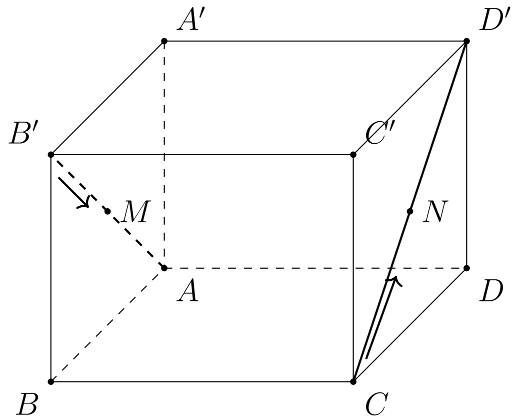
Bài toán cực trị hình học

Tự động sinh đề

Ngày 24 tháng 7 năm 2025

Bài toán: Cho một hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có độ dài $AB = 19, AC = 26, AA' = 18$ như hình vẽ. Ở cùng một thời điểm hai con kiến coi như bò chuyển động thẳng đều, con kiến M bò từ B' đến điểm A với tốc độ 2.5 cm/s và con kiến N bò từ C đến D' với tốc độ bằng 2.1 cm/s. Hãy tính khoảng cách nhỏ nhất giữa hai con kiến theo đơn vị centimet (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Lời giải:

Dữ kiện:

+ Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có:

$$AB = 19, \quad AC = 26, \quad AA' = 18$$

+ Gán tọa độ:

$$A = (0,0,0), \quad B = (19,0,0), \quad C = (0,18,0), \quad B' = (19,0,18), \quad D' = (0,18,18)$$

+ Con kiến M bò từ B' đến A với tốc độ $2.5\,\text{cm/s}$ + Con kiến N bò từ C đến D' với tốc độ $2.1\,\text{cm/s}$

Bước 1: Phương trình chuyển động

Con kiến M:

Vector chỉ phương đường đi:

$$\overrightarrow{B'A} = (0,0,0) - (19,0,18) = (-19,0,-18)$$

Chiều dài đoạn $B'A$:

$$|\overrightarrow{B'A}| = \sqrt{19^2 + 18^2} = \sqrt{361 + 324} = \sqrt{685}$$

Trong một giây con kiến tại M đi được $\frac{2.5}{\sqrt{685}}$ lần $\overrightarrow{B'A}$

Véctơ vận tốc của con kiến tại M là:

$$\overrightarrow{v}_M = \frac{2.5}{\sqrt{685}} \cdot (-19, 0, -18)$$

Vị trí tại thời điểm t:

$$M(t) = (19, 0, 18) + t \cdot \frac{2.5}{\sqrt{685}} \cdot (-19, 0, -18) = \left(19 - \frac{1.8t}{\sqrt{685}},\ 0,\ 18 - \frac{1.7t}{\sqrt{685}}\right)$$

Con kiến N: Làm tương tự ta có
Vị trí tại thời điểm t:

$$N(t) = (0, 18, 0) + t \cdot (0, 0, 2.1) = (0, 18, 2.1t)$$

Bước 2: Tính khoảng cách giữa hai con kiến tại thời điểm t

$$d(t) = \sqrt{\left(19 - \frac{1.8t}{\sqrt{685}}\right)^2 + 315 + \left(18 - \frac{1.7t}{\sqrt{685}} - 2.1t\right)^2}$$

Bước 3: Tìm khoảng cách nhỏ nhất
$d'(t) = 0 \Leftrightarrow t \approx 5.77 \Rightarrow d_{min} = 20.1cm$