Phân tích độ phức tạp thuật toán không đệ quy

Nhóm 14

Câu 1.

a) Output:tổng bình phương của các giá trị từ 1 đến N

b) Basic operation của thuật toán : i*i

c) Số lần thực thi basic operation:

Thuật toán chỉ lặp từ 1 đến n. Do đó không cần phân biệt trường hợp xấu nhất,tốt nhất và trung bình

$$C(n) = \sum_{1}^{n} 1 = n \in \Theta(n)$$

d) lớp hiệu năng của thuật toán: linear

e) có thể cải thiện thuật toán dựa trên công thức toán học:

$$1^2 + 2^2 + ... + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Algorithm math(n)

$S \leftarrow (n*(n+1)*(2n+1))/6$

Return S

Thuật toán chỉ có phép gán, cộng, nhân chia nên:

$C(n) = 1 \in \Theta(1)$

Nên lớp hiệu năng của thuật toán: constant

Câu 2.

a)Output: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của mảng

b) Basic operation của thuật toán: A[i]<minval và A[i]>maxval

c) Số lần thực thi basic operation:

Thuật toán chỉ lặp từ 1 đến n-1. Do đó không cần phân biệt trường hợp xấu nhất,tốt nhất và trung bình

$C(n) = \sum_{1}^{n-1} 2 = 2(n-1) = 2n - 2 \in \Theta(n)$

d)lớp hiệu năng của thuật toán: linear

e) thuật toán là tối ưu vì phải xét hết các phần tử trong mảng để tìm ra hiệu lớn nhất tồn tại trong mảng

Câu 3.

a) Output của bài toán là xuất ra true nếu ma trận A đối xứng, và xuất ra false nếu ma trận A không đối xứng.

b) Basic operation của thuật toán là $A[i,j] \neq A[j,i]$

c)

$$C_{worst}(n) = \sum_{i=0}^{n-2} \sum_{j=i+1}^{n-1} 1 = \sum_{i=0}^{n-2} [(n-1) - (i+2) + 1] = \sum_{i=0}^{n-2} (n - 1 - i)$$

$$= (n-1) + (n-2) + \cdots + 1 = \frac{(n-1)n}{2} \approx \frac{1}{2} n^2$$

d) $\frac{1}{2} n^2 \in \Theta(n^2) => \textit{Thuật toán thuộc lớp Quadratic}$

e) Thuật toán là tối ưu vì mọi thuật toán giải quyết vấn đề này đều phải so sánh toàn bộ trong trường hợp tệ nhất là (n-1)n/2 phần tử từ nửa tam giác trên của ma trận tới nửa tam giác dưới. Đây cũng là điều giải thuật này đang làm.

Câu 4.

a)

$$C_{worst}(n) = \sum_{i=0}^{n-2} \sum_{j=i+1}^{n-1} \sum_{i}^{n} 1 = \sum_{i=0}^{n-2} \sum_{j=i+1}^{n-1} \sum_{i}^{n} 1 = \sum_{i=0}^{n-2} \sum_{j=i+1}^{n-1} (n - j + 1)$$

$$\sum_{i=0}^{n-2} (n - i + 1)[n - 1 - (i+1) + 1] = \sum_{i=0}^{n-2} (n - 1 + 1)(n - i - 1)$$

$$= (n+1)(n-1) + n(n-2) + 3 * 1$$

$$= \sum_{j=1}^{n-1}(j+2)j = \sum_{j=1}^{n-1} j^2 + \sum_{j=1}^{n-1} 2j = \frac{(n-1)n(2n+5)}{6} + 2.\frac{(n-1)n}{2}$$

$$= \frac{n(n-1)(2n+5)}{6} \approx \frac{1}{3}n^3$$

$\frac{1}{3}n^3 \in \Theta(n^3) => \textit{Thuật toán thuộc lớp Cubic}$

b) Thuật toán kém hiệu quả do phép chia A[j,i] / A[i,i] ở dòng lệnh cuối, do biến k được lặp không thay đổi kết quả của phép chia trên. Do đó phép chia này nên được tính một lần trước khi tham gia vào vòng lặp như $temp \leftarrow \mathrm{A[j,i]\ /\ A[i,i]}$ sau đó thay thế biến temp vào dòng lệnh cuối.