北京市西城区2017—2018学年度第一学期期末试卷

高三数学（理科）2018．1

第1卷（选择题共40分）

一、 选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1．若集合$$A=\{x|0<{}x<{}3\}$$，$$B=\{x|-1<{}x<{}2\}$$，则$$A\cup B=$$（ ）． | | | |
| A．$$\{x|-1<{}x<{}3\}$$ | | B．$$\{x|-1<{}x<{}0\}$$ | |
| C．$$\{x|0<{}x<{}2\}$$ | | D．$$\{x|2<{}x<{}3\}$$ | |
|  | |  | |
| 2．下列函数中，在区间$$(0,+\infty )$$上单调递增的是（ ）． | | | |
| A．$$y=-x+1$$ | B．$$y=\,|x-1|$$ | C．$$y=\sin x$$ | D．$$y={{x}^{\tfrac{1}{2}}}$$ |
| 3．执行如图所示的程序框图，输出的$$S$$值为（ ）．  A．$$2$$  B．$$6$$  C．$$30$$  D．$$270$$ | | | |
| 4．已知$$M$$为曲线$$C$$：$$\left\{ \begin{matrix}x=3+\cos \theta \\ y=\sin \theta \\\end{matrix} \right.$$（$$\theta $$为参数）上的动点．设$$O$$为原点，则$$\left| \,OM\, \right|$$的最大值是（ ）． | | | |
| A．$$1$$ | | B．$$2$$ | |
| C．$$3$$ | | D．$$4$$ | |
| 5．实数$$x,\ y$$满足$$\left\{ \begin{matrix}x-1\geqslant 0, \\ x+y-1\geqslant 0, \\ x-y+1\geqslant 0, \\\end{matrix} \right.$$则$$2x-y$$的取值范围是（ ）． | | | |
| A．$$[0,2]$$ | | B．$$(-\,\infty ,0]$$ | |
| C．$$[-1,2]$$ | | D．$$[0,+\,\infty )$$ | |
| 6．设$$\overrightarrow{a}$$，$$\overrightarrow{b}$$是非零向量，且$$\overrightarrow{a}$$，$$\overrightarrow{b}$$不共线．则“$$|\overrightarrow{a}|=|\overrightarrow{b}|$$”是“$$|\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}|=|2\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}|$$”的（ ）． | | | |
| A．充分而不必要条件 | | B．必要而不充分条件 | |
| C．充分必要条件 | | D．既不充分也不必要条件 | |
| 7．已知$$A$$，$$B$$是函数$$y={{2}^{\,x}}$$的图象上的相异两点．若点$$A$$，$$B$$到直线$$y=\frac{1}{2}$$的距离相等，  则点$$A$$，$$B$$的横坐标之和的取值范围是（ ）． | | | |
| A．$$(-\,\infty ,-1)$$ | B．$$(-\,\infty ,-\,2)$$ | C．$$(-1,+\,\infty )$$ | D．$$(-\,2,+\,\infty )$$ |
| 8．在标准温度和大气压下，人体血液中氢离子的物质的量的浓度（单位$$\text{mol/L}$$，记作$$[{{\text{H}}^{+}}]$$）和氢氧根离子的物质的量的浓度（单位$$\text{mol/L}$$，记作$$[\text{O}{{\text{H}}^{-}}]$$）的乘积等于常数$${{10}^{-14}}$$．已知$$\text{pH}$$值的定义为$$\text{pH}=-\lg [{{\text{H}}^{+}}]$$，健康人体血液的$$\text{pH}$$值保持在$$7.35 \tilde{\ } 7.45$$之间，那么健康人体血液中的$$\frac{[{{\text{H}}^{+}}]}{[\text{O}{{\text{H}}^{-}}]}$$可以为（ ）．  （参考数据：$$\lg 2\approx 0.30$$，$$\lg 3\approx 0.48$$） | | | |
| A．$$\frac{1}{2}$$ | B．$$\frac{1}{3}$$ | C．$$\frac{1}{6}$$ | D．$$\frac{1}{10}$$ |

第2卷（非选择题共110分）

二、填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分．

9．在复平面内，复数$$\frac{\text{2i}}{1-\text{i}}$$对应的点的坐标为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

10．数列$$ \{ {{a}\_{n}} \} $$是公比为$$2$$的等比数列，其前$$n$$项和为$${{S}\_{n}}$$．若$${{a}\_{2}}=\frac{1}{2}$$，则$${{a}\_{n}}=$$\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；$${{S}\_{5}}=$$\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

11．在$$\triangle ABC$$中，$$a=3$$，$$\angle C=\frac{2\pi }{3}$$，$$\triangle ABC$$的面积为$$\frac{3\sqrt{3}}{4}$$，则$$c=$$\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

12．把$$4$$件不同的产品摆成一排．若其中的产品$$A$$与产品$$B$$都摆在产品$$C$$的左侧，则不同的摆法有\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_种．（用数字作答）

13．从一个长方体中截取部分几何体，得到一个以原长方体的部分顶点为顶点的凸多面体，其三视图如图所示．该几何体的表面积是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．知函数$$f(x)=\left\{ \begin{matrix}{{x}^{2}}+x,-2\leqslant x\leqslant c \\ \frac{1}{x},c<{}x\leqslant 3 \\\end{matrix} \right.$$，若$$c=0$$，则$$f(x)$$的值域是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；若$$f(x)$$的值域是$$\left[ -\frac{1}{4},2 \right]$$，则实数$$c$$的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

三、解答题：本大题共6小题，共80分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

（17、19题14分）

15．已知函数$$f(x)=2{{\sin }^{2}}x-\cos (2x+\frac{ \pi }{3})$$．

（1）求$$f(x)$$的最小正周期．

（2）求$$f(x)$$在区间$$[0,\frac{ \pi }{2}]$$上的最大值．

16．已知表$$1$$和表$$2$$是某年部分日期的天安门广场升旗时刻表．

表$$1$$：某年部分日期的天安门广场升旗时刻表

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 日期 | 升旗时刻 | 日期 | 升旗时刻 | 日期 | 升旗时刻 | 日期 | 升旗时刻 |
| $$1$$月$$1$$日 | $$7:36$$ | $$4$$月$$9$$日 | $$5:46$$ | $$7$$月$$9$$日 | $$4:53$$ | $$10$$月$$8$$日 | $$6:17$$ |
| $$1$$月$$21$$日 | $$7:31$$ | $$4$$月$$28$$日 | $$5:19$$ | $$7$$月$$27$$日 | $$5:07$$ | $$10$$月$$26$$日 | $$6:36$$ |
| $$2$$月$$10$$日 | $$7:14$$ | $$5$$月$$16$$日 | $$4:59$$ | $$8$$月$$14$$日 | $$5:24$$ | $$11$$月$$13$$日 | $$6:56$$ |
| $$3$$月$$2$$日 | $$6:47$$ | $$6$$月$$3$$日 | $$4:47$$ | $$9$$月$$2$$日 | $$5:42$$ | $$12$$月$$1$$日 | $$7:16$$ |
| $$3$$月$$22$$日 | $$6:15$$ | $$6$$月$$22$$日 | $$4:46$$ | $$9$$月$$20$$日 | $$5:59$$ | $$12$$月$$20$$日 | $$7:31$$ |

表$$2$$：某年$$2$$月部分日期的天安门广场升旗时刻表

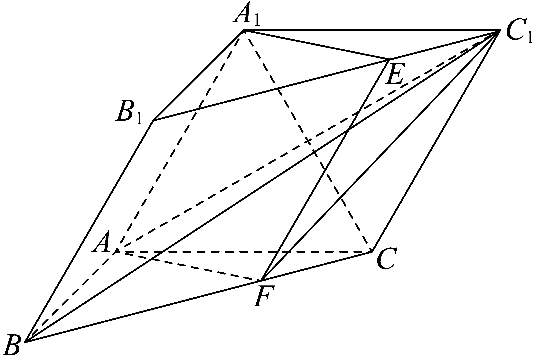
|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 日期 | 升旗时刻 | 日期 | 升旗时刻 | 日期 | 升旗时刻 |
| $$2$$月$$1$$日 | $$7:23$$ | $$2$$月$$11$$日 | $$7:13$$ | $$2$$月$$21$$日 | $$6:59$$ |
| $$2$$月$$3$$日 | $$7:22$$ | $$2$$月$$13$$日 | $$7:11$$ | $$2$$月$$23$$日 | $$6:57$$ |
| $$2$$月$$5$$日 | $$7:20$$ | $$2$$月$$15$$日 | $$7:08$$ | $$2$$月$$25$$日 | $$6:55$$ |
| $$2$$月$$7$$日 | $$7:17$$ | $$2$$月$$17$$日 | $$7:05$$ | $$2$$月$$27$$日 | $$6:52$$ |
| $$2$$月$$9$$日 | $$7:15$$ | $$2$$月$$19$$日 | $$7:02$$ | $$2$$月$$28$$日 | $$6:49$$ |

（1）从表$$1$$的日期中随机选出一天，试估计这一天的升旗时刻早于$$7:00$$的概率．

（2）甲，乙二人各自从表$$2$$的日期中随机选择一天观看升旗，且两人的选择相互独立．记$$X$$为这两人中观看升旗的时刻早于$$7:00$$的人数，求$$X$$的分布列和数学期望$$E(X)$$．

（3）将表$$1$$和表$$2$$中的升旗时刻化为分数后作为样本数据（如$$7:31$$化为$$7\frac{31}{60}$$）．记表$$2$$中所有升旗时刻对应数据的方差为$${{s}^{2}}$$，表$$1$$和表$$2$$中所有升旗时刻对应数据的方差为$$s\_{\*}^{2}$$，判断$${{s}^{2}}$$与$$s\_{\*}^{2}$$的大小．（只需写出结论）

17．如图，三棱柱$$ABC-{{A}\_{1}}{{B}\_{1}}{{C}\_{1}}$$中，$$AB\bot $$平面$$A{{A}\_{1}}{{C}\_{1}}C$$，$$A{{A}\_{1}}=AB=AC=2$$，$$\angle {{A}\_{1}}AC=60{}^\circ $$．

过$$A{{A}\_{1}}$$的平面交$${{B}\_{1}}{{C}\_{1}}$$于点$$E$$，交$$BC$$于点$$F$$．

（1）求证：$${{A}\_{1}}C\bot $$平面$$AB{{C}\_{1}}$$．

（2）求证：四边形$$A{{A}\_{1}}EF$$为平行四边形．

（3）若$$\frac{BF}{BC}=\frac{2}{3}$$，求二面角$$B-A{{C}\_{1}}-F$$的大小．

18．已知函数$$f(x)={{\text{e}}^{ax}}\cdot \sin x-1$$，其中$$a>0$$．

（1）当$$a=1$$时，求曲线$$y=f(x)$$在点$$(0,f(0))$$处的切线方程．

（2）证明：$$f(x)$$在区间$$[0, \pi ]$$上恰有$$2$$个零点．

19．已知椭圆$$C:\frac{{{x}^{2}}}{{{a}^{2}}}+\frac{{{y}^{2}}}{{{b}^{2}}}=1\,(a>b>0)$$过点$$A(2,\,\,0)$$，且离心率为$$\frac{\sqrt{3}}{2}$$．

（1）求椭圆$$C$$的方程．

（2）设直线$$y=kx+\sqrt{3}$$与椭圆$$C$$交于$$M,N$$两点．若直线$$x=3$$上存在点$$P$$，使得四边形$$PAMN$$是平行四边形，求$$k$$的值．

20．数列$${{A}\_{n}}$$：$${{a}\_{1}},\,\ {{a}\_{2}},\,\\cdots ,\,\ {{a}\_{n}}\,(n\geqslant 4)$$满足：$${{a}\_{1}}=1$$，$${{a}\_{n}}=m$$，$${{a}\_{k+1}}-{{a}\_{k}}=0$$或$$1(\,k=1,\,\ 2,\,\\cdots ,\,\ n-1\,)$$．对任意$$i,j$$，都存在$$s,t$$，使得$${{a}\_{i}}+{{a}\_{j}}={{a}\_{s}}+{{a}\_{t}}$$，其中$$i,j,s,t\in \{1,2,\cdots ,n\}$$且两两不相等．

（1）若$$m=2$$，写出下列三个数列中所有符合题目条件的数列的序号．

①$$1,1,1,2,2,2$$；②$$1,1,1,1,2,2,2,2$$；③$$1,1,1,1,1,2,2,2,2$$

（2）记$$S={{a}\_{1}}+{{a}\_{2}}+\cdots +{{a}\_{n}}$$．若$$m=3$$，证明：$$S\geqslant 20$$．

（3）若$$m=2018$$，求$$n$$的最小值．