$ .

### Desenvolvimento

Utilizando as funções `newton.m`, `Func.m` e `Jacob.m` realize o conjunto de experimentos descritos a seguir, considerando:

- $tol = 10^{-7}$  e  $itmax = 100$ .
  - Para cada método considere 3 variações de discretização:  $n$  pequeno, médio e grande.
  - uma variação de  $\lambda$ , determinando empiricamente.  $\lambda^{sur}$ .
1. Escreva uma função para o método das aproximações sucessivas para o problema de Bratu, supondo que:

$$\begin{aligned} -(u^{k+1})'' - \lambda e^{u^k} &= g(x) \\ -(u^{k+1})'' &= g(x) + \lambda e^{u^k} = R(u^k) \end{aligned} \quad (3)$$

sendo  $k$  a iteração conhecida. Aproximando a equação diferencial por diferenças finitas:

$$-u_{i-1}^{k+1} + 2u_i^{k+1} - u_{i+1}^{k+1} = h^2 R(u_i^k) \quad \forall \quad i = 1, \dots, n \quad (4)$$

2. Utilize a função `newton.m` para observar o comportamento do problema de Bratu discretizado por diferenças finitas.
3. Modifique a função `newton.m` para implementar o método de Newton modificado.
4. Modifique a função `newton.m` para implementar o método de Newton aproximado.
5. Modifique a função `newton.m` para implementar o método de Newton Inexato. Utilize funções do octave para considerar o método iterativo não-estacionário adequado. Considere o Critério Papadrakakis para a escolha adequada do critério de parada do método iterativo.

Escreva um relatório sucinto dos itens enumerados - considere tabelas e gráficos para enriquecer seu relatório. Os códigos fonte e o relatório devem ser enviados por e-mail para [luciac@inf.ufes.br](mailto:luciac@inf.ufes.br) até o dia 02/07/2019. O assunto do e-mail deve ser CC191:EXE7:<nome1><nome2> em anexo, um arquivo do tipo CC191:EXE7:<nome1><nome2>.zip.