

# 深度学习与神经网络第一次课程项目

王逸群 19307110397

2022.3.18

目标：对输入的  $16 \times 16$  手写数字灰度图进行识别，输出  $y \in \{-1, 1\}^{10}$ ；

数据集：存储于 `digits.mat`；

激活函数：Tanh 函数；

损失函数：平方损失函数；

优化方法：随机梯度下降法。

模型评估：在测试集上的错误率为 47%，在验证集上的错误率如图 1。

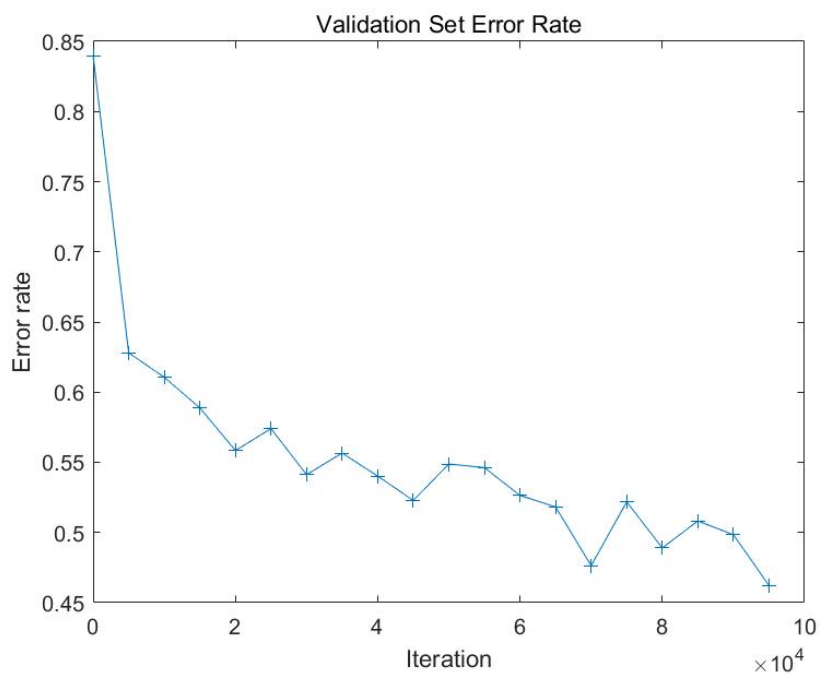


图 1: 原始模型在验证集上的错误率

## 1 网络结构

程序中，变量`nHidden`为一个向量，其维度表示网络隐藏层的个数，各个分量表示每个隐藏层的神经元个数。

基础模型中，`nHidden = 10`，将其修改得到的验证集和测试集错误率如图 2和表 1所示。

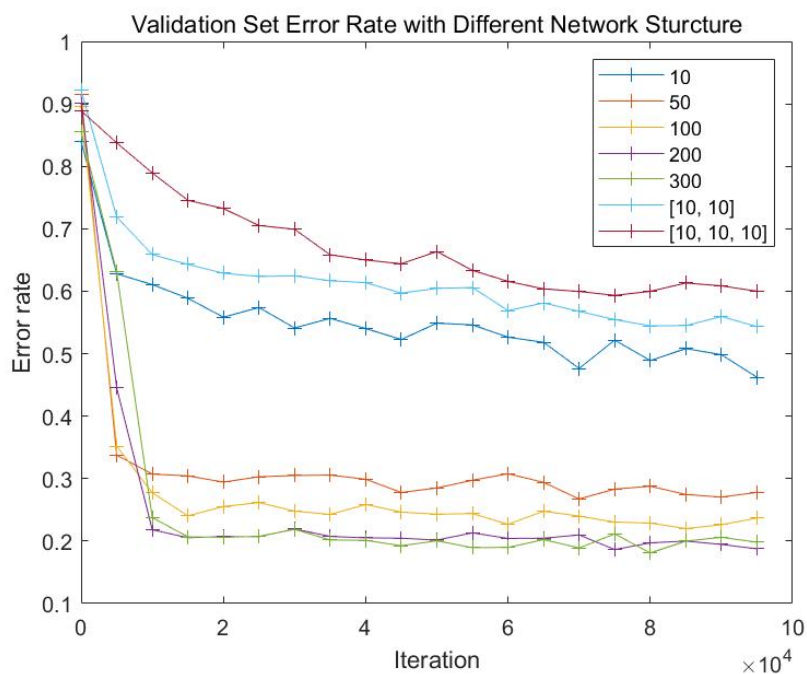


图 2: 不同网络结构的模型在验证集上的错误率

可以看到，随着单层网络神经元个数的增加，模型在测试集上的错误率逐渐减小，但是减小的程度趋缓。鉴于训练模型的时间成本随着网络神经元个数的增加而增加，神经元个数的选取是精度与成本的权衡。

另一方面，随着网络隐藏层个数的增加，模型在测试集上的错误率逐渐增加，可能的原因是出现了过拟合现象。

网络结构	测试集错误率
nHidden = 10	0.470
nHidden = 50	0.255
nHidden = 100	0.228
nHidden = 200	0.181
nHidden = 300	0.177
nHidden = [10, 10]	0.536
nHidden = [10, 10, 10]	0.562

表 1: 不同网络结构的模型在测试集上的错误率

## 2 学习率与 Momentum

在基础模型中，学习率始终为 $\alpha = 1e-3$ ，且没有引入 Momentum。本节尝试使用修改学习率常数、学习率衰减、引入 Momentum 的方式来改进模型，得到的验证集和测试集错误率如图 3 和表 2 所示。

初始学习率	学习率衰减	Momentum	测试集错误率
$\alpha = 1e-3$	无	无	0.470
$\alpha = 1e-2$	无	无	0.267
$\alpha = 1e-4$	无	无	0.584
$\alpha = 1e-3$	无	0.9	0.322
$\alpha = 1e-2$	指数衰减	无	0.277
$\alpha = 1e-2$	余弦衰减	无	0.259

表 2: 不同学习方式的模型在测试集上的错误率

可以看到，随着常数学习率的增加，验证集错误率的收敛速度变快，但是错误率变得越发不稳定。为了解决这个问题，采用指数衰减和余弦衰减两种学习率衰减方式，两者效果相近。

另一方面，使用 Momentum 也能改进模型的训练效果。

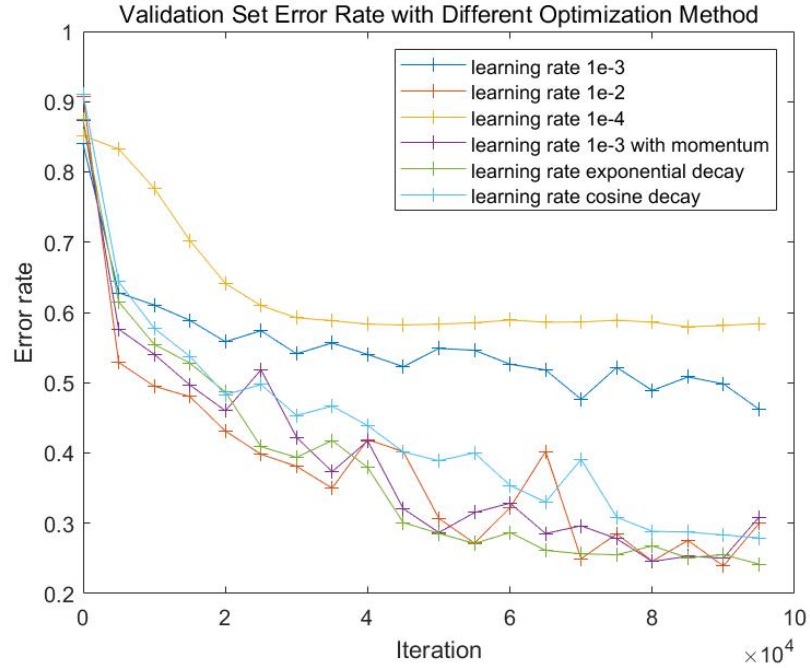


图 3: 采用不同优化方式的模型在验证集上的错误率

### 3 损失函数计算

基础模型中，在计算损失函数时，使用了矩阵计算，而非以下标作为循环变量的循环计算，并且避免进行不必要的条件判断。如反向传播算法：

```

1 % output layer
2 error = 2 * error;
3 gradOutput = gradOutput + Activation{end}' * error;
4 error = sech(netActivation{end}) .^ 2 .* ...
5     (error * weightsOutput');
6 % hidden layers
7 for indexHidden = length(nHidden) - 1: -1: 1
8     gradHidden{indexHidden} = gradHidden{indexHidden} + ...
9         Activation{indexHidden}' * error;
10    error = sech(netActivation{indexHidden}) .^ 2 .* ...
11        (error * weightsHidden{indexHidden}');
12 end
13 % input layer
14 gradInput = gradInput + X(indexInput,:) * error;
```

其中，`error`表示误差项，初始值是模型输出值与真实值的差；

## 4 正则化

基础模型中，没有加入正则化。本节尝试调整正则化参数来改进模型，得到的验证集和测试集错误率如图 4和表 3所示。

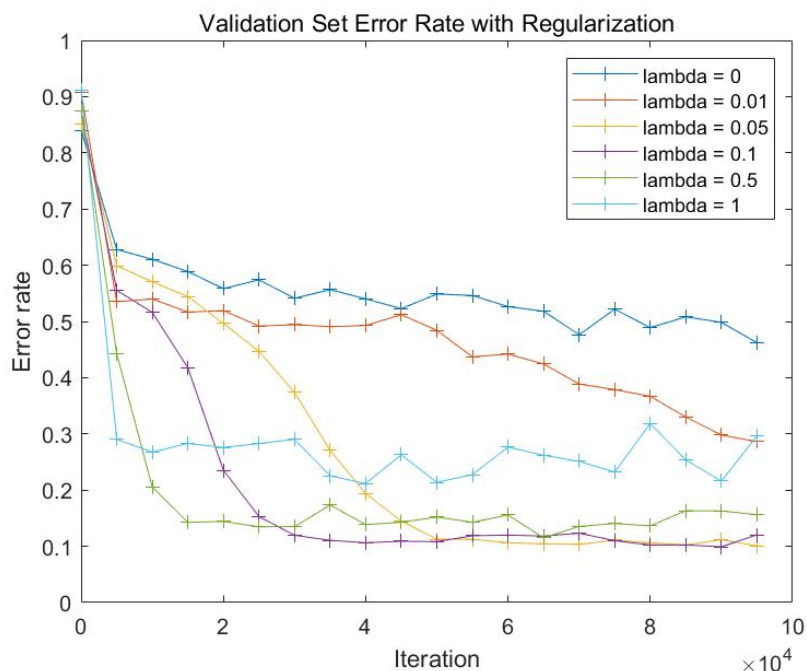


图 4: 不同正则化参数的模型在验证集上的错误率

可以看到，正则化参数为 0.05 时，正则化效果还不明显。之后，随着正则化参数的增加，验证集错误率的收敛速度变快，但是错误率也变大。

## 5 交叉熵损失函数

基础模型中，损失函数是平方损失函数。本节尝试加入 Softmax 函数、使用交叉熵损失函数来改进模型，得到的验证集和测试集错误率如图 5和表 4所示。

正则化参数	测试集错误率
0	0.470
0.01	0.286
0.05	0.104
0.1	0.100
0.5	0.164
1	0.235

表 3: 不同正则化参数的模型在测试集上的错误率

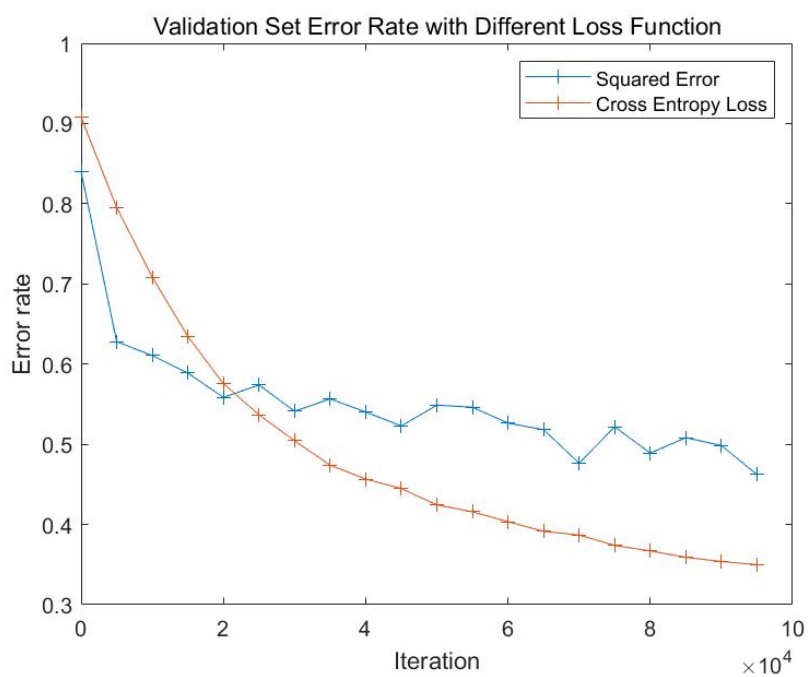


图 5: 不同损失函数的模型在验证集上的错误率

损失函数	测试集错误率
平方损失函数	0.470
交叉熵损失函数	0.353

表 4: 不同损失函数的模型在测试集上的错误率

可以看到，使用交叉熵损失函数会减小模型的错误率，增加模型的稳定性，但也会减小收敛速度。

## 6 偏置

基础模型中，输入带有偏置项，但隐藏层中没有。本节使得每个隐藏层中的一个神经元成为偏置项，以此来改进模型，得到的验证集和测试集错误率如图 6 和表 5 所示。

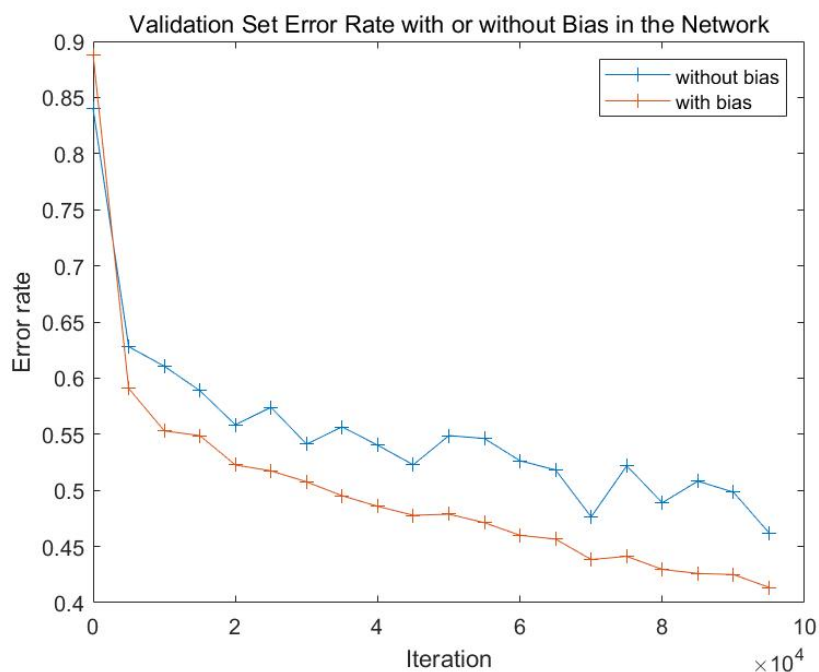


图 6: 不同偏置设置的模型在验证集上的错误率

隐藏层是否带有偏置	测试集错误率
否	0.470
是	0.362

表 5: 不同偏置设置的模型在测试集上的错误率

可以看到，隐藏层带有偏置会减小模型的错误率，增加模型的稳定性。

## 7 丢弃法

本节使用丢弃法来改进模型，即训练过程中，隐藏层中的神经元有一个固定的概率会被丢弃。以此得到的验证集和测试集错误率如图 7 和表 6 所示。

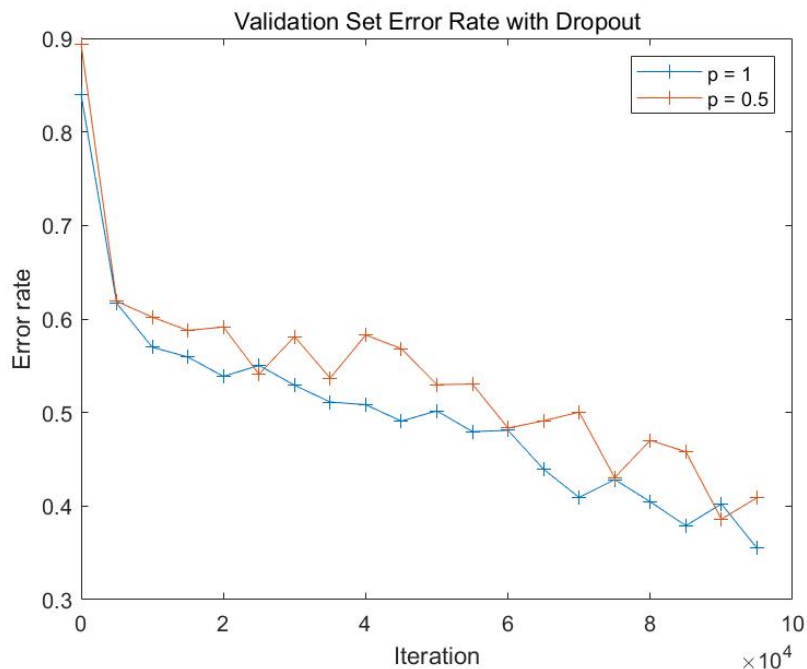


图 7: 使用丢弃法的模型在验证集上的错误率

神经元保留概率	测试集错误率
1.0	0.348
0.5	0.430

表 6: 使用丢弃法的模型在测试集上的错误率

可以看到，使用丢弃法对模型没有明显的改进。



## 8 精调

本节使用精调来改进模型，即最后固定输入层和隐藏层的参数，使用最小二乘法求解输出层的参数。精调后，测试集错误率降至 0.466。

## 9 数据增强

本节使用平移、旋转、调整大小等数据增强方法来改进模型。具体的操作方法是，对计算损失函数和梯度的函数增加一个参数`prob`，它是一个三维向量，第一个维度表示图像平移的概率，第二个维度表示图像旋转的概率，第三个维度表示调整图像大小的概率。

若一张图像需要进行平移，则平移的量服从标准正态分布，空缺的像素点由正态分布填充。若一张图像需要进行旋转，则旋转的量服从方差为 10 的正态分布。若一张图像需要调整大小，则放大的倍数服从取值于 1 至 1.1 的均匀分布，并裁剪其中  $16 \times 16$  的区域。

最后得到的验证集和测试集错误率如图 8 和表 7 所示。

数据增强概率	测试集错误率
0.0	0.469
0.5	0.466

表 7: 使用数据增强的模型在测试集上的错误率

可以看到，使用数据增强对模型没有明显的改进，但是会大幅降低模型训练速度。

## 10 卷积

本节通过在输入层使用卷积来改进模型，以此得到的验证集和测试集错误率如图 9 和表 8 所示。

是否使用卷积	测试集错误率
否	0.470
是	0.218

表 8: 使用卷积的模型在测试集上的错误率

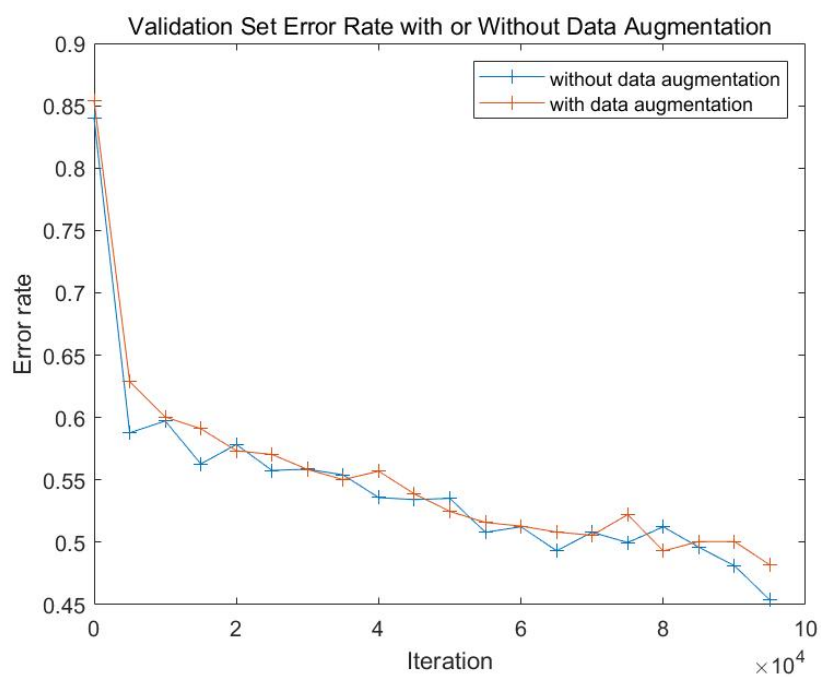


图 8: 使用数据增强的模型在验证集上的错误率

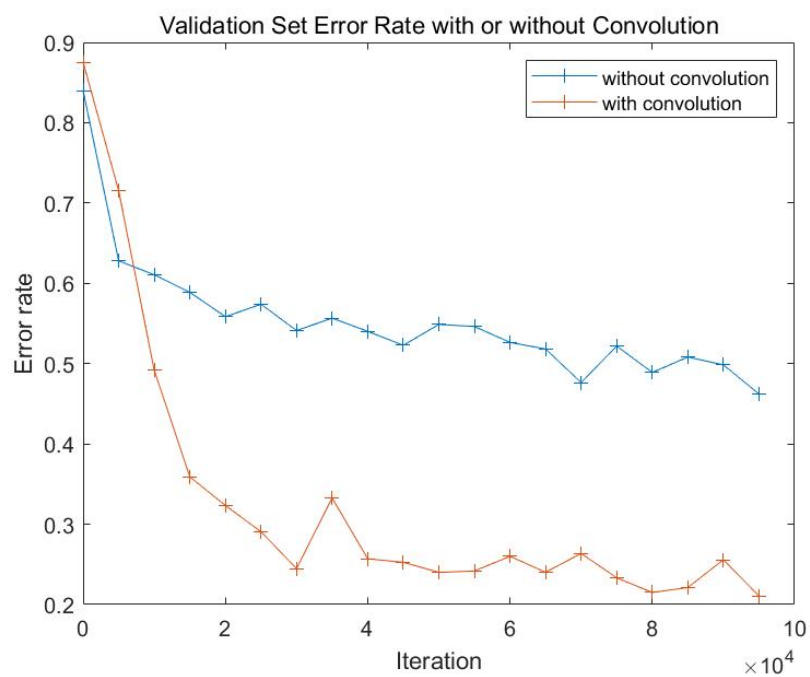


图 9: 使用卷积的模型在验证集上的错误率

可以看到，使用卷积对模型的错误率有明显的改进。

## 11 总结