ВикипедиЯ

Задача об упаковке в контейнеры

Материал из Википедии — свободной энциклопедии

Задача об упаковке в контейнеры — NP-трудная комбинаторная задача. Задача заключается в упаковке объектов предопределённой формы в конечное число контейнеров предопределённой формы таким способом, чтобы число использованных контейнеров было наименьшим или количество или объём объектов (которые упаковывают) были наибольшими.

Содержание

Разновидности и методы решения задач упаковки

Существует множество разновидностей этой задачи (двумерная упаковка, линейная упаковка, упаковка по весу, упаковка по стоимости и т. п.), которые могут применяться в разных областях, как собственно в вопросе оптимального заполнения контейнеров, загрузки грузовиков с ограничением по весу, созданием резервных копий на съёмных носителях и т. д. Так как задача является NP-трудной, то использование точного переборного алгоритма возможно только при небольших размерностях. Обычно для решения задачи используют эвристические приближённые полиномиальные алгоритмы.

Задача упаковки в одномерные одинаковые контейнеры

Постановка задачи

Пусть дано множество контейнеров размера V и множество n предметов размеров $a_1, \dots, a_n$. Надо найти целое число контейнеров B и разбиение множества $\{1, \dots, n\}$ на B подмножеств $S_1 \cup \dots \cup S_B$ таких, что $\sum_{i \in S_k} a_i \leq V$ для всех $k = 1, \dots, B$. Решение называется оптимальным, если B минимально. Минимальное B

далее обозначается **OPT**.

Упаковка как задача целочисленного программирования

Задача упаковки в контейнеры может быть сформулирована как задача целочисленного программирования следующим образом:

$$\text{Минимизировать } B = \sum_{i=1}^{n} y_i$$

$$\text{при ограничениях } \sum_{j=1}^{n} a_j x_{ij} \le V y_i, \forall i \in \{1,\ldots,n\}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, \qquad \forall j \in \{1,\ldots,n\}$$

$$y_i \in \{0,1\}, \qquad \forall i \in \{1,\ldots,n\}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \qquad \forall i \in \{1,\ldots,n\} \, \forall j \in \{1,\ldots,n\}$$

где $y_i = 1$, если контейнер i используется и $x_{ij} = 1$, если предмет j помещён в контейнер i.[1]

Приближённые полиномиальные алгоритмы

Простейшими полиномиальными алгоритмами упаковки являются алгоритмы *Best Fit Decreasing — BFD* (Наилучший подходящий по убыванию) и *First Fit Decreasing — FFD* (Первый подходящий по убыванию). Предметы упорядочивают по невозрастанию размеров и последовательно пакуют либо в контейнер, в котором после упаковки останется наименьший свободный объём — BFD, либо в первый контейнер куда он помещается — FFD. Доказано, что эти алгоритмы используют не более

$$\frac{11}{9} OPT + 1$$

контейнеров[2].

Однако для задачи упаковки существуют и асимптотически ε -оптимальные полиномиальные алгоритмы.

Задача определения, равно ли **OPT** двум или трем является NP-трудной. Поэтому для любого ε > 0, трудно упаковать предметы в **(3/2 − ε)OPT** контейнеров. (Если такой полиномиальный алгоритм существует, то за полиномиальное время можно определить разделятся ли *n* неотрицательных чисел на два множества с одинаковой суммой элементов. Однако известно, что эта проблема NP-трудна.) Следовательно, если P не совпадает с NP, то для задачи упаковки в контейнеры нет алгоритма приближенной схемы полиномиального времени (PTAS). С другой стороны, для всякого ε >0 можно найти решение с не более, чем **(1 + ε)OPT + 1** контейнерами за полиномиальное время. Такие алгоритмы относятся к асимптотической PTAS.[3] Но поскольку в оценке сложности этого класса алгоритмов an^b обе константы произвольно зависят от ε, подобные алгоритмы в отличие от FFD и BFD могут быть практически бесполезными.

Вероятностный подход

Для некоторого класса вероятностных распределений размеров упаковываемых предметов, включающего функции распределения выпуклые вверх и вниз, существует практический полиномиальный алгоритм упаковки асимптотически оптимальный почти наверное при неограниченном росте числа предметов. Для распределений не входящих в этот класс могут строиться индивидуальные полиномиальные асимптотически оптимальные алгоритмы.[4]

Примечания

1. *Silvano Martello and Paolo Toth.* Knapsack problems (http://www.or.deis.unibo.it/kp/Chapter8.pdf) . — Chichester, UK : John Wiley and Sons, 1990. — P. 221. — ISBN 0471924202.
2. Yue, Minyi (1991), *A simple proof of the inequality FFD(L) ≤ (11/9)OPT(L) + 1, for all L, for the FFD bin-packing algorithm* (http://dx.doi.org/10.1007%2FBF02009683), "A simple proof of the inequality FFD (L) ≤ 11/9 OPT (L) + 1, ∀L for the FFD bin-packing algorithm", *Acta Mathematicae Applicatae Sinica* T. 7 (4): 321–331, ISSN 0168-9673 (http://worldcat.org/issn/0168-9673), DOI 10.1007/BF02009683
3. Fernandez de la Vega, W. & Lueker, G. S. (1981), *Bin packing can be solved within 1 + ε in linear time* (http://dx.doi.org/10.1007%2FBF02579456), "Bin packing can be solved within 1 + ε in linear time", *Combinatorica* (Springer Berlin / Heidelberg) . — T. 1 (4): 349–355, ISSN 0209-9683 (http://worldcat.org/issn/0209-9683), DOI 10.1007/BF02579456
4. А. В. Смирнов. О задаче упаковки в контейнеры. УМН, 1991, том 46, выпуск 4(280), страницы 173–174. (http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=rm&paperid=4649&option_lang=rus)

См. также

- Задачи упаковки
- Задача о ранце
- Задача о сумме подмножеств
- Оптимизация
- Упаковка шаров

Источник — https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Задача_об_упаковке_в_контейнеры&oldid=92012078

Эта страница в последний раз была отредактирована 10 апреля 2018 в 09:31.

Текст доступен по лицензии Creative Commons Attribution-ShareAlike; в отдельных случаях могут действовать дополнительные условия.
Wikipedia® — зарегистрированный товарный знак некоммерческой организации Wikimedia Foundation, Inc.