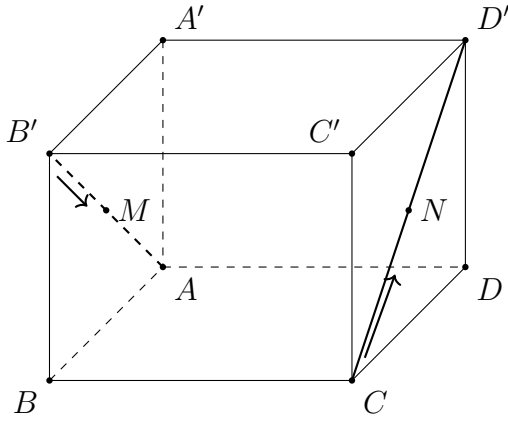


Bài toán cực trị hình học

Ngày 24 tháng 7 năm 2025

Câu 1: Với một hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 24$, $AC = 30$, $AA' = 15$ như hình vẽ. Ở cùng một thời điểm hai con kiến coi như bò chuyển động thẳng đều, con kiến M bò từ B' đến điểm A với tốc độ 1.1 cm/s và con kiến N bò từ C đến D' với tốc độ bằng 2.0 cm/s . Hãy tính khoảng cách nhỏ nhất giữa hai con kiến theo đơn vị centimet (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



- *A. 25.1 cm
- B. 26.0 cm
- C. 27.1 cm
- D. 23.0 cm

Lời giải:

Dữ kiện: + Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có: $AB = 24$, $AC = 30$, $AA' = 15$ + Gán tọa độ: $A = (0, 0, 0)$, $B = (24, 0, 0)$, $C = (0, 18, 0)$, $B' = (24, 0, 15)$, $D' = (0, 18, 15)$ + Con kiến M bò từ B' đến A với tốc độ 1.1 cm/s + Con kiến N bò từ C đến D' với tốc độ 2.0 cm/s

Bước 1: Phương trình chuyển động

Con kiến M : Vector chỉ phương đường đi: $\overrightarrow{B'A} = (0, 0, 0) - (24, 0, 15) = (-24, 0, -15)$
Chiều dài đoạn $B'A$: $|\overrightarrow{B'A}| = \sqrt{24^2 + 15^2}$ Trong một giây con kiến tại M đi được $\frac{1.1}{\sqrt{801}}$ lần $\overrightarrow{B'A}$

Vị trí tại thời điểm t : $M(t) = (24, 0, 15) + t \cdot \frac{1.1}{\sqrt{801}} \cdot (-24, 0, -15)$

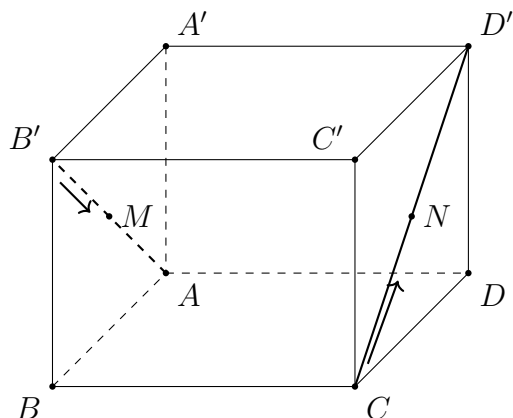
Con kiến N : Vị trí tại thời điểm t : $N(t) = (0, 18, 0) + t \cdot (0, 0, 2.0) = (0, 18, 2.0t)$

Bước 2: Tính khoảng cách giữa hai con kiến tại thời điểm t : $d(t) = \sqrt{(x_M(t) - x_N(t))^2 + (y_M(t) - y_N(t))^2 + (z_M(t) - z_N(t))^2}$

Bước 3: Tìm khoảng cách nhỏ nhất: $t^* \approx 7.50$, $d_{\min} = 25.1 \text{ cm}$

Câu 2: Với một hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 10$, $AC = 24$, $AA' = 12$ như hình vẽ. Ở cùng một thời điểm hai con kiến coi như bò chuyển động thẳng đều, con kiến M bò từ B' đến điểm A với tốc độ 2.7 cm/s và con kiến N bò từ C đến D' với tốc độ bằng

2.7 cm/s. Hãy tính khoảng cách nhỏ nhất giữa hai con kiến theo đơn vị centimet (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



- A. 20.8 cm
- B. 25.0 cm
- C. 20.5 cm
- *D. 22.5 cm

Lời giải:

Dữ kiện: + Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có: $AB = 10$, $AC = 24$, $AA' = 12$
 + Gán tọa độ: $A = (0, 0, 0)$, $B = (10, 0, 0)$, $C = (0, 2\sqrt{119}, 0)$, $B' = (10, 0, 12)$, $D' = (0, 2\sqrt{119}, 12)$
 + Con kiến M bò từ B' đến A với tốc độ 2.7 cm/s + Con kiến N bò từ C đến D' với tốc độ 2.7 cm/s

Bước 1: Phương trình chuyển động

Con kiến M : Vector chỉ phương đường đi: $\overrightarrow{B'A} = (0, 0, 0) - (10, 0, 12) = (-10, 0, -12)$
 Chiều dài đoạn $B'A$: $|\overrightarrow{B'A}| = \sqrt{10^2 + 12^2}$ Trong một giây con kiến tại M đi được $\frac{2.7}{\sqrt{244}}$ lần $\overrightarrow{B'A}$

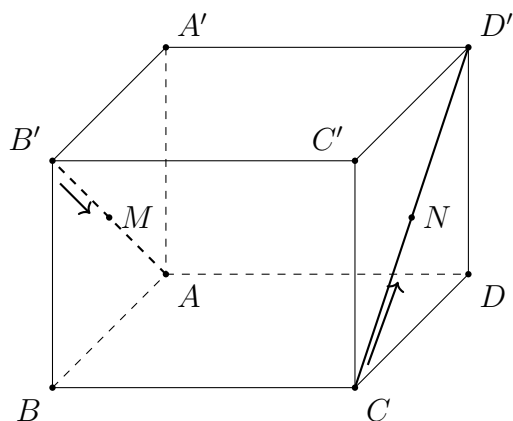
Vị trí tại thời điểm t : $M(t) = (10, 0, 12) + t \cdot \frac{2.7}{\sqrt{244}} \cdot (-10, 0, -12)$

Con kiến N : Vị trí tại thời điểm t : $N(t) = (0, 2\sqrt{119}, 0) + t \cdot (0, 0, 2.7) = (0, 2\sqrt{119}, 2.7t)$

Bước 2: Tính khoảng cách giữa hai con kiến tại thời điểm t : $d(t) = \sqrt{(x_M(t) - x_N(t))^2 + (y_M(t) - y_N(t))^2 + (z_M(t) - z_N(t))^2}$

Bước 3: Tìm khoảng cách nhỏ nhất: $t^* \approx 2.89$, $d_{min} = 22.5$ cm

Câu 3: Với một hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 21$, $AC = 30$, $AA' = 13$ như hình vẽ. Ở cùng một thời điểm hai con kiến coi như bò chuyển động thẳng đều, con kiến M bò từ B' đến điểm A với tốc độ 1.1 cm/s và con kiến N bò từ C đến D' với tốc độ bằng 2.0 cm/s. Hãy tính khoảng cách nhỏ nhất giữa hai con kiến theo đơn vị centimet (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



- *A. 26.4 cm

B. 27.4 cm

C. 28.1 cm

D. 27.0 cm

Lời giải:

Dữ kiện: + Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có: $AB = 21$, $AC = 30$, $AA' = 13$ + Gán tọa độ: $A = (0, 0, 0)$, $B = (21, 0, 0)$, $C = (0, 3\sqrt{51}, 0)$, $B' = (21, 0, 13)$, $D' = (0, 3\sqrt{51}, 13)$ + Con kiến M bò từ B' đến A với tốc độ 1.1 cm/s + Con kiến N bò từ C đến D' với tốc độ 2.0 cm/s

Bước 1: Phương trình chuyển động

Con kiến M : Vector chỉ phương đường đi: $\overrightarrow{B'A} = (0, 0, 0) - (21, 0, 13) = (-21, 0, -13)$
Chiều dài đoạn $B'A$: $|\overrightarrow{B'A}| = \sqrt{21^2 + 13^2}$ Trong một giây con kiến tại M đi được $\frac{1.1}{\sqrt{610}}$ lần $\overrightarrow{B'A}$

Vị trí tại thời điểm t : $M(t) = (21, 0, 13) + t \cdot \frac{1.1}{\sqrt{610}} \cdot (-21, 0, -13)$

Con kiến N : Vị trí tại thời điểm t : $N(t) = (21, 3\sqrt{51}, 0) + t \cdot (0, 0, 2.0) = (21, 3\sqrt{51}, 2.0t)$

Bước 2: Tính khoảng cách giữa hai con kiến tại thời điểm t : $d(t) = \sqrt{(x_M(t) - x_N(t))^2 + (y_M(t) - y_N(t))^2 + (z_M(t) - z_N(t))^2}$

Bước 3: Tìm khoảng cách nhỏ nhất: $t^* \approx 6.50$, $d_{\min} = 26.4 \text{ cm}$