

BÀI TẬP ĐỊNH THỨC

1. Tính các định thức sau:

$$\begin{vmatrix} n+1 & n \\ -n & 1-n \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 42958 & 113347 \\ 43958 & 114347 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 327 & 673 & 427 \\ 443 & 1557 & 543 \\ 621 & 379 & 721 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 9 \\ 16 & 25 & 81 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 3 & -3 & -5 & 8 \\ -3 & 2 & 4 & -6 \\ 2 & -5 & -7 & 5 \\ -4 & 3 & 5 & -6 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a & 3 & 0 & 5 \\ 0 & b & 0 & 2 \\ 1 & 2 & c & 3 \\ 0 & 0 & 0 & d \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x & a & b & 0 & c \\ 0 & y & 0 & 0 & d \\ 0 & e & z & 0 & f \\ g & h & k & u & l \\ 0 & 0 & 0 & 0 & v \end{vmatrix}.$$

2. Tính các định thức sau:

$$\begin{vmatrix} -a & 0 & 1 \\ 0 & 1-a & 0 \\ 1 & 0 & -a \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1-a & 1 & 1 \\ 1 & a & -3 \\ 2 & -1 & a+1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -a & 1 & 1 \\ 1 & -a & 1 \\ 1 & 1 & -a \end{vmatrix}, \begin{bmatrix} x-1 & 3 & -1 \\ -3 & x-5 & -1 \\ -3 & 3 & x+1 \end{bmatrix}$$

3. Cho ma trận

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

a. Tính $|A|$.

b. Tính đa thức $P(x) = |A - xI_3|$. Giải phương trình $P(x) = 0$.

4. Chứng minh:

a. $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 - bc \\ 1 & b & b^2 - ac \\ 1 & c & c^2 - ab \end{vmatrix} = 0.$

b. $\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ab & -b^2 & bc \\ ac & -bc & -c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2.$

5. Không khai triển định thức, hãy tìm hệ số của x^4 và x^3 trong đa thức

$$f(x) = \begin{vmatrix} 5x & 1 & 2 & 3 \\ x & x & 1 & 2 \\ 1 & 2 & x & 3 \\ x & 1 & 2 & 2x \end{vmatrix}.$$

6. Biết định thức $\begin{vmatrix} 1 & a & 2 \\ -1 & 1 & b \\ a & 2 & 3b \end{vmatrix} = 2$. Tìm x thỏa $\begin{vmatrix} x & a+bx & 2 \\ -x & 1-bx & b \\ ax & 2+abx & 3b \end{vmatrix} = 4$.

7. Giải các phương trình ẩn số $x \in \mathbb{R}$:

a. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & x & 3 \\ 3 & 4 & 3 \end{vmatrix} = 0$

b. $\begin{vmatrix} x+2 & 3 & 4 \\ 2 & x+3 & 4 \\ 2 & 3 & x+4 \end{vmatrix} = 0$

c. $\begin{vmatrix} 1 & x & x-1 & x+2 \\ 0 & 0 & x^2-1 & 0 \\ x & 1 & x & x-2 \\ 0 & 0 & x^5+1 & x^{100} \end{vmatrix} = 0$

8. Tính các định thức cấp n :

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 2 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & \dots & 2 & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 2 & 2 & 2 & \dots & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & \dots & 2 & 3 \end{vmatrix}.$$