

Câu hỏi Đúng/Sai về Tam Giác

Câu 1: Cho  $\triangle RHP$  với  $R(3, -3, -3)$ ,  $H(1, -3, -6)$ ,  $P(7, -2, -13)$ . Chọn các lựa chọn đúng:

a) Tọa độ chân đường phân giác kẻ từ R xuống HP là  $D(\frac{3}{2}, \frac{-11}{4}, \frac{-31}{4})$ .

b) Độ dài đường cao kẻ từ R trong  $\triangle RHP = \frac{\sqrt{1037}}{2\sqrt{86}}$ .

\*c)  $\triangle RHP$  có góc  $\widehat{RPH} = 18.7^\circ$ .

\*d) Bốn điểm R, H, P, D(3; 5; m + 7) đồng phẳng khi m = -138.

Lời giải cho mệnh đề a):

$$\left. \begin{array}{l} RH = \sqrt{13} \\ RP = 3\sqrt{13} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{RH}{RP} = \frac{HD}{DP} = \frac{1}{3}$$

Do RD là đường phân giác của  $\widehat{HRP}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{HD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DP} \Leftrightarrow D - H = \frac{1}{3}(P - D) \Leftrightarrow \frac{4}{3}D = \frac{1}{3}P + H$$

$$\Leftrightarrow D = \frac{\frac{1}{3}P + H}{\frac{4}{3}} = \frac{\frac{1}{3}(7, -2, -13) + (1, -3, -6)}{\frac{4}{3}} = (\frac{5}{2}, \frac{-11}{4}, \frac{-31}{4})$$

Lời giải cho mệnh đề b):

$$[\overrightarrow{RH}, \overrightarrow{RP}] = (3, -32, -2) \Rightarrow |[\overrightarrow{RH}, \overrightarrow{RP}]| = \sqrt{1037}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle RHP} = \frac{1}{2}|[\overrightarrow{RH}, \overrightarrow{RP}]| = \frac{\sqrt{1037}}{2}$$

$$HP = \sqrt{86}.$$

$$\text{Ta có: } S_{\triangle RHP} = \frac{1}{2}RH \cdot HP \Leftrightarrow RH = \frac{2 \cdot S_{\triangle RHP}}{HP} = \frac{\sqrt{1037}}{\sqrt{86}}$$

Lời giải cho mệnh đề c):

$$\cos(\widehat{RPH}) = \frac{\overrightarrow{PR} \cdot \overrightarrow{PH}}{|\overrightarrow{PR}| \cdot |\overrightarrow{PH}|} = \frac{95}{11 \cdot 9} = \frac{95}{99} \Rightarrow \widehat{RPH} = 18.7^\circ.$$

Lời giải cho mệnh đề d):

$$[\overrightarrow{RH}, \overrightarrow{RP}] = (3; -32; -2)$$

$$\overrightarrow{RD} = (0; 8; m + 10)$$

$$R, H, P, D \text{ đồng phẳng} \Leftrightarrow [\overrightarrow{RH}, \overrightarrow{RP}] \cdot \overrightarrow{RD} = 0$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot (0) + -32 \cdot (8) + -2 \cdot (m + 10) = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 + -256 + -2 \cdot m + -2 \cdot 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 + -256 + -2m + -20 = 0$$

$$\Leftrightarrow -276 - 2m = 0$$

$$\Leftrightarrow m = -138$$

Câu 2: Cho  $\triangle LMB$  với  $L(0, 3, 1)$ ,  $M(-3, 1, 1)$ ,  $B(10, -1, 2)$ . Chọn các lựa chọn đúng:

a) Tọa độ chân đường phân giác kẻ từ L xuống MB là  $D(\frac{-3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{5}{4})$ .

\*b) Độ dài đường cao kẻ từ B trong  $\triangle LMB = \frac{\sqrt{1037}}{\sqrt{13}}$ .

\*c)  $\triangle LMB$  có góc  $\widehat{LMB} = 42.6^\circ$ .

d) Bốn điểm L, M, B, D(1; 3; -m - 4) đồng phẳng khi m =  $-\frac{28}{5}$ .

Lời giải cho mệnh đề a):

$$\left. \begin{array}{l} LM = \sqrt{13} \\ LB = 3\sqrt{13} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{LM}{LB} = \frac{MD}{DB} = \frac{1}{3}$$

Do LD là đường phân giác của  $\widehat{MLB}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DB} \Leftrightarrow D - M = \frac{1}{3}(B - D) \Leftrightarrow \frac{4}{3}D = \frac{1}{3}B + M$$

$$\Leftrightarrow D = \frac{\frac{1}{3}B + M}{\frac{4}{3}} = \frac{\frac{1}{3}(10, -1, 2) + (-3, 1, 1)}{\frac{4}{3}} = (\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{5}{4})$$

Lời giải cho mệnh đề b):

$$[\overrightarrow{LM}, \overrightarrow{LB}] = (-2, 3, 32) \Rightarrow |[\overrightarrow{LM}, \overrightarrow{LB}]| = \sqrt{1037}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle LMB} = \frac{1}{2}|[\overrightarrow{LM}, \overrightarrow{LB}]| = \frac{\sqrt{1037}}{2}$$

$$LM = \sqrt{13}.$$

$$\text{Ta có: } S_{\triangle LMB} = \frac{1}{2} BI \cdot LM \Leftrightarrow BI = \frac{2 \cdot S_{\triangle LMB}}{LM} = \frac{\sqrt{1037}}{\sqrt{13}}$$

Lời giải cho mệnh đề c):

$$\cos(\widehat{LMB}) = \frac{\overrightarrow{ML} \cdot \overrightarrow{MB}}{|\overrightarrow{ML}| \cdot |\overrightarrow{MB}|} = \frac{35}{4 \cdot 13} = \frac{35}{52} \Rightarrow \widehat{LMB} = 42.6^\circ.$$

Lời giải cho mệnh đề d):

$$[\overrightarrow{LM}, \overrightarrow{LB}] = (-2; 3; 32)$$

$$\overrightarrow{LD} = (1; 0; -m - 5)$$

$$L, M, B, D \text{ đồng phẳng} \Leftrightarrow [\overrightarrow{LM}, \overrightarrow{LB}] \cdot \overrightarrow{LD} = 0$$

$$\Leftrightarrow -2 \cdot (1) + 3 \cdot (0) + 32 \cdot (-m - 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow -2 + 0 + 32 \cdot (-m) + 32 \cdot (-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow -2 + 0 + -32m + -160 = 0$$

$$\Leftrightarrow -162 - 32m = 0$$

$$\Leftrightarrow m = -\frac{81}{16}$$

Câu 3: Cho  $\triangle ETP$  với  $E(0, 0, 0)$ ,  $T(4, 0, 3)$ ,  $P(6, 8, 0)$ . Chọn các lựa chọn đúng:

a) Tọa độ chân đường phân giác kẻ từ E xuống TP là  $D(\frac{11}{3}, \frac{8}{3}, 2)$ .

\*b) Độ dài đường cao kẻ từ E trong  $\triangle ETP = \frac{2\sqrt{481}}{\sqrt{77}}$ .

c)  $\triangle ETP$  có góc  $\widehat{EPT} = 35.0^\circ$ .

d) Bốn điểm E, T, P, D(3; 1; -m - 3) đồng phẳng khi  $m = -\frac{26}{5}$ .

Lời giải cho mệnh đề a):

$$ET = 5$$

$$EP = 10$$

$$\left. \begin{array}{l} ET = 5 \\ EP = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{ET}{EP} = \frac{TD}{DP} = \frac{1}{2}$$

Do ED là đường phân giác của  $\widehat{TEP}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{TD} = \frac{1}{2} \overrightarrow{DP} \Leftrightarrow D - T = \frac{1}{2}(P - D) \Leftrightarrow \frac{3}{2}D = \frac{1}{2}P + T$$

$$\Leftrightarrow D = \frac{\frac{1}{2}P + T}{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{1}{2}(6, 8, 0) + (4, 0, 3)}{\frac{3}{2}} = (\frac{14}{3}, \frac{8}{3}, 2)$$

Lời giải cho mệnh đề b):

$$[\overrightarrow{ET}, \overrightarrow{EP}] = (-24, 18, 32) \Rightarrow |[\overrightarrow{ET}, \overrightarrow{EP}]| = 2\sqrt{481}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ETP} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{ET}, \overrightarrow{EP}]| = \sqrt{481}$$

$$TP = \sqrt{77}.$$

$$\text{Ta có: } S_{\triangle ETP} = \frac{1}{2} EH \cdot TP \Leftrightarrow EH = \frac{2 \cdot S_{\triangle ETP}}{TP} = \frac{2\sqrt{481}}{\sqrt{77}}$$

Lời giải cho mệnh đề c):

$$\cos(\widehat{EPT}) = \frac{\overrightarrow{PE} \cdot \overrightarrow{PT}}{|\overrightarrow{PE}| \cdot |\overrightarrow{PT}|} = \frac{76}{10 \cdot 9} = \frac{38}{45} \Rightarrow \widehat{EPT} = 30.0^\circ.$$

Lời giải cho mệnh đề d):

$$[\overrightarrow{ET}, \overrightarrow{EP}] = (-24; 18; 32)$$

$$\overrightarrow{ED} = (3; 1; -m - 3)$$

$$E, T, P, D \text{ đồng phẳng} \Leftrightarrow [\overrightarrow{ET}, \overrightarrow{EP}] \cdot \overrightarrow{ED} = 0$$

$$\Leftrightarrow -24 \cdot (3) + 18 \cdot (1) + 32 \cdot (-m - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow -72 + 18 + 32 \cdot (-m) + 32 \cdot (-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow -72 + 18 + -32m + -96 = 0$$

$$\Leftrightarrow -150 - 32m = 0$$

$$\Leftrightarrow m = -\frac{75}{16}$$

Câu 4: Cho  $\triangle HKI$  với  $H(1, 1, -3)$ ,  $K(5, -2, -3)$ ,  $I(7, 1, 5)$ . Chọn các lựa chọn đúng:

\*a) Tọa độ chân đường phân giác kẻ từ H xuống KI là  $D(\frac{17}{3}, -1, \frac{-1}{3})$ .

\*b) Độ dài đường cao kẻ từ H trong  $\triangle HKI = \frac{2\sqrt{481}}{\sqrt{77}}$ .

c)  $\triangle HKI$  có góc  $\widehat{HKI} = 83.7^\circ$ .

d) Bốn điểm H, K, I, D(0; 4; -m + 3) đồng phẳng khi m = 1.

Lời giải cho mệnh đề a):

$$\left. \begin{array}{l} HK = 5 \\ HI = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{HK}{HI} = \frac{KD}{DI} = \frac{1}{2}$$

Do HD là đường phân giác của  $\widehat{KHI}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{KD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DI} \Leftrightarrow D - K = \frac{1}{2}(I - D) \Leftrightarrow \frac{3}{2}D = \frac{1}{2}I + K$$

$$\Leftrightarrow D = \frac{\frac{1}{2}I + K}{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{1}{2}(7, 1, 5) + (5, -2, -3)}{\frac{3}{2}} = \left(\frac{17}{3}, -1, \frac{-1}{3}\right)$$

Lời giải cho mệnh đề b):

$$[\overrightarrow{HK}, \overrightarrow{HI}] = (-24, -32, 18) \Rightarrow |[\overrightarrow{HK}, \overrightarrow{HI}]| = 2\sqrt{481}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle HKI} = \frac{1}{2}|[\overrightarrow{HK}, \overrightarrow{HI}]| = \sqrt{481}$$

$$KI = \sqrt{77}.$$

$$\text{Ta có: } S_{\triangle HKI} = \frac{1}{2}HK \cdot KI \Leftrightarrow HK = \frac{2 \cdot S_{\triangle HKI}}{KI} = \frac{2\sqrt{481}}{\sqrt{77}}$$

Lời giải cho mệnh đề c):

$$\cos(\widehat{HKI}) = \frac{\overrightarrow{KH} \cdot \overrightarrow{KI}}{|\overrightarrow{KH}| \cdot |\overrightarrow{KI}|} = \frac{1}{5 \cdot 9} = \frac{1}{45} \Rightarrow \widehat{HKI} = 88.7^\circ.$$

Lời giải cho mệnh đề d):

$$[\overrightarrow{HK}, \overrightarrow{HI}] = (-24; -32; 18)$$

$$\overrightarrow{HD} = (-1; 3; -m + 6)$$

$$H, K, I, D \text{ đồng phẳng} \Leftrightarrow [\overrightarrow{HK}, \overrightarrow{HI}] \cdot \overrightarrow{HD} = 0$$

$$\Leftrightarrow -24 \cdot (-1) + -32 \cdot (3) + 18 \cdot (-m + 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow 24 + -96 + 18 \cdot (-m) + 18 \cdot 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow 24 + -96 + -18m + 108 = 0$$

$$\Leftrightarrow 36 - 18m = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 2$$

Câu 5: Cho  $\triangle LQD$  với  $L(-3, -1, 3)$ ,  $Q(-3, 3, 6)$ ,  $D(5, -7, 3)$ . Chọn các lựa chọn đúng:

a) Tọa độ chân đường phân giác kẻ từ L xuống QD là  $D\left(\frac{-4}{3}, \frac{-1}{3}, 5\right)$ .

b) Độ dài đường cao kẻ từ L trong  $\triangle LQD = \frac{3\sqrt{481}}{2\sqrt{173}}$ .

\*c)  $\triangle LQD$  có góc  $\widehat{LDQ} = 19.5^\circ$ .

d) Bốn điểm L, Q, D, D(0; -3; 3m - 1) đồng phẳng khi m =  $\frac{19}{10}$ .

Lời giải cho mệnh đề a):

$$\left. \begin{array}{l} LQ = 5 \\ LD = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{LQ}{LD} = \frac{QD}{DD} = \frac{1}{2}$$

Do LD là đường phân giác của  $\widehat{QLD}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{QD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DD} \Leftrightarrow D - Q = \frac{1}{2}(D - D) \Leftrightarrow \frac{3}{2}D = \frac{1}{2}D + Q$$

$$\Leftrightarrow D = \frac{\frac{1}{2}D + Q}{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{1}{2}(5, -7, 3) + (-3, 3, 6)}{\frac{3}{2}} = \left(\frac{-1}{3}, \frac{-1}{3}, 5\right)$$

Lời giải cho mệnh đề b):

$$[\overrightarrow{LQ}, \overrightarrow{LD}] = (18, 24, -32) \Rightarrow |[\overrightarrow{LQ}, \overrightarrow{LD}]| = 2\sqrt{481}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle LQD} = \frac{1}{2}|[\overrightarrow{LQ}, \overrightarrow{LD}]| = \sqrt{481}$$

$$QD = \sqrt{173}.$$

$$\text{Ta có: } S_{\triangle LQD} = \frac{1}{2}LH \cdot QD \Leftrightarrow LH = \frac{2 \cdot S_{\triangle LQD}}{QD} = \frac{2\sqrt{481}}{\sqrt{173}}$$

Lời giải cho mệnh đề c):

$$\cos(\widehat{LDQ}) = \frac{\overrightarrow{DL} \cdot \overrightarrow{DQ}}{|\overrightarrow{DL}| \cdot |\overrightarrow{DQ}|} = \frac{124}{10 \cdot 13} = \frac{62}{65} \Rightarrow \widehat{LDQ} = 19.5^\circ.$$

Lời giải cho mệnh đề d):

$$[\overrightarrow{LQ}, \overrightarrow{LD}] = (18; 24; -32)$$

$$\overrightarrow{LD} = (3; -2; 3m - 4)$$

$$L, Q, D, D \text{ đồng phẳng} \Leftrightarrow [\overrightarrow{LQ}, \overrightarrow{LD}] \cdot \overrightarrow{LD} = 0$$

$$\Leftrightarrow 18 \cdot (3) + 24 \cdot (-2) + (-32) \cdot (3m - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow 54 + -48 + -32 \cdot (3m) + -32 \cdot (-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow 54 + -48 + -96m + 128 = 0$$

$$\Leftrightarrow 134 - 96m = 0$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{67}{48}$$