

# Bài 6. Phương trình mặt phẳng

## A. Các bài toán về các thông số liên quan

**Ví dụ 1.** Cho mặt phẳng  $(P) : 3x - z + 2 = 0$ . Véc tơ nào là một véc tơ pháp tuyến của  $(P)$ ?

a)  $\vec{n}_1 = (-1; 0; -1)$ .

b)  $\vec{n}_1 = (3; -1; 2)$ .

c)  $\vec{n}_3 = (3; -1; 0)$ .

d)  $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$ .

**Câu 1.** Cho mặt phẳng  $(P) : -3x + 2z - 1 = 0$ . Véc tơ nào là véc tơ pháp tuyến của  $(P)$ ?

a)  $\vec{n} = (-3; 2; -1)$ .

b)  $\vec{n} = (3; 2; -1)$ .

c)  $\vec{n} = (-3; 0; 2)$ .

d)  $\vec{n} = (3; 0; 2)$ .

**Ví dụ 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , véc tơ nào sau đây là một véc tơ pháp tuyến của  $(P)$ . Biết  $\vec{u} = (1; -2; 0)$ ,  $\vec{v} = (0; 2; -1)$  là cặp véc tơ chỉ phương của  $(P)$ .

a)  $\vec{n} = (1; 2; 0)$ .

b)  $\vec{n} = (2; 1; 2)$ .

c)  $\vec{n} = (0; 1; 2)$ .

d)  $\vec{n} = (2; 1; -2)$ .

**Câu 2.** Tìm một VTPT của mặt phẳng  $(P)$  khi biết cặp véc tơ chỉ phương là  $\vec{u} = (2; 1; 2)$ ,  $\vec{v} = (3; 2; -1)$ .

a)  $\vec{n} = (-5; 8; 1)$ .

b)  $\vec{n} = (5; -8; 1)$ .

c)  $\vec{n} = (1; 1; -3)$ .

d)  $\vec{n} = (-5; 8; -1)$ .

**Ví dụ 3.** Cho mặt phẳng  $(P) : x - 2y + z = 5$ . Điểm nào dưới đây thuộc  $(P)$ ?

a)  $Q(2; -1; 5)$ .

b)  $P(0; 0; -5)$ .

c)  $N(-5; 0; 0)$ .

d)  $M(1; 1; 6)$ .

**Câu 3.** Tìm  $m$  để điểm  $M(m; 1; 6)$  thuộc mặt phẳng  $(P) : x - 2y + z - 5 = 0$ .

a)  $m = 1$ .

b)  $m = -1$ .

c)  $m = 3$ .

d)  $m = 2$ .

**Câu 4.** Tìm  $m$  để điểm  $A(m; m - 1; 1 + 2m)$  thuộc mặt phẳng  $(P) : 2x - y - z + 1 = 0$ .

a)  $m = -1$ .

b)  $m = 1$ .

c)  $m = -2$ .

d)  $m = 2$ .

**Ví dụ 4.** Khoảng cách từ điểm  $A(1; -2; 3)$  đến mặt phẳng  $(P) : 3x + 4y + 2z + 4 = 0$  bằng

a)  $\frac{5}{9}$ .

b)  $\frac{5}{29}$ .

c)  $\frac{5\sqrt{29}}{29}$ .

d)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$ .

**Câu 5.** Khoảng cách từ điểm  $M(1; 2; -3)$  đến mặt phẳng  $(P) : x + 2y - 2z - 2 = 0$  bằng

- a) 1.                                      b) 3.                                      c)  $\frac{\sqrt{13}}{3}$ .                                      d)  $\frac{11}{3}$ .

**Ví dụ 5.** Gọi H là hình chiếu của điểm  $A(2; -1; -1)$  lên mặt  $(P) : 16x - 12y - 15z - 4 = 0$ . Độ dài của đoạn  $AH$  bằng

- a) 55.                                      b)  $\frac{11}{5}$ .  
c)  $\frac{11}{25}$ .                                      d)  $\frac{22}{5}$ .

**Câu 6.** Gọi H là hình chiếu của điểm  $A(1; -2; -3)$  lên mặt phẳng  $(P) : x + 2y - 2z + 3 = 0$ . Độ dài đoạn thẳng  $AH$  bằng

- a) 1.                                      b) 2.                                      c)  $2/3$ .                                      d)  $1/3$ .

**Câu 7.** Gọi B là điểm đối xứng với  $A(1; -2; -1)$  qua mặt phẳng  $(P) : 2x + 2y - z + 3 = 0$ . Độ dài đoạn thẳng  $AB$  bằng

- a)  $16/3$ .                                      b)  $20/3$ .                                      c)  $4/3$ .                                      d)  $8/3$ .

**Câu 8.** Gọi B là điểm đối xứng với  $A(2; 3; -1)$  qua mặt phẳng  $(P) : 2x + 2y + z + 5 = 0$ . Độ dài đoạn thẳng  $AB$  bằng

- a)  $28/3$ .                                      b) 5.                                      c) 6.                                      d)  $32/3$ .

**Ví dụ 6.** Cho mặt phẳng  $(P) : x + 2y - 2z + 3 = 0$  và mặt phẳng  $(Q) : x + 2y - 2z - 1 = 0$ . Khoảng cách giữa  $(P)$  và  $(Q)$  bằng

- a)  $4/9$ .                                      b)  $4/3$ .                                      c)  $2/3$ .                                      d) 4.

**Câu 9.** Cho mặt phẳng  $(P) : 2x + 2y + z - 3 = 0$  và mặt phẳng  $(Q) : 2x + 2y + z + 5 = 0$ . Khoảng cách giữa  $(P)$  và  $(Q)$  bằng

- a)  $5/3$ .                                      b)  $8/3$ .                                      c)  $11/2$ .                                      d)  $14/5$ .

**Câu 10.** Cho mặt phẳng  $(P) : x + y - z + 5 = 0$  và mặt phẳng  $(Q) : 2x + 2y - 2z + 3 = 0$ . Khoảng cách giữa  $(P)$  và  $(Q)$  bằng

- a)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$ .                                      b) 2.  
c)  $\frac{7}{2\sqrt{3}}$ .                                      d)  $\frac{7}{\sqrt{3}}$ .

**Ví dụ 7.** Cho  $(P) : x + 2y + 2z + m = 0$  và  $A(1; 1; 1)$ . Có hai giá trị của  $m$  là  $m_1, m_2$  thỏa mãn  $d(A, (P)) = 1$ . Giá trị  $m_1 m_2 |m_1 + m_2|$  bằng

- a) 160.                                      b) -96.                                      c) -6.                                      d) 264.

**Câu 11.** Cho điểm  $M(0; 0; m) \in Oz$  và mặt phẳng  $(P) : 2x - y - 2z - 2 = 0$  thỏa mãn  $d(M, (P)) = 2$ . Tổng các giá trị  $m$  bằng

- a) 1.                                      b) -2.                                      c) 0.                                      d) 2.

**Câu 12.** Cho  $(P) : 2x + 3y + z - 17 = 0$ . Tìm điểm  $M \in Oz$  thỏa khoảng cách từ  $M$  đến  $(P)$  bằng khoảng cách từ  $M$  đến  $A(2; 3; 4)$ .

- a)  $(0; 0; 1)$ .                                      b)  $(0; 0; 2)$ .  
c)  $(0; 0; 3)$ .                                      d)  $(0; 0; 7)$ .

**Ví dụ 8.** Tính góc giữa mặt  $(P) : x - 2y - z + 2 = 0$  và  $(Q) : 2x - y + z + 1 = 0$ .

- a)  $60^\circ$ .                                      b)  $90^\circ$ .                                      c)  $30^\circ$ .                                      d)  $120^\circ$ .

**Câu 13.** Tính góc giữa mặt  $(P) : x + 2y - z + 1 = 0$  và  $(Q) : x - y + 2z + 1 = 0$ .

- a)  $30^\circ$ .                                      b)  $90^\circ$ .                                      c)  $60^\circ$ .                                      d)  $45^\circ$ .

**Câu 14.** Tính góc giữa mặt  $(P) : x + z - 4 = 0$  và mặt phẳng  $(Oxy)$ .

- a)  $30^\circ$ .                                      b)  $90^\circ$ .                                      c)  $60^\circ$ .                                      d)  $45^\circ$ .

**Ví dụ 9.** Cho hai mặt phẳng  $(P) : 2x + y + mz - 2 = 0$  và  $(Q) : x + ny + 2z + 8 = 0$  song song nhau. Tính tổng  $m + n$ .

- a)  $m + n = 4, 25$ .                                      b)  $m + n = 4, 5$ .  
c)  $m + n = 2, 5$ .                                      d)  $m + n = 2, 25$ .

**Câu 15.** Cho hai mặt phẳng  $(P) : x + 2y - z - 1 = 0$  và  $(Q) : 2x + 4y - mz - 2 = 0$ . Tìm  $m$  để  $(P)$  song song với  $(Q)$ .

- a)  $m = 1$ .                                      b)  $m = 2$ .  
c)  $m = -2$ .                                      d) Không tồn tại  $m$ .

**Câu 16.** Tìm  $m$  để hai mặt phẳng  $(P) : 2x + 2y - z = 0$  và  $(Q) : x + y + mz + 1 = 0$  cắt nhau.

- a)  $m \neq -\frac{1}{2}$ .                                      b)  $m \neq \frac{1}{2}$ .  
c)  $m \neq -1$ .                                      d)  $m = \frac{1}{2}$ .

**Câu 17.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha) : m^2x - y + (m^2 - 2)z + 2 = 0$  và mặt phẳng  $(\beta) : 2x + m^2y - 2z + 1 = 0$ , với  $m$  là tham số thực. Tìm  $m$  để  $(\alpha) \perp (\beta)$ .

- a)  $m = 1$ .                                      b)  $m = \sqrt{2}$ .                                      c)  $m = \sqrt{3}$ .                                      d)  $m = 2$ .

## B. Các bài toán về viết phương trình mặt phẳng

**Ví dụ 10.** Phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $A(1; 0; -2)$  và có VTPT  $\vec{n} = (1; -1; 2)$  là

a)  $(P) : x - y + 2z + 3 = 0.$

b)  $(P) : x + y + 2z + 3 = 0.$

c)  $(P) : x - y - 2z + 3 = 0.$

d)  $(P) : x - y + 2z - 3 = 0.$

**Câu 1.** Phương trình mặt phẳng đi qua  $A(1; -1; 2)$  và có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (4; 2; -6)$  là

a)  $4x + 2y - 6z + 5 = 0.$

b)  $2x + y - 3z + 5 = 0.$

c)  $2x + y - 3z + 2 = 0.$

d)  $2x + y - 3z - 5 = 0.$

**Câu 2.** Phương trình mặt phẳng đi qua  $M(3; 9; -1)$  và vuông góc với trục  $Ox$  là

a)  $x - 3 = 0.$

b)  $y + z - 8 = 0.$

c)  $x + y + z = 11.$

d)  $x + 3 = 0.$

**Ví dụ 11.** Cho  $A(0; 1; 1)$  và  $B(1; 2; 3)$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua A và vuông góc với đường thẳng  $AB$ .

a)  $(P) : x + y + 2z - 3 = 0.$

b)  $(P) : x + y + 2z - 6 = 0.$

c)  $(P) : x + 3y + 4z - 7 = 0.$

d)  $(P) : x + 3y + 4z - 26 = 0.$

**Câu 3.** Cho  $A(2; -1; 1)$ ,  $B(1; 0; 3)$ ,  $C(0; -2; -1)$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  qua trọng tâm  $G$  của  $\triangle ABC$  và vuông góc với  $BC$ .

a)  $(P) : x - y + z + 2 = 0.$

b)  $(P) : x + 2y + 4z + 2 = 0.$

c)  $(P) : x - y - z + 2 = 0.$

d)  $(P) : x + 2y + 4z - 3 = 0.$

**Ví dụ 12.** Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  qua  $A(0; 1; 3)$  và  $(P) \parallel (Q) : 2x - 3z + 1 = 0$ .

a)  $(P) : 2x - 3z + 9 = 0.$

b)  $(P) : 2x - 3z - 9 = 0.$

c)  $(P) : 2x - 3z + 3 = 0.$

d)  $(P) : 2x - 3z + 3 = 0.$

**Câu 4.** Phương trình mặt phẳng  $(P)$  qua  $A(2; -1; 2)$  và  $(P) \parallel (Q) : 2x - y + 3z + 2 = 0$  là

a)  $2x - y + 3z - 9 = 0.$

b)  $2x - y + 3z + 11 = 0.$

c)  $2x - y - 3z + 11 = 0.$

d)  $2x - y + 3z - 11 = 0.$

**Câu 5.** Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  qua  $A(3; 2; 3)$  và  $(P) \parallel (Oxy)$ .

a)  $(P) : z - 3 = 0.$

b)  $(P) : x - 3 = 0.$

c)  $(P) : y - 2 = 0.$

d)  $(P) : x + y = 5.$

**Ví dụ 13.** Viết phương trình mặt phẳng trung trực  $(P)$  của đoạn  $AB$  với  $A(2; 0; 1)$ ,  $B(0; -2; 3)$ .

a)  $(P) : x - y - z + 2 = 0.$

b)  $(P) : x + y - z + 2 = 0.$

c)  $(P) : x + y + z - 2 = 0.$

d)  $(P) : x + y - z - 2 = 0.$

**Câu 6.** Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn  $AB$  với  $A(3; 1; 2)$ ,  $B(1; 5; 4)$  là

a)  $x - 2y - z + 7 = 0.$

b)  $x + y + z - 8 = 0.$

c)  $x + y - z - 2 = 0.$

d)  $2x + y - z - 3 = 0.$

**Ví dụ 14.** Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(1; 2; -3)$  và có cặp vectơ chỉ phương là  $\vec{a} = (2; 1; 2)$ ,  $\vec{b} = (3; 2; -1)$ .

a)  $(P) : 5x - 8y - z + 8 = 0.$

b)  $(P) : 5x - 8y - z - 8 = 0.$

c)  $(P) : 5x + 8y - z + 8 = 0.$

d)  $(P) : 5x + 8y - z - 8 = 0.$

**Câu 7.** Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(1; 2; -3)$  và có cặp vectơ chỉ phương là  $\vec{a} = (2; 1; 2)$ ,  $\vec{b} = (3; 2; -1)$ .

a)  $5x + 8y - z + 8 = 0.$

b)  $5x - 8y - z + 8 = 0.$

c)  $5x - 8y + z - 8 = 0.$

d)  $5x + 8y + z - 8 = 0.$

**Ví dụ 15.** Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm  $A(1; 0; 2)$ ,  $B(1; 1; 1)$ ,  $C(2; 3; 0)$  là

a)  $x + y - z + 1 = 0.$

b)  $x - y - z + 1 = 0.$

c)  $x + y + z - 3 = 0.$

d)  $x + y - 2z - 3 = 0.$

**Câu 8.** Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm  $M(3; -1; 2)$ ,  $N(4; -1; -1)$ ,  $P(2; 0; 2)$  là

a)  $3x + 3y - z + 8 = 0.$

b)  $3x - 2y + z - 8 = 0.$

c)  $3x + 3y + z - 8 = 0.$

d)  $3x + 3y - z - 8 = 0.$

**Ví dụ 16.** Phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(2; -2; 3)$  và chứa trục  $Ox$  có dạng

a)  $3y + 2z - 1 = 0.$

b)  $3y - 2z = 0.$

c)  $3y + 2z = 0.$

d)  $3y - 2z - 1 = 0.$

**Câu 9.** Phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(2; 2; -3)$  và chứa trục  $Oy$  có dạng

a)  $(P) : 3x - 2z = 0.$

b)  $(P) : 3x + 2z = 0.$

c)  $(P) : 3x + 2z + 2 = 0.$

d)  $(P) : 3x - 2z + 2 = 0.$

**Ví dụ 17.** Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua hai điểm  $A(1; 0; 1)$  và  $B(-1; 2; 2)$ , đồng thời song song với trục  $Ox$ .

a)  $(P) : x + y - z = 0.$

b)  $(P) : 2y - z + 1 = 0.$

c)  $(P) : y - 2z + 2 = 0.$

d)  $(P) : x + 2z - 3 = 0.$

**Câu 10.** Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  chứa đường thẳng  $AB$ , đồng thời song song với trục tung, với  $A(-1; 0; 0)$  và  $B(0; 0; 1)$ .

a)  $(P) : x - z + 1 = 0.$

b)  $(P) : x - y - 2z = 0.$

c)  $(P) : x - 2z + 1 = 0.$

d)  $(P) : x - 2y + 2 = 0.$

**Ví dụ 18.** Cho  $A(1; 1; 0)$ ,  $B(0; 2; 1)$ ,  $C(1; 0; 2)$ ,  $D(1; 1; 1)$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $A$ ,  $B$  và  $(P)$  song song với đường  $CD$ .

a)  $(P) : x + y + z - 3 = 0.$

b)  $(P) : 2x - y + z - 2 = 0.$

c)  $(P) : 2x + y + z - 3 = 0.$

d)  $(P) : x + y - 2 = 0.$

**Câu 11.** Cho  $A(-1; 1; -2)$ ,  $B(1; 2; -1)$ ,  $C(1; 1; 2)$  và  $D(-1; -1; 2)$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  chứa đường  $AB$  và song song  $CD$ .

a)  $(P) : x - y - z = 0.$

b)  $(P) : x - y - z + 2 = 0.$

c)  $(P) : 2x + y + z + 3 = 0.$

d)  $(P) : x - 2y - 2z - 1 = 0.$

**Ví dụ 19.** Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua hai điểm  $A(1; 2; -2)$ ,  $B(2; -1; 4)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(Q) : x - 2y - z + 1 = 0$ .

a)  $15x + 7y + z - 27 = 0.$

b)  $15x + 7y + z + 27 = 0.$

c)  $15x - 7y + z - 27 = 0.$

d)  $15x - 7y + z + 27 = 0.$

**Câu 12.** Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua hai điểm  $A(-1; 2; 3)$ ,  $B(1; 4; 2)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(Q) : x - y + 2z + 1 = 0$ .

a)  $3x - y - 2z + 11 = 0.$

b)  $5x - 3y - 4z + 23 = 0.$

c)  $3x + 5y + z - 10 = 0.$

d)  $3x - 5y - 4z + 25 = 0.$

**Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  chứa trục  $Ox$  và vuông góc với mặt phẳng  $(Q) : x - 2y - z + 7 = 0$ .

a)  $(P) : y + 2z = 0.$

b)  $(P) : y - 2z = 0.$

c)  $(P) : x - 2y - z = 0.$

d)  $(P) : y - z = 0.$

**Ví dụ 20.** Cho các mặt  $(P_1) : x + 2y + 3z + 4 = 0$  và  $(P_2) : 3x + 2y - z + 1 = 0$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $A(1; 1; 1)$ , vuông góc hai mặt phẳng  $(P_1)$  và  $(P_2)$ .

a)  $(P) : 4x - 5y + 2z - 1 = 0.$

b)  $(P) : 4x + 5y - 2z - 1 = 0.$

c)  $(P) : 4x - 5y - 2z + 1 = 0.$

d)  $(P) : 4x + 5y + 2z + 1 = 0.$

**Câu 14.** Cho các mặt  $(P_1) : 2x + y - 3z - 4 = 0$  và  $(P_2) : x + y - z - 1 = 0$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(1; -5; 3)$ , vuông góc hai mặt phẳng  $(P_1)$  và  $(P_2)$ .

a)  $(P) : 2x + y + z = 0.$

b)  $(P) : 2x + y + z - 1 = 0.$

c)  $(P) : 2x - y + z + 10 = 0.$

d)  $(P) : 2x - y + z - 10 = 0.$

**Ví dụ 21.** Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm  $A(1; 0; 0)$ ,  $B(0; -2; 0)$ ,  $C(0; 0; 3)$ .

a)  $2x - 3y + 6z - 6 = 0.$

b)  $3x - 6y - 2z + 6 = 0.$

c)  $6x - 3y + 2z - 6 = 0.$

d)  $2x + 6y - 3z - 6 = 0.$

**Câu 15.** Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm  $A(2; 0; 0)$ ,  $B(0; -3; 0)$ ,  $C(0; 0; 5)$ .

a)  $15x - 10y + 6z = 0.$

b)  $15x - 10y + 6z - 30 = 0.$

c)  $2x - 3y + 5z = 1.$

d)  $2x - 3y + 5z = 0.$

**Câu 16.** Cho điểm  $M(1; 2; 3)$ . Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục  $Ox, Oy, Oz$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(ABC)$ .

a)  $3x + 2y + z - 6 = 0.$

b)  $2x + y + 3z - 6 = 0.$

c)  $6x + 3y + 2z - 6 = 0.$

d)  $x + 2y + 3z - 6 = 0.$

**Ví dụ 22.** Cho điểm  $M(-3; 2; 4)$ . Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục  $Ox, Oy, Oz$ . Tìm mặt phẳng song song với  $(ABC)$ .

a)  $4x - 6y - 3z + 12 = 0.$

b)  $3x - 6y - 4z + 12 = 0.$

c)  $4x - 6y - 3z - 12 = 0.$

d)  $6x - 4y - 3z - 12 = 0.$

**Câu 17.** Cho điểm  $M(1; 2; 5)$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm M và cắt trục tọa độ  $Ox, Oy, Oz$  tại A, B, C sao cho M là trọng tâm tam giác ABC. Khi đó  $(P)$  có phương trình là

a)  $2x + 5y + 10z = 0.$

b)  $x + 5y + 10z - 10 = 0.$

c)  $x + 2y + 5z - 30 = 0.$

d)  $x + y + z - 8 = 0.$

**Câu 18.** Phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M(3; 2; 1)$  và cắt các trục tọa độ  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC là

a)  $(P) : 3x + 2y + z - 14 = 0.$

b)  $(P) : x + y + z - 6 = 0.$

c)  $(P) : 2x + 3y + 6z - 6 = 0.$

d)  $(P) : 2x + 3y + 6z = 0.$

**Câu 19.** Mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $G(2; -1; 3)$  và cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C (khác gốc tọa độ) sao cho G là trọng tâm của  $\triangle ABC$ . Tìm phương trình  $(P)$ .

a)  $3x - 6y + 2z - 18 = 0.$

b)  $2x + y - 3z - 14 = 0.$

c)  $x + y + z = 0.$

d)  $3x + 6y - 2z - 6 = 0.$

**Ví dụ 23.** Mặt phẳng qua  $M(1; 2; 3)$  cắt các trục tọa độ tại A, B, C sao cho M là trọng tâm  $\triangle ABC$  có phương trình là  $6x + 3y + 2z - 18 = 0.$

a)  $-36$ .

b)  $36$ .

c)  $72$ .

d)  $-72$ .

**Câu 20.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $A(1; 1; 1)$  và  $B(0; 2; 2)$  đồng thời cắt các tia  $Ox, Oy$  lần lượt tại hai điểm  $M, N$  (không trùng với gốc tọa độ  $O$ ) sao cho  $OM = 2ON$ .

a)  $(P) : 2x + 3y - z - 4 = 0$ .

b)  $(P) : x + 2y - z - 2 = 0$ .

c)  $(P) : 2x + y + z - 4 = 0$ .

d)  $(P) : 3x + y + 2z - 6 = 0$ .

**Ví dụ 24.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  qua  $M(1; 3; -2)$ , đồng thời cắt các tia  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  sao cho  $4OA = 2OB = OC$ . Hỏi  $(P)$  là phương trình nào?

a)  $2x - y - z - 1 = 0$ .

b)  $x + 2y + 4z + 1 = 0$ .

c)  $4x + 2y + z - 8 = 0$ .

d)  $4x + 2y + z + 1 = 0$ .

**Câu 21.** Cho hai điểm  $C(0; 0; 3)$  và  $M(-1; 3; 2)$ . Mặt phẳng  $(P)$  qua  $C, M$ , đồng thời chắn trên các nửa trục dương  $Ox, Oy$  các đoạn thẳng bằng nhau. Phương trình  $(P)$  là

a)  $x + y + 2z - 1 = 0$ .

b)  $x + y + 2z - 6 = 0$ .

c)  $x + y + z - 6 = 0$ .

d)  $x + y + z - 3 = 0$ .

**Ví dụ 25.** Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(1; 2; 3)$  và cắt ba tia  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  sao cho thể tích tứ diện  $OABC$  nhỏ nhất.

a)  $6x + 3y + 2z + 18 = 0$ .

b)  $6x + 3y + 3z - 21 = 0$ .

c)  $6x + 3y + 3z + 21 = 0$ .

d)  $6x + 3y + 2z - 18 = 0$ .

**Câu 22.** Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M(2; 1; 1)$  đồng thời cắt các tia  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  sao cho tứ diện  $OABC$  có thể tích nhỏ nhất. Viết phương trình  $(P)$ .

a)  $(P) : 2x + y + z - 7 = 0$ .

b)  $(P) : x + 2y + 2z - 6 = 0$ .

c)  $(P) : x + 2y + z - 1 = 0$ .

d)  $(P) : 2x + y - 2z - 1 = 0$ .

**Câu 23.** Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M(1; 1; 4)$ , đồng thời cắt các tia  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  sao cho tứ diện  $OABC$  có thể tích nhỏ nhất. Tính thể tích nhỏ nhất đó?

a)  $72$ .

b)  $108$ .

c)  $18$ .

d)  $36$ .

**Câu 24.** Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M(1; 2; 3)$  và cắt các tia  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  sao cho  $T = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$  đạt giá trị nhỏ nhất dạng  $x + ay + bz + c = 0$ . Tìm  $a + b + c$ .

a)  $19$ .

b)  $6$ .

c)  $-9$ .

d)  $-5$ .

**Ví dụ 26.** Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$ , biết  $(P) \parallel (Q) : x + 2y - 2z + 1 = 0$  và  $(P)$  cách điểm  $M(1; -2; 1)$  một khoảng bằng 3.



- a)  $(P) : x + 2y - 2z - 4 = 0$  và  $(P) : x + 2y - 2z + 14 = 0$ .      b)  $(P) : x + 2y - 2z - 2 = 0$  và  $(P) : x + 2y - 2z + 11 = 0$ .
- c)  $(P) : x + 2y - 2z - 4 = 0$  và  $(P) : x + 2y + 2z + 14 = 0$ .      d)  $(P) : x + 2y + 2z - 2 = 0$  và  $(P) : x + 2y - 2z + 11 = 0$ .

**Câu 25.** Cho điểm  $M(1; 0; 3)$  và mặt phẳng  $(P) : x + 2y + z - 10 = 0$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(Q)$  song song với  $(P)$  và  $(Q)$  cách  $M$  một khoảng bằng  $\sqrt{6}$ .

- a)  $(Q) : x + 2y + z - 10 = 0$  và  $(Q) : x + 2y + z + 2 = 0$ .
- b)  $(Q) : x + 2y + z + 10 = 0$ .
- c)  $(Q) : x + 2y + z + 2 = 0$ .
- d)  $(Q) : x + 2y + z - 2 = 0$  và  $(Q) : x + 2y + z + 10 = 0$ .

**Ví dụ 27.** Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$ , biết  $(P) \parallel (Q) : x - 2y - 2z - 3 = 0$  và  $d((P), (Q)) = 3$ .

- a)  $(P) : x - 2y - 2z - 3 = 0$  và  $(P) : x - 2y - 2z - 12 = 0$ .      b)  $(P) : x - 2y - 2z + 6 = 0$ .
- c)  $(P) : x - 2y - 2z - 12 = 0$ .      d)  $(P) : x - 2y - 2z + 6 = 0$  và  $(P) : x - 2y - 2z - 12 = 0$ .

**Câu 26.** Cho mặt phẳng  $(P) : x - y - z - 1 = 0$ . Hãy viết phương trình mặt phẳng  $(Q)$  song song  $(P)$  và cách  $(Q)$  một khoảng  $\frac{11\sqrt{3}}{3}$ .

- a)  $(Q) : x - y - z + 10 = 0$  và  $(Q) : x - y - z - 12 = 0$ .      b)  $(Q) : x - y - z + 10 = 0$ .
- c)  $(Q) : x - y - z - 12 = 0$ .      d)  $(Q) : x - y - z - 10 = 0$  và  $(Q) : x - y - z + 12 = 0$ .

**Câu 27.** Cho mặt phẳng  $(P) : x - 2y - 2z - 3 = 0$ . Hãy viết phương trình mặt phẳng  $(Q)$  song song  $(P)$  và cách  $(Q)$  một khoảng 3.

- a)  $(Q) : x - 2y - 2z + 6 = 0$  và  $(Q) : x - 2y - 2z - 12 = 0$ .      b)  $(Q) : x - 2y - 2z + 6 = 0$ .
- c)  $(Q) : x - 2y - 2z - 12 = 0$ .      d)  $(Q) : x - 2y - 2z - 6 = 0$  và  $(Q) : x - 2y - 2z + 12 = 0$ .

**Ví dụ 28.** Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với  $(\alpha) : x + y + z - 3 = 0$ ,  $(\beta) : x - y + z - 1 = 0$  và đồng thời  $(P)$  cách gốc tọa độ  $O$  một khoảng bằng  $\sqrt{2}$ .

- a)  $(P) : x - z \pm 2 = 0$ .      b)  $(P) : x - z \pm 3 = 0$ .
- c)  $(P) : x - y \pm 3 = 0$ .      d)  $(P) : y - z \pm 2 = 0$ .

**Câu 28.** Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với  $(\alpha) : x - 2y - 3z + 2 = 0$ ,  $(\beta) : x + y - 2z = 0$ , đồng thời  $(P)$  cách  $M(0; 1; 0)$  một khoảng bằng  $\sqrt{59}$ .

- a)  $7x - y + 3z - 60 = 0$  và  $7x - y + 3z + 58 = 0$ .  
b)  $7x - y + 3z + 60 = 0$ .  
c)  $7x - y - 3z - 58 = 0$ .  
d)  $7x - y + 3z + 60 = 0$  và  $7x - y + 3z - 58 = 0$ .

**Câu 29.** Viết phương trình mặt  $(P)$  vuông góc với  $(\alpha) : x + 2y - z = 1$ ,  $(\beta) : x + y - z - 1 = 0$ , đồng thời  $(P)$  cách  $M(-1; 1; -2)$  một khoảng bằng  $\sqrt{2}$ .

- a)  $(P) : x + z - 5 = 0$ .  
b)  $(P) : x + z + 5 = 0$  và  $(P) : x + z + 1 = 0$ .  
c)  $(P) : x + z - 1 = 0$ .  
d)  $(P) : x + z - 5 = 0$  và  $(P) : x + z - 1 = 0$ .

**Ví dụ 29.** Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  qua M và qua giao tuyến hai mặt phẳng  $(\alpha), (\beta)$ .

- a)  $M(2; 1; -1)$ ,  $(\alpha) : x - y + z - 4 = 0$ ,  $(\beta) : 3x - y + z - 1 = 0$ .  
b)  $M(0; 0; 1)$ ,  $(\alpha) : 5x - 3y + 2z - 5 = 0$ ,  $(\beta) : 2x - y - z - 1 = 0$ .  
c)  $M(1; 2; -3)$ ,  $(\alpha) : 2x - 3y + z - 5 = 0$ ,  $(\beta) : 3x - 2y + 5z - 1 = 0$ .

**Câu 30.** Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  qua giao tuyến của hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$ , đồng thời  $(P)$  song song với mặt phẳng  $(\gamma)$ .

- a)  $(\alpha) : x - 4y + 2z - 5 = 0$ ,  $(\beta) : y + 4z - 5 = 0$ ,  $(\gamma) : 2x - y + 19 = 0$ .  
b)  $(\alpha) : 3x - y + z - 2 = 0$ ,  $(\beta) : x + 4y - 5 = 0$ ,  $(\gamma) : 2x - z + 7 = 0$ .

**Câu 31.** Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  qua giao tuyến của hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$ , đồng thời  $(P)$  vuông góc với mặt phẳng  $(\gamma)$ .

$$(\alpha) : y + 2z - 4 = 0, \quad (\beta) : x + y - z + 3 = 0, \quad (\gamma) : x + y + z - 2 = 0$$

## C. Tương giao mặt phẳng và mặt cầu

**Ví dụ 30.** Cho mặt cầu  $(S) : (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 9$  và điểm  $M(2; 1; 1)$  thuộc mặt cầu. Lập phương trình mặt phẳng  $(P)$  tiếp xúc với mặt cầu  $(S)$  tại M.

- a)  $(P) : x + 2y + z - 5 = 0$ .  
b)  $(P) : x + 2y - 2z - 2 = 0$ .  
c)  $(P) : x + 2y - 2z - 8 = 0$ .  
d)  $(P) : x + 2y + 2z - 6 = 0$ .

**Câu 1.** Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  tiếp xúc với  $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y + 4z + 5 = 0$  tại điểm  $M(4; 3; 0)$ .

- a)  $(P) : x + 2y + 2z - 10 = 0$ .  
b)  $(P) : x + 2y - 2z - 8 = 0$ .  
c)  $(P) : x + 2y + 2z + 10 = 0$ .  
d)  $(P) : x + 2y - 2z + 8 = 0$ .

**Ví dụ 31.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$  và mặt phẳng  $(P) : 2x + 2y - z - 18 = 0$ . Tìm phương trình mặt phẳng  $(Q)$  song song với mặt phẳng  $(P)$  đồng thời  $(Q)$  tiếp xúc với mặt cầu  $(S)$ .

- a)  $(Q) : 2x + 2y - z + 22 = 0$ .  
b)  $(Q) : 2x + 2y - z - 28 = 0$ .  
c)  $(Q) : 2x + 2y - z - 18 = 0$ .  
d)  $(Q) : 2x + 2y - z + 12 = 0$ .

**Câu 2.** Cho  $(S) : (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16$  và mặt phẳng  $(P) : 4x + 3y - 12z - 26 = 0$ .  
Tìm  $(Q) \parallel (P)$ , đồng thời  $(Q)$  tiếp xúc với  $(S)$ .

a)  $4x + 3y - 12z + 78 = 0$ .

b)  $4x + 3y - 12z - 26 = 0$ .

c)  $4x + 3y - 12z - 78 = 0$ .

d)  $4x + 3y - 12z + 26 = 0$ .

**Câu 3.** Cho  $(S) : (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$  và mặt phẳng  $(P) : 2x + 2y - z - 18 = 0$ .  
Tìm  $(Q) \parallel (P)$ , đồng thời  $(Q)$  tiếp xúc với  $(S)$ .

a)  $(P) : 2x - 2y - z - 18 = 0$ .

b)  $(P) : 2x + 2y - z - 18 = 0$ .

c)  $(Q) : 2x + 2y - z + 12 = 0$ .

d)  $(Q) : 2x - 2y - z + 12 = 0$ .

**Ví dụ 32.** Cho hai mặt phẳng  $(\alpha) : 3x - y + 4z + 2 = 0$  và  $(\beta) : 3x - y + 4z + 8 = 0$ .  
Phương trình mặt phẳng  $(P)$  song song và cách đều hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  là

a)  $(P) : 3x - y + 4z + 10 = 0$ .

b)  $(P) : 3x - y + 4z + 5 = 0$ .

c)  $(P) : 3x - y + 4z - 10 = 0$ .

d)  $(P) : 3x - y + 4z - 5 = 0$ .

**Câu 4.** Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$ , biết  $(P)$  song song với mặt  $(Q) : 2x + 2y - z + 17 = 0$  và  $(P)$  cắt mặt cầu  $(S) : (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$  theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng  $6\pi$ .

a)  $(P) : 2x + 2y - z - 7 = 0$ .

b)  $(P) : 2x + 2y + z - 7 = 0$ .

c)  $(P) : 2x + 2y - z + 17 = 0$ .

d)  $(P) : 2x + y + z + 17 = 0$ .

**Câu 5.** Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua hai điểm  $O(0; 0; 0)$ ,  $A(1; 2; 0)$ , đồng thời khoảng cách từ  $B(0; 4; 0)$  đến  $(P)$  bằng khoảng cách từ  $C(0; 0; 3)$  đến  $(P)$ .

a)  $6x + 3y - 4z = 0$  và  $6x - 3y + 4z = 0$ .

b)  $6x - 3y - 4z = 0$ .

c)  $6x - 3y + 4z = 0$ .

d)  $6x - 3y - 4z = 0$  và  $6x - 3y + 4z = 0$ .

**Ví dụ 33.** Cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(4; 2; -2)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P) : 12x - 5z - 19 = 0$ . Bán kính  $R$  của mặt cầu  $(S)$  bằng

a)  $\frac{39}{2}$ .

b)  $\frac{\sqrt{39}}{5}$ .

c) 13.

d) 3.

**Câu 6.** Cho mặt phẳng  $(P) : 4x + 3y - 2z + 1 = 0$  và điểm  $I(0; -2; 1)$ . Bán kính  $R$  của hình cầu tâm  $I$  tiếp xúc với  $(P)$  bằng

a) 3.

b)  $\frac{5\sqrt{29}}{29}$ .

c)  $\frac{3\sqrt{29}}{29}$ .

d)  $\frac{7\sqrt{29}}{29}$ .

**Ví dụ 34.** Cho mặt cầu  $(S) : (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$  và  $(P) : 2x + y - 2z + m = 0$ , với  $m$  là tham số thực. Tìm các giá trị của  $m$  để  $(P)$  và  $(S)$  không có điểm chung.

a)  $m < -9$  hoặc  $m > 21$ .

b)  $-9 < m < 21$ .

c)  $-9 \leq m \leq 21$ .

d)  $m \leq -9$  hoặc  $m \geq 21$ .

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + m - 3 = 0$  và mặt phẳng  $(P) : 2x + 2y + z + 5 = 0$ . Tìm tham số  $m$  để  $(P)$  tiếp xúc với  $(S)$ .

a)  $m = -\frac{53}{9}$ .

b)  $m = -\frac{12}{5}$ .

c)  $m = -\frac{13}{3}$ .

d)  $m = -\frac{11}{3}$ .

**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 7 = 0$  và mặt phẳng  $(P) : 4x + 3y + m = 0$ . Tìm  $m$  để  $(P)$  cắt  $(S)$  theo giao tuyến là một đường tròn?

a)  $m < -19$  hoặc  $m > 11$ .

b)  $-19 < m < 11$ .

c)  $-12 < m < 4$ .

d)  $m < -12$  hoặc  $m > 4$ .

**Câu 9.** Cho mặt cầu  $(S) : x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z + m = 0$ . Tìm tham số  $m$  để  $(S)$  cắt mặt  $(P) : 2x - y - 2z + 1 = 0$  theo giao tuyến là đường tròn có diện tích bằng  $4\pi$ .

a)  $m = 9$ .

b)  $m = 10$ .

c)  $m = 3$ .

d)  $m = -3$ .

**Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , viết phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 1; 1)$  và cắt mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $2x + y + 2z + 4 = 0$  theo một đường tròn có bán kính bằng  $r = 4$ .

a)  $(S) : (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 16$ .    b)  $(S) : (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 9$ .

c)  $(S) : (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 5$ .    d)  $(S) : (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 25$ .