

СПИСОК ВОПРОСОВ К КУРСУ «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА»

ИТМО, группы М3236–М3239, осень 2015 г.

1. Исчисление высказываний. Общезначимость, доказуемость и выводимость. Корректность, полнота, непротиворечивость. Теорема о дедукции для исчисления высказываний. Теорема о полноте исчисления высказываний.
2. Интуиционистское исчисление высказываний. ВНК-интерпретация. Непротиворечивость классического исчисления высказываний относительно интуиционистского, теорема Гливенко.
3. Булевы и псевдобулевы алгебры. Алгебра Линденбаума. Полнота интуиционистского исчисления высказываний в псевдобулевых алгебрах.
4. Модели Крипке. Сведение моделей Крипке к псевдобулевым алгебрам. Гёделева алгебра. Нетабличность и дизъюнктивность интуиционистского исчисления высказываний.
5. Исчисление предикатов. Общезначимость и выводимость. Теорема о дедукции в исчислении предикатов.
6. Непротиворечивые множества формул. Доказательство существования моделей у непротиворечивых множеств формул в бескванторном исчислении предикатов.
7. Теорема Гёделя о полноте исчисления предикатов. Доказательство полноты исчисления предикатов.
8. Неразрешимость исчисления предикатов.
9. Теории первого порядка, структуры и модели. Аксиоматика Пеано. Арифметические операции. Формальная арифметика.
10. Рекурсивные функции и отношения. Функция Аккермана. Существование рекурсивных функций, не являющихся примитивно-рекурсивными.
11. Выразимость отношений и представимость функций в формальной арифметике. Бета-функция Гёделя. Представимость рекурсивных функций в формальной арифметике.
12. Гёделева нумерация. Выводимость и рекурсивные функции.
13. Непротиворечивость и ω -непротиворечивость. Первая теорема Гёделя о неполноте арифметики. Формулировка первой теоремы Гёделя о неполноте арифметики в форме Россера.
14. Условия выводимости Гильберта-Бернаиса. Формулировка второй теоремы Гёделя о неполноте арифметики, *Consis*. Существенность условий выводимости Гильберта-Бернаиса.
15. Вторая теорема Гёделя о неполноте арифметики. Теорема Тарского о невыразимости истины.
16. Теория множеств. Аксиоматика Цермело-Френкеля.
17. Вполне упорядоченные множества. Аксиома выбора. Альтернативные формулировки (лемма Цорна, принцип максимума Хаусдорфа, теорема Цермело, существование обратной для сюръективной функции). Критика аксиомы выбора.
18. Ординальные числа. Операции над ординальными числами. Мощность множеств, кардинальные числа. Теорема Кантора-Бернштейна. Трансфинитная индукция.
19. Теорема Лёвенгейма-Сколема. Парадокс Сколема.
20. Исчисление S_∞ . Сведение непротиворечивости формальной арифметики к непротиворечивости S_∞ .
21. Устранение сечений в S_∞ . Доказательство непротиворечивости формальной арифметики.