

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ЖУРНАЛ
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ
И
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ
ФИЗИКИ

Том 95

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

МОСКВА · 1989

СПИНОВОЕ СТЕКЛО В ДВУХПОДРЕШЕТОЧНОЙ МОДЕЛИ

Май Суан Ли

Выведен суперсимметричный эффективный лагранжиан, позволяющий изучать неэргодичность системы с двумя неэквивалентными подрешетками. В приближении молекулярного поля получены уравнения для восприимчивостей и параметров порядка подрешеток на макро- и микроскопических временах. Показано, что благодаря взаимодействию двух параметров порядка Эдвардса – Андерсона может возникать тетракритическая точка на линиях неустойчивости де Альмейда – Таулесса. Получен критерий существования этой точки. Подробно исследовано поведение системы в неэргодичном состоянии. Выяснено, что фрустрация внутриподрешеточного взаимодействия стимулирует фазу спинового стекла.

1. Введение

Проблема спинового стекла (СС) привлекает к себе большое внимание. Это обусловлено обнаружением ряда необычных свойств, связанных с неэргодичностью системы [1]. К настоящему моменту большинство теоретических исследований относится к одноподрешеточной модели с бесконечным радиусом взаимодействия Шеррингтона – Киркпатрика (ШК) [2]. Имеются также интересные работы по СС с конечным радиусом взаимодействия [3–6]. С другой стороны, появились экспериментальные работы, посвященные сложным фрустрированным магнетикам (см., например, [7]).

Двухподрешеточный вариант СС был впервые рассмотрен методом реплик в теоретических работах [8, 9], где получены некоторые существенно новые по сравнению с одноподрешеточным случаем результаты. Однако подрешетки в принятой там модели считались эквивалентными.

В настоящей работе изучается модель СС с двумя неэквивалентными подрешетками. На основе динамических уравнений и идеи суперсимметрии выведен эффективный лагранжиан, позволяющий исследовать неэргодичность системы. Методом, развитым в [10], получены уравнения для восприимчивостей, функций необратимого отклика и параметров порядка двух спиновых подсистем. Показано, что взаимодействие двух параметров порядка подрешеток приводит к интересному результату: возможности возникновения тетракритической точки на линиях особенности де Альмейда – Таулесса (АТ). Такое явление, по-видимому, имеет аналог в обычной теории фазовых переходов, где было установлено, что взаимодействие двух параметров порядка может привести к появлению тетракритической точки [11]. В пределе сильной фрустрации межподрешеточного взаимодействия найден критерий существования этой точки. Для различных параметров теории вычислена температура замерзания. В качестве примера построены графики температурной зависимости для восприимчивостей и параметров Эдвардса – Андерсона (ЭА) в двух случаях и установлено, что неравновесные восприимчивости подрешеток довольно слабо зависят от температуры. Как и в одноподрешеточном случае, температура перехода парамагнетик – СС в нашей модели уменьшается с ростом магнитного поля по известному закону «две третьих» [12]. Оценены значения внешнего магнитного поля, при котором фаза СС полностью подавляется. Выяснено, что фрустрация внутриподрешеточного взаимодействия стимулирует существование СС.

2. Модель и основные уравнения

Выберем мягкую изинговскую модель СС с двумя неэквивалентными подсистемами. Тогда гамильтониан системы имеет вид

$$\begin{aligned} H &= H_0 + H_{int}, \\ H_0 &= - \sum_{\alpha=1,2} \sum_{i,k} J_{\alpha ik} m_{\alpha i} m_{\alpha k} - \sum_{\alpha,i} m_{\alpha i} h_{\alpha i} + \sum_{\alpha,i} U_{\alpha}(m_{\alpha i}), \\ H_{int} &= - \sum_{i,k} J_{ik} m_{1i} m_{2k}, \quad U_{\alpha}(m_{\alpha i}) = m_{\alpha i}^2 / 2b_{\alpha} + u_{\alpha} m_{\alpha i}^4 / 8, \end{aligned} \quad (1)$$

где индекс α нумерует подрешетки, $m_{\alpha i}$ — классические поля, $J_{\alpha ik}$ и J_{ik} — внутри- и межподрешеточный обменные интегралы, $h_{\alpha i}$ — локальные магнитные поля. Будем рассматривать случай «идеального» СС со случайными магнитными полями, т. е.

$$\langle J_{\alpha ik} \rangle = \langle J_{ik} \rangle = 0, \quad \langle h_{\alpha i} \rangle = 0, \quad (2)$$

$$\langle J_{\alpha ik}^2 \rangle = I_{\alpha ik}, \quad \langle J_{ik}^2 \rangle = I_{ik}, \quad \langle h_{\alpha i}^2 \rangle = h_{\alpha i}^2.$$

Здесь величины $J_{\alpha ik}$, J_{ik} и $h_{\alpha i}$ предполагаются распределенными по Гауссу. Уравнения динамики в нашем случае имеют стандартный вид уравнений Ланжевена со случайными силами $\varepsilon_{\alpha i}(t)$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Gamma_{\alpha} T} \frac{\partial m_{\alpha i}}{\partial t} &= - \frac{1}{T} \frac{\partial H}{\partial m_{\alpha i}} + \varepsilon_{\alpha i}(t), \\ \langle \varepsilon_{\alpha i}(t) \varepsilon_{\beta j}(t') \rangle &= \frac{2}{\Gamma_{\alpha} T} \delta_{\alpha \beta} \delta_{ij} \delta(t-t'), \end{aligned} \quad (3)$$

где Γ_{α}^{-1} — затраченное время релаксации.

Для усреднения (3) можно использовать, например, изложенную в [13] диаграммную технику. Здесь нам более удобно провести рассмотрение с помощью некоторого эффективного лагранжиана, который может быть получен на основе идеи суперсимметрии. Введем суперполя [10]

$$\Phi_{\alpha i}(t) = m_{\alpha i}(t) + [\theta_{\alpha} \eta_{\alpha i}(t) + \eta_{\alpha i}^*(t) \theta_{\alpha}] - \theta_{\alpha} \theta_{\alpha} \varphi_{\alpha i}(t), \quad (4)$$

где θ_{α} , θ_{α}^* — суперсимметричные координаты, $\eta_{\alpha i}$, $\eta_{\alpha i}^*$ и $\varphi_{\alpha i}$ являются соответственно антикоммутирующими и коммутирующими переменными. Используя (1)–(4), можно получить в приближении среднего поля следующий эффективный лагранжиан:

$$\begin{aligned} L_{eff} &= L_1 + L_2, \\ L_1 &= \iint dt dt' \iint d\theta_1 \cdot d\theta_1 d\xi_1 \cdot d\xi_1 \left\{ -\frac{1}{2\Gamma_1 T} \sum_i P(\theta_1, \xi_1) \cdot \right. \\ &\quad \left. \left[\Phi_{1i}(\theta_1, t) \frac{\partial \Phi_{1i}(\xi_1, t)}{\partial t} + 2\Phi_{1i}(\theta_1, t) \Phi_{1i}(\xi_1, t') \right] \delta(t-t') - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2T^2} [h_1^2 + 4I_1 G_1(\theta_1, \xi_1, t-t') + 4I_0 G_2(\theta_1, \xi_1, t-t')] \cdot \right. \\ &\quad \left. \sum_i \Phi_{1i}(\theta_1, t) \Phi_{1i}(\xi_1, t') + \frac{1}{T} \sum_i U_i[\Phi_{1i}(t)] \delta(t-t') \delta(\theta_1 - \xi_1) \right\}, \\ P(\theta, \xi) &= -(\theta^* - \xi^*)(\theta + \xi), \quad \delta(\theta - \xi) = -(\theta^* - \xi^*)(\theta - \xi), \quad (5) \\ I_{\alpha} &= \sum_k I_{\alpha ik}, \quad I_0 = \sum_k I_{ik}. \end{aligned}$$

Второе слагаемое, L_2 , получается из L_1 перестановкой индексов 1 \leftrightarrow 2, поэтому все приведенные ниже уравнения будут симметричны относительно этой перестановки. Поскольку в рассматриваемом приближении лагранжиан L_{eff} является одноузельным, достаточно ограничиться одной подрешеткой, а влияние второй учитывается членом, содержащим I_0 в (5). Фигурирующая в эффективном лагранжиане корреляционная функция G_α имеет вид

$$G_\alpha(0, \xi, t-t') = \langle \Phi_{\alpha i}(0, t) \Phi_{\alpha i}(\xi, t') \rangle, \quad (6)$$

где усреднение проводится по лагранжиану (5). Из (1) и (5) видно, что можно развить стандартную теорию возмущений по члену Φ^4 .

Следуя [10], получим систему уравнений для спинового коррелятора D_α , запаздывающей и опережающей функции Грина G_α^\pm :

$$\begin{aligned} (G_1^\pm)^{-1} - S_1^\pm + \frac{4I_1}{T^2} G_1^\pm + \frac{4I_0}{T^2} G_2^\pm &= 0, \\ (G_2^\pm)^{-1} - S_2^\pm + \frac{4I_2}{T^2} G_2^\pm + \frac{4I_0}{T^2} G_1^\pm &= 0, \\ D_1 = -\left[\left(1 - \frac{4I_1}{T^2} G_1^- G_1^+ \right) \left(1 - \frac{4I_2}{T^2} G_2^- G_2^+ \right) - \left(\frac{4I_0}{T^2} \right)^2 G_1^- G_1^+ G_2^- G_2^+ \right]^{-1} \cdot \\ &\cdot \left[B_1 G_1^- G_1^+ + \frac{4}{T^2} (I_0 B_2 - I_2 B_1) G_1^- G_1^+ G_2^- G_2^+ \right], \\ D_2 = -\left[\left(1 - \frac{4I_1}{T^2} G_2^- G_1^+ \right) \left(1 - \frac{4I_2}{T^2} G_2^- G_2^+ \right) - \left(\frac{4I_0}{T^2} \right)^2 G_1^- G_1^+ G_2^- G_2^+ \right]^{-1} \cdot \\ &\cdot \left[B_2 G_2^- G_2^+ + \frac{4}{T^2} (I_0 B_1 - I_1 B_2) G_2^- G_2^+ G_1^- G_1^+ \right], \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$S_\alpha^\pm = \frac{1}{T} \left(\frac{1}{b_\alpha} \pm \frac{i\omega}{\Gamma_\alpha} \right) - \Sigma_\alpha^\pm, \quad (8)$$

$$B_\alpha = -\frac{2}{\Gamma_\alpha T} - \sigma_\alpha. \quad (9)$$

В первом порядке теории возмущений особенность АТ не возникает, поэтому необходимо учесть второй порядок по константам ангармонизма α_1 и α_2 . Тогда собственно-энергетические части Σ_α^\pm и σ_α приобретают вид

$$\begin{aligned} \Sigma_\alpha^\pm &= -\frac{3u_\alpha}{2} G^\pm(\omega=0) + \frac{9u_\alpha^2}{2T^2} \iint \frac{d\omega_1 d\omega_2}{(2\pi)^2} G_\alpha^\pm(\omega-\omega_1-\omega_2) D_\alpha(\omega_1) D_\alpha(\omega_2), \\ \sigma_\alpha(\omega) &= \frac{3u_\alpha^2}{2T^2} \iint \frac{d\omega_1 d\omega_2}{(2\pi)^2} D_\alpha(\omega-\omega_1-\omega_2) D_\alpha(\omega_1) D_\alpha(\omega_2). \end{aligned} \quad (10)$$

Уравнения (7)–(10) являются основными уравнениями нашей теории.

В неэргодичном состоянии возникает разница между равновесной (усредненной по Гиббсу) $\chi_{\alpha 0}$ и неравновесной (усредненной по времени) χ_α восприимчивостями, которая определяется функцией необратимого отклика (или параметром Зоммерса [14]):

$$\Delta_\alpha = T(\chi_{\alpha 0} - \chi_\alpha) = G_\alpha^-(\omega=0) - g_\alpha, \quad g_\alpha = \lim_{\omega \rightarrow 0} G_\alpha^-(\omega). \quad (11)$$

Очевидно, функция Δ служит мерой неэргодичности.

В невырожденной фазе ($\Delta_\alpha=0$) нетрудно получить систему уравнений типа ШК [2] для g_1, g_2 и параметров ЭЛ q_1, q_2 :

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{4I_1}{T^2} g_1^2\right) q_1 &= \left(\frac{h_1^2}{T^2} + \frac{3u_1^2}{2T^2} q_1^2\right) q_1^2 + \frac{4I_0}{T^2} g_1^2 q_2, \\ \left(1 - \frac{4I_2}{T^2} g_2^2\right) q_2 &= \left(\frac{h_2^2}{T^2} + \frac{3u_2^2}{2T^2} q_2^2\right) g_2^2 + \frac{4I_0}{T^2} g_2^2 q_1, \\ \left(\frac{1}{b_1 T} - \beta_1\right) g_1 - \frac{4I_1}{T^2} g_1^2 - \frac{4I_0}{T^2} g_1 g_2 - 1 &= 0, \\ \left(\frac{1}{b_2 T} - \beta_2\right) g_2 - \frac{4I_2}{T^2} g_2^2 - \frac{4I_0}{T^2} g_1 g_2 - 1 &= 0, \\ \beta_\alpha &= -\frac{3u_\alpha}{2} (g_\alpha + q_\alpha) + \frac{9u_\alpha^2}{2T^2} \left(q_\alpha^2 g_\alpha + q_\alpha g_\alpha^2 + \frac{g_\alpha^3}{3}\right). \end{aligned} \quad (12)$$

Точка фазового перехода в фазу СС определяется полюсом $D_\alpha(\omega)$ при $\omega \rightarrow 0$ (время релаксации обращается в бесконечность). Это дает следующее уравнение для линии особенности АТ:

$$\left[1 - \left(\frac{4I_1}{T^2} + \frac{9u_1^2}{2T^2} q_1^2\right) g_1^2\right] \left[1 - \left(\frac{4I_2}{T^2} + \frac{9u_2^2}{2T^2} q_2^2\right) g_2^2\right] - \left(\frac{4I_0}{T^2} g_1 g_2\right)^2 = 0. \quad (13)$$

При получении уравнений для вырожденной фазы ($\Delta_\alpha \neq 0$) воспользуемся гипотезой Сомполицкого [15], позволяющей написать

$$\begin{aligned} D_\alpha(\omega) &= D_{\alpha 0}(\omega) + D_{\alpha s}(\omega), \quad G_{\alpha^-}(\omega) = G_{\alpha 0^-}(\omega) + G_{\alpha s^-}(\omega), \\ D_{\alpha s}(\omega) &= \sum_{j=0}^k \frac{2q_{\alpha j}' \Gamma_{\alpha j}}{\omega^2 + \Gamma_{\alpha j}^2}, \quad G_{\alpha s^-}(\omega) = - \sum_{j=0}^k \frac{i \Delta_{\alpha j}' \Gamma_{\alpha j}}{\omega + i \Gamma_{\alpha j}}, \\ \Delta_{\alpha i} &= - \sum_{j=i}^k \Delta_{\alpha j}', \quad q_{\alpha i} = \sum_{j=0}^i q_{\alpha j}', \quad \Gamma_i \rightarrow 0, \quad \frac{\Gamma_i}{\Gamma_{i+1}} \rightarrow 0, \end{aligned} \quad (14)$$

где $D_{\alpha 0}(\omega)$ и $G_{\alpha 0^-}(\omega)$ удовлетворяют обычной флюктуационно-диссипативной теореме. После подстановки (14) в (17)–(10) получатся некоторые уравнения для $\Delta_{\alpha i}$ и $q_{\alpha i}$. В пределе $k \rightarrow \infty$ величина i/k станет непрерывной переменной x , меняющейся на интервале $[0, 1]$, а $\Delta_{\alpha i}$ и $q_{\alpha i}$ перейдут в функции $\Delta_\alpha(x)$ и $q_\alpha(x)$. Функция $q(x)$ называется параметром Паризи [16]. Опуская детали вычислений, приводим конечный результат:

$$\begin{aligned} \left[1 - \left(\frac{4I_1}{T^2} + \frac{3u_1^2}{2T^2} q_{10}^2\right) (\Delta_1 + q_1)^2\right] q_{10} - \frac{4I_0}{T^2} (\Delta_1 + g_1)^2 q_{20} &= \frac{h_1^2}{T^2} (\Delta_1 + g_1)^2, \\ \left[1 - \left(\frac{4I_2}{T^2} + \frac{3u_2^2}{2T^2} q_{20}^2\right) (\Delta_2 + g_2)^2\right] q_{20} - \frac{4I_0}{T^2} (\Delta_2 + g_2)^2 q_{10} &= \frac{h_2^2}{T^2} (\Delta_2 + g_2)^2, \\ \left\{ \left[1 - \left(\frac{4I_1}{T^2} + \frac{9u_1^2}{2T^2} q_1^2(x)\right) (\Delta_1(x) + g_1)^2\right] \left[1 - \left(\frac{4I_2}{T^2} + \frac{9u_2^2}{2T^2} q_2^2(x)\right) \right. \right. \\ \cdot (\Delta_2(x) + g_2)^2 \left. \right] - \left(\frac{4I_0}{T^2}\right)^2 (\Delta_1(x) + g_1)^2 (\Delta_2(x) + g_2)^2 \} q_{\alpha}'(x) &= 0, \\ \left\{ \left[1 - \left(\frac{4I_1}{T^2} + \frac{9u_1^2}{2T^2} q_1^2(x)\right) (\Delta_1(x) + g_1)^2\right] \left[1 - \left(\frac{4I_2}{T^2} + \frac{9u_2^2}{2T^2} q_2^2(x)\right) \right. \right. \\ \cdot (\Delta_2(x) + g_2)^2 \left. \right] - \left(\frac{4I_0}{T^2}\right)^2 (\Delta_1(x) + g_1)^2 (\Delta_2(x) + g_2)^2 \} \Delta_{\alpha}'(x) &= 0, \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} q_{\alpha 0} &= q_{\alpha}(x=0), \quad q_{\alpha} = q_{\alpha}(x=1), \\ \Delta_{\alpha}(x=1) &= 0, \quad \Delta_{\alpha} = \Delta_{\alpha}(x=0), \end{aligned} \quad (17)$$

Нетрудно заметить, что q_{α} и $q_{\alpha 0}$ являются параметром ЭА на микро- и макроскопических частотах. В рамках данного подхода определяются не сами функции $q_{\alpha}(x)$ и $\Delta_{\alpha}(x)$, а лишь их граничные значения [10]. В области особенности АТ, где $q_{\alpha}'(x)$ и $\Delta_{\alpha}'(x)$ отличны от нуля, два уравнения (16) совпадают. В этом случае стоящее в фигурных скобках выражение обращается в нуль. При $x=1$ это дает условие (13), а при $x=0$ имеем

$$\left[1 - \left(\frac{4I_1}{T^2} + \frac{9u_1^2}{2T^2} q_{10}^2 \right) (\Delta_1 + g_1)^2 \right] \left[1 - \left(\frac{4I_2}{T^2} + \frac{9u_2^2}{2T^2} q_{20}^2 \right) (\Delta_2 + g_2)^2 \right] - \left[\frac{4I_0}{T^2} (\Delta_1 + g_1) (\Delta_2 + g_2) \right]^2 = 0. \quad (18)$$

из (13) и (18) следует, что на линии особенности АТ имеем $q_{\alpha}=q_{\alpha 0}$ и $\Delta_{\alpha}=0$.

Интересно отметить, что факт обращения в нуль параметров Δ_{α} на линии особенности АТ может быть доказан путем прямого вывода уравнений Зоммерса для нашей модели. Во втором порядке теории возмущений эти уравнения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{g_1}{\Delta_1 + g_1} - \left(\frac{1}{b_1 T} - \beta_1 \right) g_1 + \frac{4I_1}{T^2} g_1^2 + \frac{4I_0}{T^2} g_1 (g_2 + \Delta_2) + \\ + \left(\frac{4I_1}{T^2} + \frac{9u_1^2}{2T^2} q_1^2 \right) \Delta_1 g_1 = 0, \\ \frac{g_2}{\Delta_2 + g_2} - \left(\frac{1}{b_2 T} - \beta_2 \right) g_2 + \frac{4I_2 g_2^2}{T^2} + \frac{4I_0}{T^2} g_2 (g_1 + \Delta_1) + \\ + \left(\frac{4I_2}{T^2} + \frac{9u_2^2}{2T^2} q_2^2 \right) \Delta_2 g_2 = 0, \end{aligned} \quad (19)$$

где β_{α} определены в (12). С помощью (12) и (19) находим

$$\begin{aligned} \left[\frac{g_1}{g_1 + \Delta_1} - \left(\frac{4I_1}{T^2} + \frac{9u_1^2}{2T^2} q_1^2 \right) g_1^2 \right] \left[\frac{g_2}{g_2 + \Delta_2} - \left(\frac{4I_2}{T^2} + \frac{9u_2^2}{2T^2} q_2^2 \right) g_2^2 \right] - \\ - \left(\frac{4I_0}{T^2} g_1 g_2 \right)^2 = 0. \end{aligned} \quad (20)$$

Отсюда следует, что при соблюдении (13) величины Δ_1 и Δ_2 равны нулю.

3. Возможность существования тетракритической точки

Перейдем теперь к исследованию уравнений (12), (13), (15) и (18). С учетом двух первых уравнений (12) условие (13) переписывается в виде

$$(h_1^2 - 3u_1^2 q_1^3)(h_2^2 - 3u_2^2 q_2^3) + 4I_0 q_1 (h_1^2 - 3u_1^2 q_1^3) + 4I_0 q_2 (h_2^2 - 3u_2^2 q_2^3) = 0. \quad (21)$$

Будем считать, что параметр порядка ЭА q_{α} для каждой подрешетки определяется лишь своим локальным магнитным полем h_{α} . Тогда легко проверить, что условие (21) выполняется при

$$h_1^2 = 3u_1^2 q_1^3, \quad h_2^2 = 3u_2^2 q_2^3. \quad (22)$$

Из (12), (15), (22) и определения восприимчивостей (11) видно, что величины $q_{\alpha 0}$ и $\chi_{\alpha 0}$ не зависят от температуры, а q_{α} и χ_{α} — от h_{α} . Это

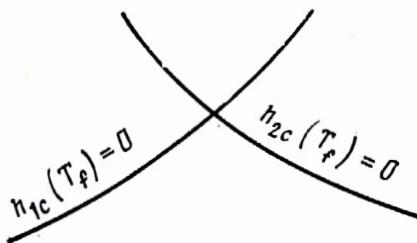


Рис. 1

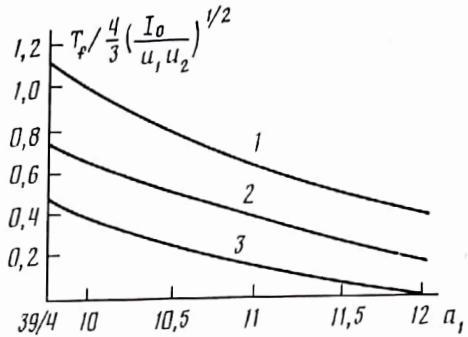


Рис. 2

Рис. 1. Появление тетракритической точки на линиях особенности АТ благодаря взаимодействию двух параметров порядка подрешеток

Рис. 2. Зависимость температуры замерзания от параметров a_1 и a_2 : 1 – $a_2=10$, 2 – $a_2=11$ и 3 – $a_2=12$

позволяет написать

$$q_\alpha(T, h) = q_{\alpha c}(T), \quad g_\alpha(T, h) = g_{\alpha c}(T), \quad (23)$$

где $q_{\alpha c}$ и $g_{\alpha c}$ – значения q_α и g_α на фазовых кривых $h_{\alpha c}(T)$. Шесть функций $q_{\alpha c}$, $g_{\alpha c}$ и $h_{\alpha c}$ определяются одновременным решением шести уравнений: (12) и (22). Однако мы не будем определять $h_{\alpha c}(T)$, а будем считать их известными функциями температуры [10]. Тогда из (12), (15) и (22) получим

$$\begin{aligned} q_{\alpha 0}^3 &= h_{\alpha c}^2 / 3 u_{\alpha c}^2, \quad \chi_{10}^2 = q_{10} (4 I_1 q_{10} + 4 I_0 q_{20} + 9 u_1^2 q_{10}^3 / 2)^{-1}, \\ \chi_{20}^2 &= q_{20} (4 I_2 q_{20} + 4 I_0 q_{10} + 9 u_2^2 q_{20}^3 / 2)^{-1}, \\ q_\alpha^3 &= h_{\alpha c}^2 / 3 u_{\alpha c}^2, \quad \chi_1^2 = q_1 (4 I_1 q_1 + 4 I_0 q_2 + 9 u_1^2 q_1^3 / 2)^{-1}, \\ \chi_2^2 &= q_2 (4 I_2 q_2 + 4 I_0 q_1 + 9 u_2^2 q_2^3 / 2)^{-1}. \end{aligned} \quad (24)$$

Последние соотношения вместе с (12) и (15) в принципе полностью решают задачу. Но решение этих уравнений в общем случае не может быть найдено аналитически. Поэтому ограничимся частными случаями.

Если внутриподрешеточное взаимодействие спинов гораздо больше межподрешеточного ($I_1, I_2 \gg I_0$), можно положить $I_0=0$. В этом случае все полученные выше уравнения распадаются на две независимые подсистемы. Для каждой подрешетки, как нетрудно показать, имеем результат одноподрешеточной модели [10]. В такой ситуации в эксперименте должны наблюдаться две точки перехода в СС (кривая восприимчивости имеет два излома).

Наиболее интересным представляется противоположный случай, когда фрустрация межподрешеточного взаимодействия является преобладающей ($I_0 \gg I_1, I_2$). Здесь возможна ситуация одновременного перехода в фазу СС в обеих подрешетках при некоторой температуре T_f . Эта точка является, очевидно, точкой пересечения двух кривых: $h_{1c}(T_f)=0$ и $h_{2c}(T_f)=0$. Иначе говоря, на линиях особенности АТ возникает тетракритическая точка, ниже которой параметры порядка двух подсистем отличны от нуля. Качественно это изображено на рис. 1.

При определении T_f положим сперва $I_1=I_2=0$. В данном приближении из (12) и (13) находим

$$T_f = \sqrt[4]{x_1 x_2 (I_0 / u_1 u_2)}, \quad (25)$$

где x_1 и x_2 являются решениями системы

$$\begin{aligned} x_1^4 - 3x_1^2 + 12 - a_1(x_1/x_2)^{1/2} &= 0, \\ x_2^4 - 3x_2^2 + 12 - a_2(x_2/x_1)^{1/2} &= 0. \end{aligned} \quad (26)$$

Здесь введены обозначения

$$\begin{aligned} x_\alpha &= (3u_\alpha/T_f)^{\frac{1}{2}}g_{\alpha f}, \quad a = 3b_1^{-1}(u_2/u_1 I_0^2)^{\frac{1}{2}}, \\ g_{\alpha f} &= g_\alpha(T=T_f). \end{aligned} \quad (27)$$

При произвольных a_1 и a_2 система (26) не имеет точных решений. Однако можно найти критерий существования ее положительных решений, т. е. критерий существования тетракритической точки. В приложении доказано, что тетракритическая точка возникает только при

$$39/4 \leq a_1 \leq 12, \quad 39/4 \leq a_2 \leq 12. \quad (28)$$

На рис. 2 показана зависимость температуры замерзания от параметров a_1 и a_2 . С ростом последних T_f , как нетрудно заметить, уменьшается. Это связано с тем, что при заданных константах амп гармонизма увеличение a_1 и a_2 эквивалентно уменьшению степени фрустрации (см. формулы (27)). Максимальное значение достигается при $a_1=a_2=39/4$ и равно

$$T_{f \max} = 2(I_0/u_1 u_2)^{\frac{1}{2}}. \quad (29)$$

Как будет видно из дальнейшего, (29) соответствует точке перехода в метастабильную фазу СС.

При $a_1=a_2=a$ система (26) решается точно ($x_1=x_2$) и мы имеем

$$\begin{aligned} g_{1f} &= \frac{I_0^{\frac{1}{2}}}{2u_1} \left(\frac{u_1}{u_2} \right)^{\frac{1}{2}} \varphi(a), \quad g_{2f} = \frac{I_0^{\frac{1}{2}}}{2u_2} \left(\frac{u_2}{u_1} \right)^{\frac{1}{2}} \varphi(a), \\ T_f &= \frac{2I_0}{3(u_1 u_2)^{\frac{1}{2}}} \varphi(a), \end{aligned} \quad (30)$$

$$\varphi(a) = 3 - (4a - 39)^{\frac{1}{2}}, \quad 0 \leq \varphi(a) \leq 3.$$

Рассмотрим случай, когда a_1 и a_2 мало отличаются друг от друга. Полагая $a_2=a_1+\varepsilon=a+\varepsilon$, $\varepsilon \ll 1$, получим в первом порядке по ε

$$\Delta T_f/T_f(\varepsilon=0) = -\varepsilon/\varphi(a) [3-\varphi(a)], \quad (31)$$

где ΔT_f — сдвиг температуры перехода по сравнению с $T_f(\varepsilon=0)$, определенной формулой (30). Знак «минус» в (31) означает уменьшение T_f с ростом a_α , что находится в согласии с приведенным выше общим выводом.

Вблизи T_f можно получить для всех величин общие формулы, выражающиеся точно через x_1 и x_2 . Но они слишком громоздки, и мы приводим лишь результат для случая $a_1=a_2$:

$$\begin{aligned} q_{\alpha 0} &= (h_\alpha^2/3u_\alpha^2)^{\frac{1}{2}}, \quad h_{\alpha c} = 3^{\frac{1}{2}}u_\alpha(g_{\alpha f}|\tau|)^{\frac{1}{2}}, \\ q_\alpha = q_{\alpha c} &= (h_{\alpha c}^2/3u_\alpha^2)^{\frac{1}{2}} = g_{\alpha f}|\tau|, \quad |\tau| = |(T-T_f)/T_f| \ll 1, \\ \chi_{10} &= \frac{1}{2(I_0 q_{20}/q_{10})^{\frac{1}{2}}} \left[1 - \frac{9u_1^2 q_{10}^3}{16I_0 q_{20}} \right], \quad \chi_1 = \frac{1}{2(I_0 q_2/q_1)^{\frac{1}{2}}} \left[1 - \frac{9u_1^2 q_1^3}{16I_0 a_2} \right], \\ \chi_{20} &= \frac{1}{2(I_0 q_{10}/q_{20})^{\frac{1}{2}}} \left[1 - \frac{9u_2^2 q_{20}^3}{16I_0 q_{10}} \right], \quad \chi_2 = \frac{1}{2(I_0 q_1/q_2)^{\frac{1}{2}}} \left[1 - \frac{9u_2^2 q_2^3}{16I_0 q_1} \right], \\ \frac{\Delta_1}{T} &= \frac{9u_1^2 q_{1c}^2}{32(I_0 u_1/u_2)^{\frac{1}{2}}} \left[1 - \left(\frac{h_1}{h_{1c}} \right)^{\frac{1}{2}} \right], \quad \frac{\Delta_2}{T} = \frac{9u_2^2 q_{2c}^2}{32(I_0 u_2/u_1)^{\frac{1}{2}}} \left[1 - \left(\frac{h_2}{h_{2c}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]. \end{aligned} \quad (32)$$

Из последних уравнений видно, что $\chi \sim h^{4/3}$, $\Delta(h=0) \sim |\tau|^2$. Такие же полевая и температурная зависимости были получены для одноподрешеточной модели [10] (различаются лишь численные коэффициенты). Это явля-

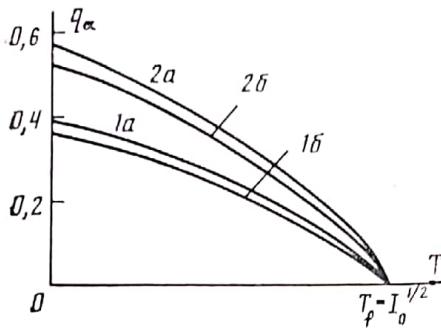


Рис. 3. Температурная зависимость параметров ЭЛ q_1 (1 a , 1 b) и q_2 (2 a , 2 b) для случаев а) и б)

и Δ_α безразмерны. При численном решении выбираются в обоих случаях так, чтобы в пределе $T \rightarrow 0$ величина $q_\alpha = \text{const}$, а $g_\alpha \propto T$. Температурные зависимости параметров q_1 и q_2 для случаев а) и б) изображены на рис. 3 соответственно кривыми 1 и 2. Видно, что параметры ЭЛ уменьшаются с ростом a_α . Это обусловлено тем, что увеличение a_α , как было отмечено выше, препятствует существованию СС. Горизонтальные линии на рис. 4, 5 отвечают не зависящим от температуры равновесным восприимчивостям подрешеток. Неравновесные восприимчивости в нашей модели, как видно на рис. 4 и 5, довольно слабо зависят от температуры. На наш взгляд, это общая черта «мягкой» модели СС. Поскольку функции необратимого отклика Δ_α связаны с $\chi_{\alpha 0}$ и χ_α соотношением (11), соответствующие графики для них не приводятся.

Рассмотрим влияние внешнего магнитного поля на тетракритическую точку. В слабых полях ($h \ll I_0^{1/2}$) из (12) и (13) находим

$$\begin{aligned} T_f(h) &= T_f(h=0) (1 - \gamma h^{1/2}), \\ \gamma &= 3^{1/6} \left\{ T_f^{1/2}(h=0) [4x_1^4 - 6x_1^2 - 1/2a_1(x_1/x_2)^{1/2}] \cdot \right. \\ &\quad \cdot [4x_2^4 - 6x_2^2 - 1/2a_2(x_2/x_1)^{1/2}] - a_1 a_2 / 4 \}^{-1} \cdot \\ &\quad \cdot \{ x_2(1-x_2^2) u_2^{-1/6} [a_1(x_1/x_2)^{1/2} + 6x_1^2 - 4x_1^4] + \\ &\quad + x_1(1-x_1^2) u_1^{-1/6} [a_2(x_2/x_1)^{1/2} + 6x_2^2 - 4x_2^4] \}. \end{aligned} \quad (33)$$

Легко видеть, что $\gamma > 0$ при $x_1, x_2 < 1$. Согласно приведенным в Приложении численным расчетам, решения $x_1, x_2 < 1$ системы (26) возможны только в интервале $10 < a_1, a_2 < 12$. Таким образом, для данной области значений параметров a_α внешнее магнитное поле подавляет фазу СС по известному закону «две третьих» [12]. В остальном интервале $39/4 < a_1, a_2 < 10$ коэффициент γ отрицателен. Это означает, что температура перехода парамагнетик – СС не убывает, а растет с увеличением поля. Поэтому мы полагаем, что фазы СС, отвечающие интервалу $39/4 < a_1, a_2 < 10$, являются метастабильными.

При $a_1 = a_2$ ($x_1 = x_2 = (\varphi(a)/2)^{1/2}$) формула (33) существенно упрощается и приобретает следующий вид:

$$\gamma = \frac{3^{1/3} (u_1 u_2)^{1/4}}{2I_0^{1/2}} (u_1^{-1/6} + u_2^{-1/6}) \frac{[1 - \varphi(a)/2]}{\varphi(a) [3 - \varphi(a)]}. \quad (34)$$

Нетрудно убедиться в том, что коэффициент γ положителен при $10 < a < 12$ ($0 < \varphi(a) < 2$), а при $39/4 < a < 10$ ($2 < \varphi(a) < 3$) отрицателен. Для рассмотренных выше случаев а) и б) формулы (34) и (33) ($x_1 = 0,5168$, $x_2 = 0,5345$) дают соответственно $\gamma = 1,8$ и $\gamma = 1,3$.

ется, по-видимому, следствием приближения молекулярного поля.

В качестве примера приводим результат численных расчетов для температурной зависимости параметров ЭЛ и восприимчивостей для двух частных случаев:

а) $a_1 = a_2 = 11$, $u_1 = 0,722$, $u_2 = u_1/2$,

б) $a_1 = 11,5$, $a_2 = 11$, $u_1 = 0,528$, $u_2 = u_1/2$.

Здесь используется $I_0^{1/2}$ как единица энергии, поэтому u_α , h_α и $T^\infty I_0^{1/2}$, χ_α и $b_\alpha \propto I_0^{-1/2}$, а остальные величины g_α , q_α

и вычислении опускается $I_0^{1/2}$. Параметр

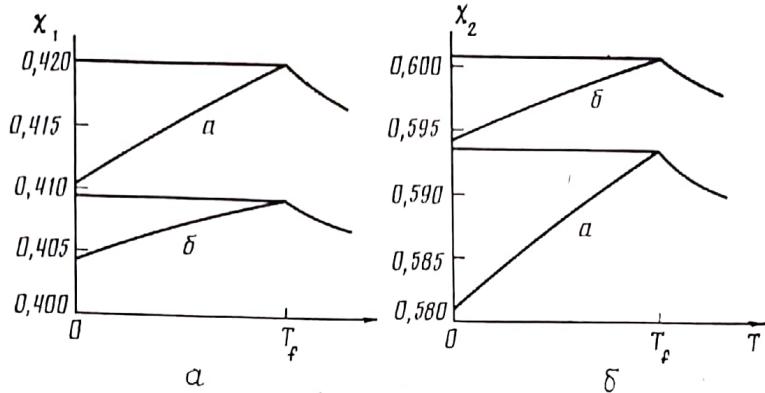
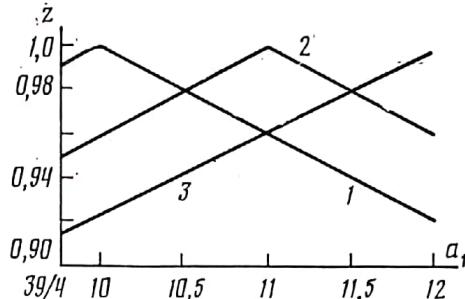


Рис. 4. Восприимчивости первой (а) и второй (б) подрешеток для случаев а) и б). Горизонтальные линии отвечают равновесным значениям

Рис. 5. Зависимость решения уравнения (П. 4) от a_1 и a_2 : 1 — $a_2=10$; 2 — $a_2=11$; 3 — $a_2=12$



Оценим критическое внешнее магнитное поле, при котором фаза СС полностью подавляется ($T_f=0$). Из (2) и (22) следует

$$h_k = 3^{1/2} u_\alpha q_\alpha^{1/2} (T=0), \quad (35)$$

где $q_\alpha(T=0)$ — значение q_α при нулевой температуре, которое может быть найдено только численно. Для частных случаев а) и б) значение h_k приблизительно равно соответственно $0,25 I_0^{1/2}$ и $0,48 I_0^{1/2}$.

Учтем теперь внутриводрешеточное взаимодействие. По-прежнему считаем межподрешеточную фрустрацию преобладающей, т. е. $I_0 \gg I_1, I_2$. Тогда, разлагая по малым параметрам I_1/I_0 и I_2/I_0 , получим сдвиг температуры замерзания

$$\begin{aligned} \Delta T_f/T_f (I_\alpha=0) &= 3(x_1^4 + x_2^4 + \tilde{B}_1 x_2^6 + \tilde{B}_2 x_1^6 + 12\tilde{B}_1 \tilde{B}_2 - 12)^{-1} \cdot \\ &\cdot \left[\frac{x_1}{x_2} \left(\frac{u_2}{u_1} \right)^{1/2} (1+2\tilde{B}_2 + \tilde{B}_1 \tilde{B}_2) \frac{I_1}{I_0} + \frac{x_2}{x_1} \left(\frac{u_1}{u_2} \right)^{1/2} (1+2\tilde{B}_1 + \tilde{B}_1 \tilde{B}_2) \frac{I_2}{I_0} \right], \quad (36) \end{aligned}$$

$$\tilde{B}_\alpha = 1 + x_\alpha^2/2 - x_\alpha^4/2.$$

Можно проверить, что $\Delta T_f/T_f$ в (36) положительно для всех a_1 и a_2 , удовлетворяющих (28), т. е. T_f растет с увеличением параметров I_1 и I_2 . Другими словами, фрустрация внутриводрешеточного взаимодействия стимулирует существование СС. Такой результат является довольно естественным, поскольку T_f должна быть пропорциональной степени фрустрации системы в целом.

В случае $a_1=a_2$ уравнение (36) переписывается в более простом виде:

$$\frac{\Delta T_f}{T_f (I_\alpha=0)} = 3 \left[\left(\frac{u_2}{u_1} \right)^{1/2} \frac{I_1}{I_0} + \left(\frac{u_1}{u_2} \right)^{1/2} \frac{I_2}{I_0} \right] \frac{16 + 2\varphi(a) - \varphi^2(a)}{\varphi(a) [3 - \varphi(a)]}. \quad (37)$$

Отсюда видно, что ΔT_f положительна при всех a . Формулы для остальных величин не выписаны ввиду их громоздкости.

4. Заключение

Мы показали, что в случае сильной фрустрации межподрешеточного взаимодействия возможно существование тетракритической точки. При наличии такой точки восприимчивость системы должна иметь только один излом. Эта ситуация, по-видимому, реализуется, например, в фрустрированной системе граната MnFeG [7].

Следует отметить, что если считать подрешетки эквивалентными, как это делается в [8, 9], тетракритическая точка уже не возникает, поскольку тогда $h_{1c}(T) = h_{2c}(T)$ и две линии $h_{1c}(T_f) = 0$ и $h_{2c}(T_f) = 0$ просто совпадают, а не пересекаются.

Интересным представляется промежуточный случай, когда степени фрустрации меж- и внутриподрешеточного взаимодействий примерно одинаковы ($I_1, I_2 \sim I_0$). Этот вопрос может быть изучен на основе полученных в настоящей работе уравнений.

Использованная в данной работе модель может быть обобщена для изучения состояния сосуществования ферромагнетизма и СС (надо считать первые моменты распределения случайных обменных взаимодействий отличными от нуля).

Автор выражает глубокую благодарность проф. Ву Динь Кы за полезное обсуждение работы.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Условие существования тетракритической точки эквивалентно условию существования неотрицательных решений системы (26) основного текста. Из (26) имеем

$$a_1(x_1/x_2)^{1/2} = (x_1^2 - 3/2)^2 + 39/4 \geq 39/4, \quad a_2(x_2/x_1)^{1/2} \geq 39/4, \quad a_1 a_2 \geq (39/4)^2. \quad (\text{П.1})$$

Считая $a_1 > a_2$ и вводя вспомогательную переменную $z = (x_1/x_2)^{1/2}$, находим

$$x_1^2 = 1/2[3 - (4a_1 z - 39)^{1/2}], \quad x_2^2 = 1/2[3 - (4a_2/z - 39)^{1/2}]. \quad (\text{П.2})$$

Условие неотрицательности решений x_1 и x_2 дает

$$a_1 a_2 \leq 12^2. \quad (\text{П.3})$$

Неравенства (П.1) и (П.3) являются необходимым условием. Достаточным является условие существования положительного решения уравнения

$$z^4 - [3 - (4a_1 z - 39)^{1/2}]/[3 - (4a_2/z - 39)^{1/2}] = 0. \quad (\text{П.4})$$

в интервале $[39/4a_1, 4a_2/39]$. Достаточность легко проверяется.

Далее, симметрия уравнений (26) относительно перестановки индексов подрешеток всегда позволяет выбрать $z \geq 1$ (нетрудно показать, что при $a_1 > a_2$ выбирается $z = (x_1/x_2)^{1/2}$, а при $a_1 < a_2$ — $z = (x_2/x_1)^{1/2}$). Это вместе с (П.1)–(П.3) дает критерий (28) основного текста. На рис. 5 представлен результат решения (П.4) для различных параметров a_1 и a_2 . По этим данным и (П.2) находятся x_1 и x_2 , использованные в основном тексте.

Литература

1. Fischer K. H. // Phys. Stat. Sol. (b). 1983. V. 116. P. 357. 1985. V. 130. P. 13.
2. Sherrington D., Kirkpatrick S. // Phys. Rev. Lett. 1975. V. 35. P. 1792.
3. Bouchiat H. J. // J. Phys. C. 1983. V. 16. P. L145. 1984. V. 17. P. 3963.
4. Barbara B., Malozemoff A. P., Barnes S. E. // J. Appl. Phys. 1984. V. 55. P. 1655.
5. Malozemoff A. P., Barnes S. E., Barbara B. // Phys. Rev. Lett. 1983. V. 51. P. 1704.
6. Иоффе Л. Б., Фейгельман М. В. // ЖЭТФ. 1985. Т. 89. С. 654.
7. Соколов В. И. // Изв. вузов. Физика. 1984. Т. 10. С. 91.
8. Коренблит И. Я., Шендер Е. Ф. // ЖЭТФ. 1985. Т. 89. С. 1785. Письма в ЖЭТФ. 1985. Т. 42. С. 370.
9. Коренблит И. Я., Федоров Я. В., Шендер Е. Ф. // ЖЭТФ. 1987. Т. 92. С. 710.

40. Гипабуре С. И. // ЖЭТФ. 1983. Т. 85. С. 2474.
41. Шлюмов Ю. А., Сыромятников В. Н. Фазовые переходы и симметрия кристаллов. М.: Наука, 1984.
42. De Almeida J. R. L., Thouless D. J. // J. Phys. A. 1978. V. 11. P. 983.
43. Ma Sh. Современная теория критических явлений. М.: Мир, 1980.
44. Sommers H. J. // Z. Phys. B. 1978. B. 31. S. 301.
45. Sompolinsky H. // Phys. Rev. Lett. 1981. V. 47. P. 935.
46. Parisi G. // Phys. Rev. Lett. 1979. V. 43. P. 1574.

Хайнингенский технический институт,
СРВ

Поступила в редакцию
2.XII.1987

SPIN GLASS IN A TWO-SUBLATTICE MODEL

Mat Xuan Ly

The effective supersymmetrical Lagrangian permitting to study the nonergodicity of the system with two nonequivalent sublattices is derived. Equations for the susceptibilities and the order parameters of the sublattices on macro- and microscopic times are obtained in the molecular field approximation. It is shown that due to interaction of two Edwards — Anderson order parameters a tetracritical point can appear on the de Almeida — Thouless instability lines. The criterion for existence of this point is found. The behaviour of the system in the nonergodic state is investigated in detail. It is pointed out that the frustration of the intrasublattice interaction stimulates the spin glass phase.