

PHÂN TÍCH ĐỘ PHỨC TẠP CỦA THUẬT TOÁN KHÔNG ĐỆ QUY

NHÓM 10:

- Trần Nhật Anh – 21521841
- Phan Thị Ngọc Trinh – 21522720
- Nguyễn Như Hà – 21522028

Bài 1:

ALGORITHM *Mystery(n)*

```
//Input: A nonnegative integer  $n$   
 $S \leftarrow 0$   
for  $i \leftarrow 1$  to  $n$  do  
     $S \leftarrow S + i * i$   
return  $S$ 
```

- Output của thuật toán này là tổng bình phương các số từ 1 đến n : $S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$.
- Basic operation của thuật toán này là phép bình phương i^2 .
- Trong mỗi vòng lặp có n phép tính i^2 , vậy $C(n) = n$.
- Lớp hiệu năng của thuật toán là $\Theta(n)$.
- Đề xuất một thuật toán tốt hơn là dùng công thức $S = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. Thuật toán này có lớp hiệu năng là $\Theta(1)$.

Bài 2:

ALGORITHM *Secret(A[0..n - 1])*

```
//Input: An array  $A[0..n - 1]$  of  $n$  real numbers  
 $minval \leftarrow A[0]$ ;  $maxval \leftarrow A[0]$   
for  $i \leftarrow 1$  to  $n - 1$  do  
    if  $A[i] < minval$   
         $minval \leftarrow A[i]$   
    if  $A[i] > maxval$   
         $maxval \leftarrow A[i]$   
return  $maxval - minval$ 
```

- Trả về giá trị của hiệu giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trong mảng
- Basic operation gồm 2 phép so sánh ($A[i] < minval$) và ($A[i] > maxval$)
- Thuật toán lặp từ chỉ số 1 đến chỉ số cuối của mảng nên $C(n) = 2(n - 1)$
- Lớp hiệu năng của thuật toán: $\Theta(n)$
- Không có thuật toán tối ưu hơn

Bài 3:

ALGORITHM *Enigma*($A[0..n-1, 0..n-1]$)

```
//Input: A matrix  $A[0..n-1, 0..n-1]$  of real numbers
for  $i \leftarrow 0$  to  $n-2$  do
    for  $j \leftarrow i+1$  to  $n-1$  do
        if  $A[i, j] \neq A[j, i]$ 
            return false
return true
```

- a) Output thuật toán: kiểm tra ma trận nhập vào có phải ma trận đối xứng không. Trả về false nếu không đối xứng ngược lại true.
- b) Basic operation của thuật toán: phép so sánh trong lệnh If.
- c) Số lần thực thi basic operation:
$$C(n) = \sum_{i=0}^{n-2} \sum_{j=i+1}^{n-1} 1 = (n-1) + (n-2) + \dots + 1 = \frac{n(n-1)}{2}$$
- d) Lớp hiệu năng của thuật toán là $\Theta(n^2)$
- e) Cải thiện hoặc đề xuất một thuật toán tốt hơn và xác định lớp hiệu năng: không có.

Bài 4:

ALGORITHM *GE*($A[0..n-1, 0..n]$)

```
//Input: An  $n \times (n+1)$  matrix  $A[0..n-1, 0..n]$  of real numbers
for  $i \leftarrow 0$  to  $n-2$  do
    for  $j \leftarrow i+1$  to  $n-1$  do
        for  $k \leftarrow i$  to  $n$  do
             $A[j, k] \leftarrow A[j, k] - A[i, k] * A[j, i] / A[i, i]$ 
```

- a) Lớp hiệu năng của thuật toán là $O(n^3)$ do có 3 vòng lặp for.
- b) Ở vòng lặp trong cùng, việc tính giá trị $\frac{A[j,i]}{A[i,i]}$ được lặp lại liên tục trong khi giá trị này không đổi trong vòng lặp k. Hơn nữa, chưa có cách kiểm chứng giá trị của $A[i,i]$ có khác 0 không.
Để tối ưu thuật toán ta gán giá trị $\frac{A[j,i]}{A[i,i]}$ bằng một biến temp để ở ngoài vòng lặp k, đồng thời kiểm tra giá trị $A[i,i]$ có khác 0 không rồi mới thực hiện tính và gán giá trị temp.

if ($A[i,i] \neq 0$)

temp $\leftarrow \frac{A[j,i]}{A[i,i]}$

for k $\leftarrow i$ to n do

$A[j,k] \leftarrow A[j,k] - A[i,k] / \text{temp}$