

## 女好好喜欢 婕妤

 $1.在R^4$ 中,求何量  $\chi$ 在基  $\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ 下的坐标。设  $a_1 = [1 \ | \ 1]^T$ , $a_2 = [1 \ | \ -1]^T$ , $a_3 = [1 \ | \ -1]^T$ , $a_4 = [1 \ | \ | \ 1]^T$ , $\chi = [1 \ 2 \ | \ 1]^T$ 

解: 设 X 在基 [a, . 內 2, O 3, . 內 a ] 下的坐标为 (为, . 为 2, 为 3, 为 4)
于是有 X d, + 为 2 d 2 + 为 3 d 3 + 为 4 d 4 = X , 即可得 3 程组

$$\begin{cases} \chi_{1} + \chi_{2} + \chi_{3} + \chi_{4} = 1 \\ \chi_{1} + \chi_{2} - \chi_{3} - \chi_{4} = 2 \\ \chi_{1} - \chi_{2} + \chi_{3} - \chi_{4} = 1 \\ \chi_{1} - \chi_{2} - \chi_{3} + \chi_{4} = 1 \end{cases}$$

对方程组的增广矩阵施行行初等变换:

	[1111	11]	1	0	1	0 ;	1
	11-1-1	1 2	0	1	0	1 1	0
B=[A:b]=	1-11-1	11	0	0	1	-1 !	0
	1-1-1	11	0	0	0	-4	11

方程组有唯一解 χ₁= 章, 为₂= 本, 为₃= -本, 为₄= -本 故所求坐标为 (章, 本, -本, -本)

- (1) 求 B 到 B 2 的基变换矩阵;
- (2)求在B1,B2下有相同坐标的所有向量

解:(1)设Bi到Bz的基变换矩阵为P,则有Bz=BiP,

即 
$$P = B_1 + B_2$$
.

[100]  $+ [10]$  [101]

[FILL  $P = -1 + [10]$  [10] [122]

(2) 设多是所要求的向量,它在 $B_1$ , $B_2$ 下的坐标向量均为  $\chi = [b_1, X_2, b_3]^T$ ,则有 $\S = B_1 \chi = B_2 \chi$ 

$$\begin{bmatrix}
0 & 0 & -1 & | & x_1 & | & 0 \\
0 & 0 & 0 & | & x_2 & | & = 0 \\
-1 & -2 & 0 & | & x_3 & | & 0
\end{bmatrix}$$

脚之得 χ=尺[2,-1,0]T, k为任意实数

3. 设尺4中的向量 X,=[1,2,1,0]<sup>T</sup>, 为2=[-1,1,1,1]<sup>T</sup>, 为3=[2,4,0,1]<sup>T</sup>, 为4=[-1,-1,3,7]<sup>T</sup>分别选成子空间 Wi= Span {カ,カ2} 和 W2=Span {メ,ル 来W,+W2及W, ∩W2的基形组数。

解: 由题可知 χ,与 χ, 线性无关, χ, χ, λ, b, 是线性无关

段,内容形有关联关系 域组成了报表的 单元格区。

> ny Jordan 杨顺型

故 dimW1=2, dimW2=2 设务, EW, , 号, EW2 号=号, 十号2 ,则号EW, +W2 引,可表示为 kixi+kzxz , 另对表示为 kzxz+ kax4 , ki(t)=1,23.4) 故 号=号,十号2= k,x,+ k,x,+ k,x,+ k,x,x,+ k,x,x,+ 因为 1 -4 10 A= -8-12 0 3 -6 -1

2 5 0001

7(A)=4,故X,为,为,从线性无关

所以 Wi+W2的基为「X1,72,73, X4],维数为4.

由维数定理有 dim(Wi+Wz) + dim(Wi(Wz)=dimWi+dimWz

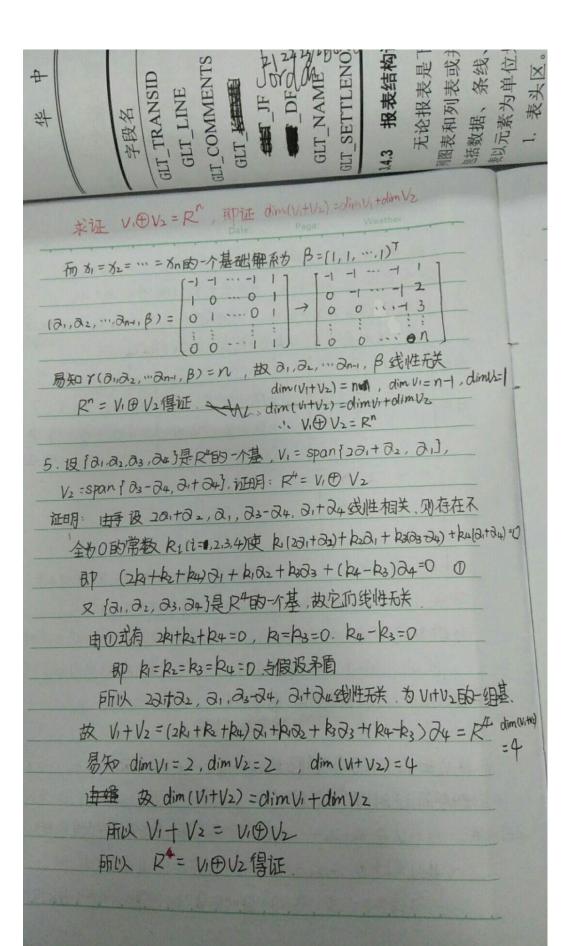
FFIX 4+ dim (WI NW2) = 2+2 Ap dim (WI NW2) = 0 故WAW2的基为空集、维数为O.

?零空间、开基的

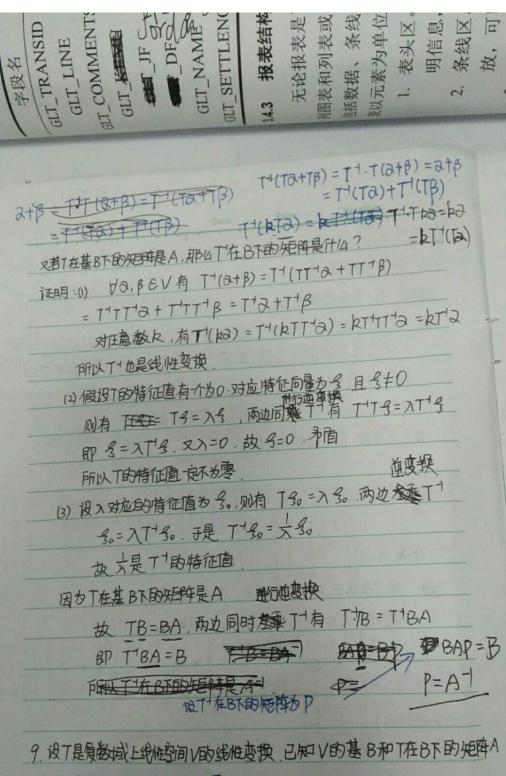
4. 设Vi和V2分别是齐次6程组次+加+加+为=0和为1=为2=~=为n 的解空间,证明:R°=VI⊕V2

证明解:因为Vi是Xi+Xi+…+Xn=O的解空间,该不须线性3程组的 ↑基础解系为 ♂=(-1,1,0,…0)T, ♂=(-1,0,1,…0)T,

···, an-1=(一,0,···,1)、每一个同量只有一个分量为一个分十、其余均为0

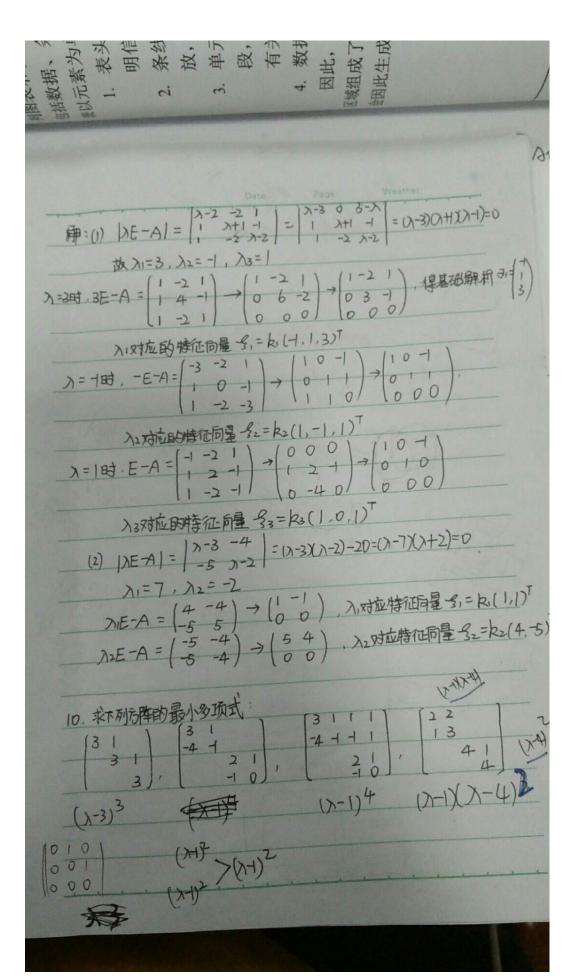


2. 条线
対VK,及d,BeV",有T(atp)=Ta+Tp,T(ka)=KTa,号和EVW
6. 及T.是 V"到 V"的 绝性变换,T.是 V"到 V"的 绝性变换,定义  V"到 V"的变换 T.· T.为(T.· T.) a = T.(T.a), ∀a ∈ V"  证明:T.· T.是线性变换。  ("对 ∀ a ∈ V",β ∈ V",由 题有 T(a + β) = T. a + T.β, T. (T. a + T.β) = T. (Tr.β)  ("T.· T.) (a + β) = T. (T. a + T.β) = T. (T. a) + T. (T. a) = kT. (T. a) + T. (T. a) = kT. (T. a)  由 1°. 2° 可证 T.· T. 是线性变换 T. (ka) = kT. (T. a)  由 1°. 2° 可证 T.· T. 是线性变换 T. (ka) = kT. (t. a) = kT. (t. a)
7. 已知 R <sup>2</sup> 的线性变换 T在基 B <sub>1</sub> = {[-] [0]   下的矩阵是 [1 0 1 1 0 0 ]   下的矩阵是 [-1 2 1 0 ]   下的矩阵。
取けたという。 (LT) 「LT] 「LZ」 「
L-1 0 3 J



如下,求丁的特征值和特征局量

(2) 
$$B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$
,  $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ 



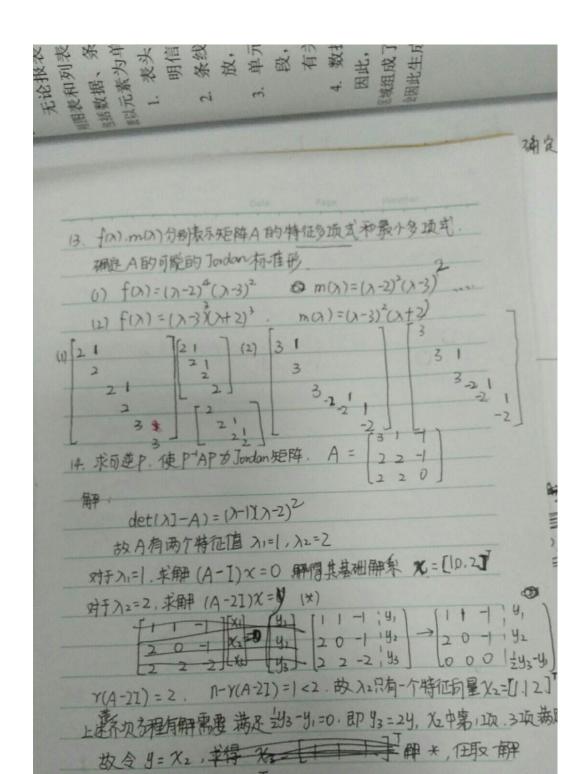
## 

11. 满足下述条件的方阵A是否可对你(b) (1) A是幂零矩阵 (2) Ak=1(k=2) (3) A<sup>2</sup>+A=2] (i) A\*=O (KZI) MA(X)=入 有重根, 何对角(U) () A R-I=0 mA(1)= 7 P-1, 全mA(1)=0. 1913 7-1 一方方的 没有重根 可对角化 (3) A+A-2I=O, MA(X)=X+X-2 全MA(X)=O.可对配 7=-2,72=1 双腹根

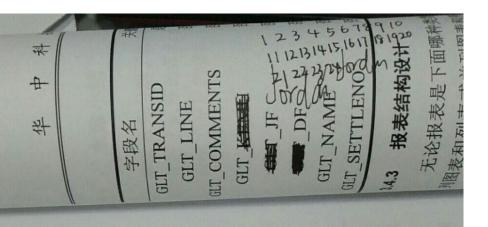
12. 已知 
$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
, 求 $g(A) = A^8 - 9A^6 + A^4 - 3A^3 + 4A^2 + I$ 

$$m:A$$
的特征多项式  
 $f(\lambda) = \begin{vmatrix} \lambda-2 & 1 & 2 \\ 1 & \lambda-2 & -2 \\ 0 & 0 & \lambda-1 \end{vmatrix} = (\lambda-1)^2(\lambda-3)$ 

ヌタ(ハ)= 18-926+ 14-323+42+1.用タいり孫「(ハ)有  $9(1) = (3^3 - 5\lambda^2 + 7\lambda - 3)(3^5 + 5\lambda^4 + 9\lambda^3 + 13\lambda^2 + 18\lambda + 23)$ + 32/2-107/7+70



X3=[111]T 取 P=[X1 X2 X3]= 0 1 1 ,则有 AP=[X1 2X2 X2+2X3)



15、 V4由函数 ex, xex, xex, exx成的线性空间, 或V4的 线性变换D= of My Jordan 标准型

所: [Vex Dxex Dxex Dex] = [ex, ktuex, (xtx)ex, 2ex]  $= [e^{x}, xe^{x}, x^{2}e^{x}, e^{2x}] \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ 

$$\begin{vmatrix} A - \lambda \mathbf{I} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 - \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \lambda & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 - \lambda \end{vmatrix} = (1 - \lambda)^3 (2 + \lambda)$$

有在三重特的值1和单等的值2

カニ2193 特性が色为 81=[0,0,0,1]T AXI=ZXI  $\lambda = 1$   $(A-1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$   $\gamma(A-1) = 3$  6 + 3 = 1 午物配発.  $\delta_{2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$   $[1, 0, 0, 0]^T$   $A_{2} = \frac{1}{2}$