ВикипедиЯ

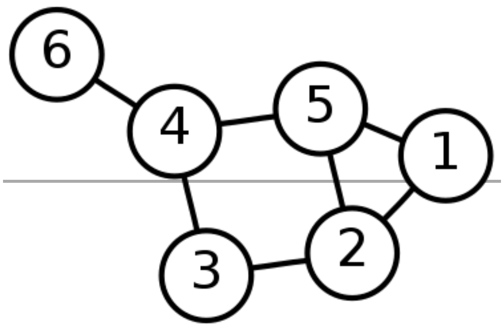
Задача о вершинном покрытии

Материал из Википедии — свободной энциклопедии

Задача о вершинном покрытии — NP-полная задача информатики в области теории графов. Часто используется в теории сложности для доказательства NP-полноты более сложных задач.

Содержание

Определение



Вершинное покрытие для неориентированного графа $G = (V, E)$ — это множество его вершин S, такое, что, у каждого ребра графа хотя бы один из концов входит в вершину из S.

Размером (size) вершинного покрытия называется число входящих в него вершин.

Пример: Граф, изображённый справа, имеет вершинное покрытие $\{1, 3, 5, 6\}$ размера 4. Однако оно не является наименьшим вершинным покрытием, поскольку существуют вершинные покрытия меньшего размера, такие как $\{2, 4, 5\}$ и $\{1, 2, 4\}$.

Задача о вершинном покрытии требует указать минимально возможный размер k вершинного покрытия для заданного графа.

> На входе: Граф G.
> Результат: k — размер наименьшего вершинного покрытия S графа G.

Также вопрос можно ставить, как эквивалентную задачу **о разрешении**:

> На входе: Граф G и положительное целое число k.
> Вопрос: Существует ли вершинное покрытие S для G размера k?

Задача о вершинном покрытии сходна с задачей о независимом наборе. Множество вершин S является вершинным покрытием тогда и только тогда, когда его дополнение $\bar{S} = V \setminus S$ является независимым набором.

Это следует из того, что граф с n вершинами имеет вершинное покрытие размера k тогда и только тогда, когда данный граф имеет незавимимый набор размера $n - k$. В этом смысле обе проблемы равнозначны.

NP-полнота

Поскольку задача о вершинном покрытии является NP-полной, то, к сожалению, неизвестны алгоритмы для её решения за полиномиальное время. Однако существуют алгоритмы, дающие «приближённое» решение этой задачи за полиномиальное время — можно найти вершинное покрытие, в котором число вершин не более чем вдвое превосходит минимально возможное.

См. также

- Теорема Кёнига утверждает эквивалентность задач нахождения наибольшего паросочетания и наименьшего вершинного покрытия в двудольных графах.

Ссылки

- A compendium of NP optimization problems (http://www.nada.kth.se/~viggo/wwwcompendium/node10.html)
- Challenging Benchmarks for Maximum Clique, Maximum Independent Set, Minimum Vertex Cover and Vertex Coloring (http://www.nlsde.buaa.edu.cn/~kexu/benchmarks/graph-benchmarks.htm)

Литература

- *Томас Х. Кормен и др.* **Глава 36. NP-полнота** // Алгоритмы: построение и анализ = INTRODUCTION TO ALGORITHMS. — 1-е изд. — М.: Московского центра непрерывного математического образования, 2001. — С. 866.