Laboratorium 9

Piotr Witek

19 maja 2021

1 Zadania

Tematem zadania będzie obliczanie metodami Monte Carlo całki funkcji x^2 oraz $1/sqrt(x)$ w przedziale (0,1). Proszę dla obydwu funkcji:

1.1 Napisać funkcję liczącą całkę metodą "hit-and-miss". Czy będzie ona dobrze działać dla funkcji $1/sqrt(x)$?

Funkcję liczącą całkę metodą Monte Carlo napisałem w języku Python. Jej kod to:

```
def monteCarlo(N):
x = np.random.uniform(low = 0, high = 1, size = [N, 1])
y = np.random.uniform(low = 0, high = 1, size = [N, 1])

smaller_bool = x**2 > y
# smaller_bool = 1/math.sqrt(x) > y

approx = np.sum(smaller_bool)/N
```

Następnie, zarówno dla funkcji x^2 oraz $1/sqrt(x)$ wykonałem napisaną wyżej funkcję. Okazuje się, że metoda 'hit and miss' nie działa dobrze dla drugiej funkcji. Podejrzewam, że wynika to z faktu iż funkcja ta ma granicę dążącą do nieskończoności przy $0+$.

1.2 Policzyć całkę przy użyciu napisanej funkcji. Jak zmienia się błąd wraz ze wzrostem liczby podprzedziałów? Narysować wykres tej zależności przy pomocy Gnuplota. Przydatne będzie skala logarytmiczna.

Następnie wykonałem funkcję całkującą dla funkcji x^2 dla wartości podprzedziałów z tablicy poniżej:

```
[5, 10, 50, 100, 500, 1000, 5000, 10000, 50000, 100000, 500000, 1000000]
```

Wyniki programu kształtują się w sposób następujący:

```
0.4
0.3
0.42
0.39
```

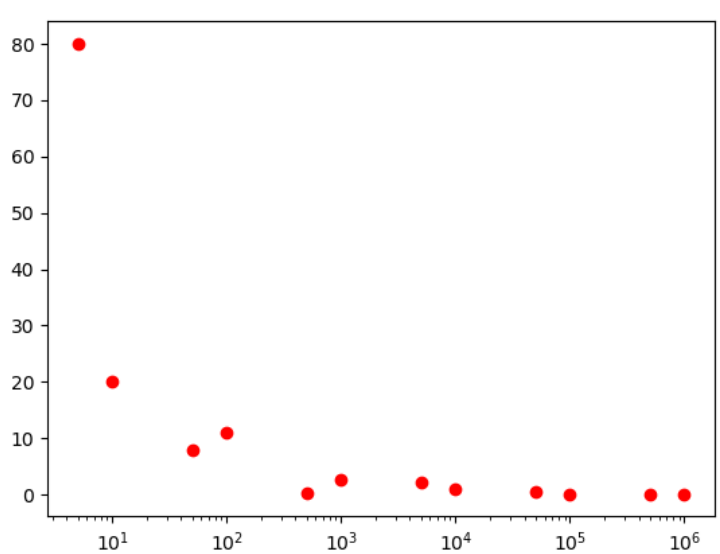
```
0.322
0.335
0.3428
0.3345
0.3281
0.33468
0.33251
0.334158
```

Znając faktyczną wartość calki na przedziale (0,1) wynoszącą 1/3, zauważam, że wraz z wzrostem liczby próbek, dokładność wyników zwiększa się. Warto zwrócić jednak uwagę, że ciągłe zwiększanie liczby N - liczby popdprzedziałów, nie ma większego sensu. Generator liczb pseudolosowych ma skończonie wiele liczb w cyklu.

Do pliku data.txt zapisałem wyniki działań funkcji w formacie (N - liczba podprzedziałów, sigma - błąd wyrażony w procentach). Uzyskane wyniki prezentują się następująco:

```
5 80.0
10 20.00000000000001
50 8.000000000000002
100 11.000000000000004
500 0.20000000000001128
1000 2.6000000000000134
5000 2.2600000000000007
10000 1.0599999999999998
50000 0.39999999999998925
100000 0.08600000000001384
500000 0.10479999999999379
1000000 0.07789999999999742
```

Następnie wykonałem wykres zależności N do sigma. Który prezentuje się w taki sposób:



Można łatwo zauważyć, że błędy całkowania wraz ze wzrostem N - liczby podprzedziałów, maleją odwrotnie proporcjonalnie do pierwiastka z liczby próbek, czyli $1/sqrt(N)$

2 Bibliografia

1. `https://www.gnu.org/software/gsl/doc/html/montecarlo.html`
2. `https://mathworld.wolfram.com/MonteCarloMethod.htmle`
3. `https://www.taygeta.com/rwalks/node3.html`