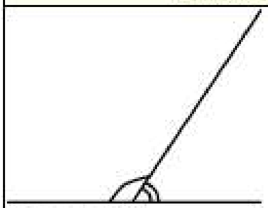
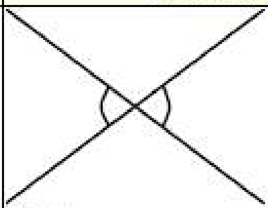
3 УГЛЫ

СМЕЖНЫЕ УГЛЫ



В сумме 180°

ВЕРТИКАЛЬНЫЕ УГЛЫ

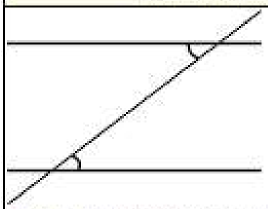


Равны

СУММА УГЛОВ МНОГОУГОЛЬНИКОВ

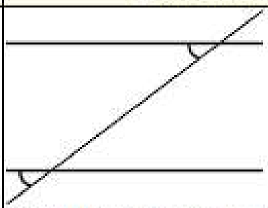
У треугольника 180°
У четырёхугольника 360°
У пятиугольника 540°
У шестиугольника 720°
У n −угольника $180°(n-2)$

НАКРЕСТ ЛЕЖАЩИЕ УГЛЫ



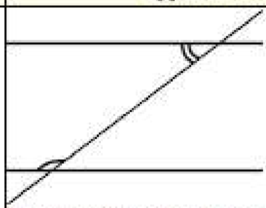
Равны при параллельных прямых (первый признак параллельности прямых)

СООТВЕТСТВЕННЫЕ УГЛЫ



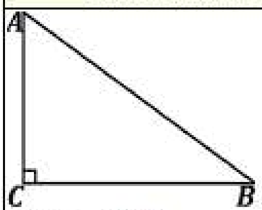
Равны при параллельных прямых (второй признак параллельности прямых)

ОДНОСТОРОННИЕ УГЛЫ



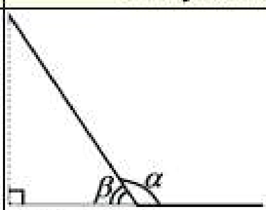
В сумме 180° при параллельных прямых (третий признак параллельности прямых)

СВОЙСТВО ОСТРЫХ УГЛОВ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА



$\sin A = \cos B$
$\sin B = \cos A$
$\operatorname{tg} A = \operatorname{ctg} B$
$\operatorname{tg} B = \operatorname{ctg} A$

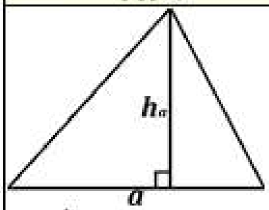
СИНУС, КОСИНУС, ТАНГЕНС И КОТАНГЕНС ТУПЫХ УГЛОВ



$\sin\alpha = \sin\beta$
$\cos\alpha = -\cos\beta$
$\operatorname{tg}\alpha = -\operatorname{tg}\beta$
$\operatorname{ctg}\alpha = -\operatorname{ctg}\beta$

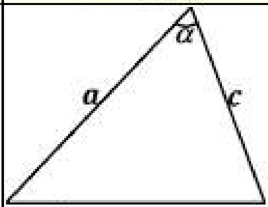
ТРЕУГОЛЬНИК

ПЛОЩАДЬ (ЧЕРЕЗ ВЫСОТУ)



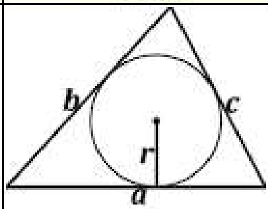
$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$

ПЛОЩАДЬ (ЧЕРЕЗ УГОЛ)



$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin\alpha$

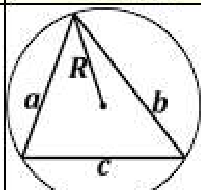
ПЛОЩАДЬ (ЧЕРЕЗ РАДИУС)



$S = pr$

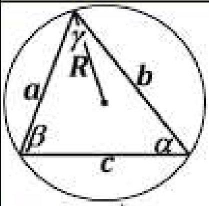
p – полупериметр

ПЛОЩАДЬ (ЧЕРЕЗ РАДИУС)



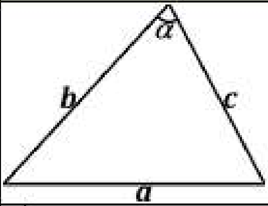
$S = \frac{abc}{4R}$

ТЕОРЕМА СИНУСОВ



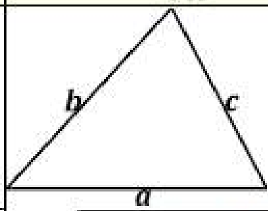
$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$

ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ



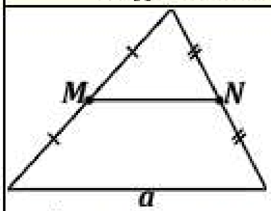
1	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$
2	$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

ПЛОЩАДЬ (ФОРМУЛА ГЕРОНА)



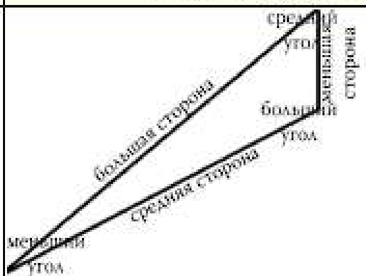
$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРЕУГОЛЬНИКА



- Лежит на серединах сторон
- Параллельна основанию
- Равна половине основания

СВОЙСТВО ТРЕУГОЛЬНИКА



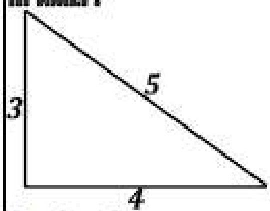
В ЛЮБОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ:

– против большей стороны больший угол
– против средней стороны средний угол
– против меньшей стороны меньший угол

НЕРАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКА

В любом треугольнике сумма длин двух сторон больше длины третьей стороны

ПРИМЕР:



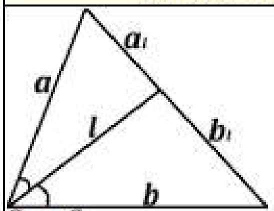
$3 + 4 > 5$

$3 + 5 > 4$

$4 + 5 > 3$

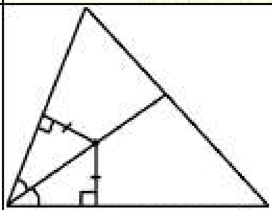
4 БИССЕКТРИСА, МЕДИАНА И СЕРЕДИННЫЙ ПЕРПЕНДИКУЛЯР

ТЕОРЕМА О БИССЕКТРИСЕ



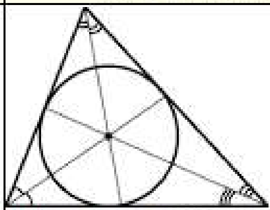
$$\frac{a_l}{b_l} = \frac{a}{b}$$

СВОЙСТВО БИССЕКТРИСЫ



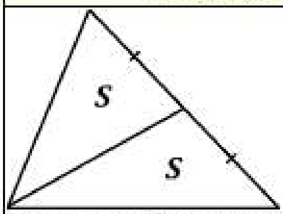
Если точка лежит на биссектрисе угла, то она равноудалена от сторон этого угла

ЦЕНТР ВПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ



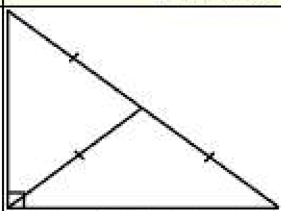
Центр вписанной в треугольник окружности – это точка пересечения биссектрис

СВОЙСТВО МЕДИАНЫ



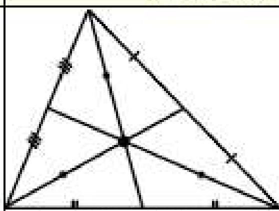
Медиана разбивает треугольник на два равновеликих (с одинаковыми площадями)

СВОЙСТВО МЕДИАНЫ



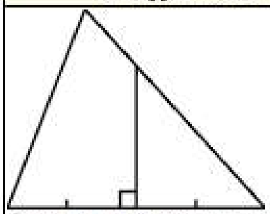
В прямоугольном треугольнике медиана, проведённая к гипотенузе, равна половине гипотенузы

СВОЙСТВО МЕДИАНЫ



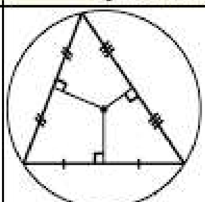
Медианы треугольника пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся в отношении 2:1 считая от вершины

СЕРЕДИННЫЙ ПЕРПЕНДИКУЛЯР



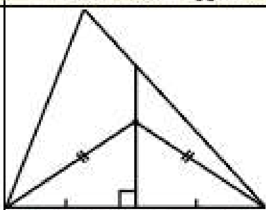
Серединный перпендикуляр – это прямая, выходящая из середины стороны треугольника под прямым углом к этой стороне

ЦЕНТР ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ



Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в точке, являющейся центром окружности, описанной около треугольника

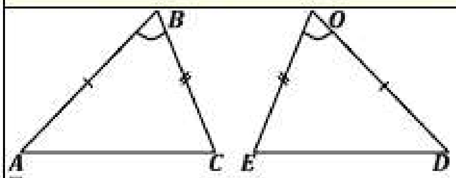
СВОЙСТВО СЕРЕДИННОГО ПЕРПЕНДИКУЛЯРА



Точка, лежащая на серединном перпендикуляре к отрезку, равноудалена от концов этого отрезка

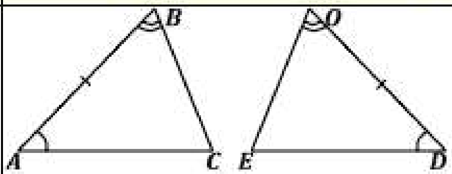
ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА



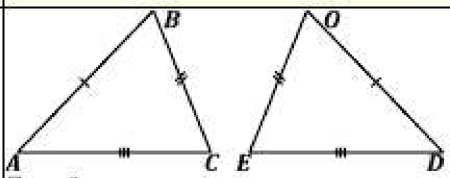
По двум сторонам и углу между ними

ВТОРОЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА



По стороне и двум, прилежащим к ней углам

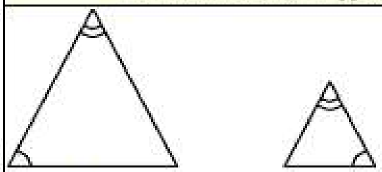
ТРЕТИЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА



По трём сторонам

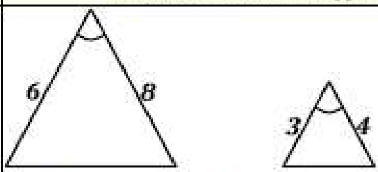
ПОДОБИЕ

ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ



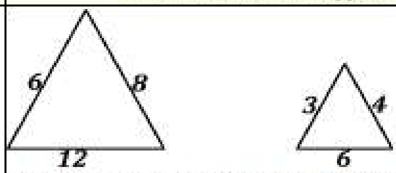
По двум углам

ВТОРОЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ



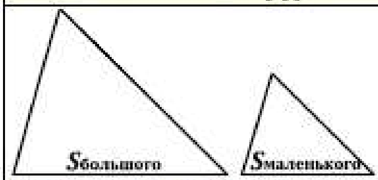
По двум пропорциональным сторонам и углу между ними

ТРЕТИЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ



По трём пропорциональным сторонам

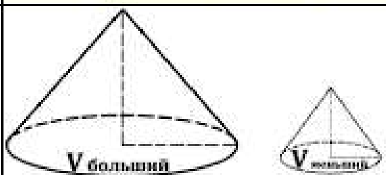
ОТНОШЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ



Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия

$$\frac{S_{\text{большого треугольника}}}{S_{\text{маленького треугольника}}} = k^2$$

ОТНОШЕНИЕ ОБЪЁМОВ



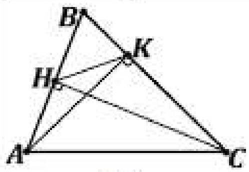
Отношение объёмов подобных фигур равно кубу коэффициента подобия

$$\frac{V_{\text{большой фигуры}}}{V_{\text{маленькой фигуры}}} = k^3$$

ОТНОШЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ

В подобных треугольниках отношение периметров, биссектрис, медиан, высот и серединных перпендикуляров равно коэффициенту подобия

ПОДОБИЕ ABC и HBK



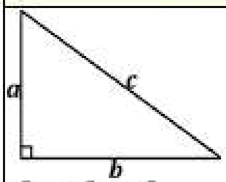
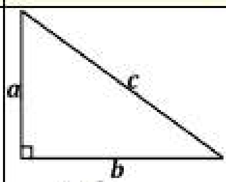
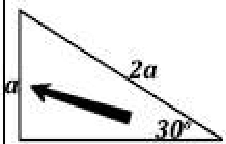
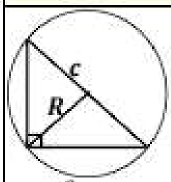
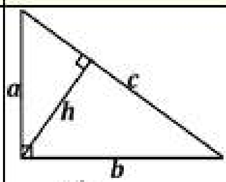
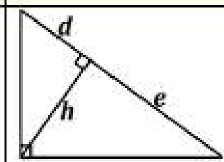
$$\cos B = \frac{BK}{AB}$$

$$\cos B = \frac{BH}{BC}$$

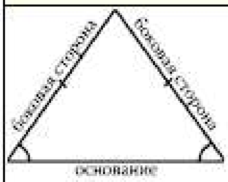
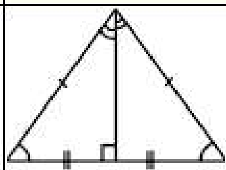
$\Delta\, ABC \sim \Delta\, HBK$ по 2 признаку

$$\left(\frac{BK}{AB} = \frac{BH}{BC} \text{ и угол } B - \text{общий}\right)$$

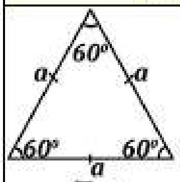
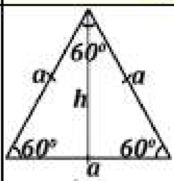
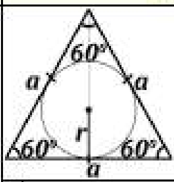
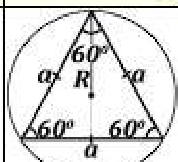
5 ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

ТЕОРЕМА ПИФАГОРА	ПЛОЩАДЬ	СВОЙСТВО
 $c^2 = a^2 + b^2$	 $S = \frac{a \cdot b}{2}$	 Катет, лежащий напротив угла 30°, равен половине гипотенузы
РАДИУС	**ВЫСОТА**	**ВЫСОТА**
 $R = \frac{c}{2}$	 $h = \frac{ab}{c}$	 $h^2 = de$

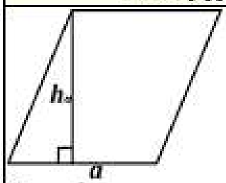
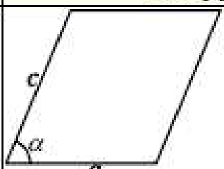
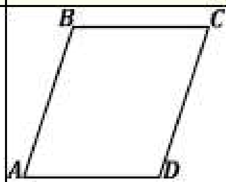
РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

ОПРЕДЕЛЕНИЕ	СВОЙСТВО
	 Биссектриса, медиана и высота, проведённые к основанию, равны

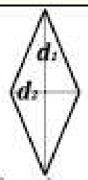
РАВНОСТОРОННИЙ ТРЕУГОЛЬНИК

ПЛОЩАДЬ	ВЫСОТА	РАДИУС	РАДИУС
			
$S = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$	$h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$	**1** $r = \frac{\sqrt{3} \cdot a}{6}$	**1** $R = \frac{\sqrt{3} \cdot a}{3}$
		2 $r = \frac{1}{3} \cdot h$	**2** $R = \frac{2}{3} \cdot h$

ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

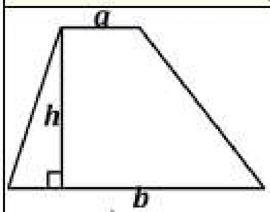
ПЛОЩАДЬ (ЧЕРЕЗ ВЫСОТУ)	ПЛОЩАДЬ (ЧЕРЕЗ УГОЛ)	СВОЙСТВО
 $S = ah_a$	 $S = ac \cdot \sin\alpha$	 В параллелограмме сумма углов, прилежащих к любой стороне, равна 180°
ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПАРАЛЛЕЛОГРАММА	**ВТОРОЙ ПРИЗНАК ПАРАЛЛЕЛОГРАММА**	**ТРЕТИЙ ПРИЗНАК ПАРАЛЛЕЛОГРАММА**
Если две стороны равны и параллельны	Если противоположные стороны попарно равны	Если диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам

РОМБ

ПЛОЩАДЬ (ЧЕРЕЗ ДИАГОНАЛИ)	ПЛОЩАДЬ (ЧЕРЕЗ РАДИУС)
 $S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$	 $S = pr$

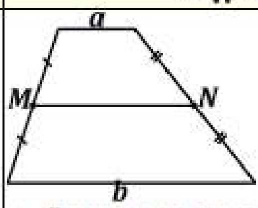
6 ТРАПЕЦИЯ

ПЛОЩАДЬ



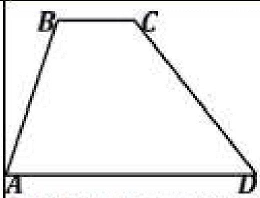
$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ



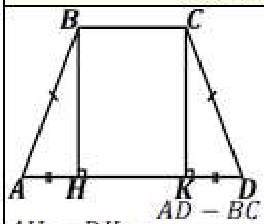
- Лежит на серединах сторон
- Параллельна основаниям
- Равна полусумме оснований

СВОЙСТВО



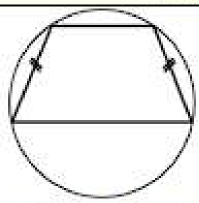
В трапеции сумма углов, прилежащих к боковой стороне, равна 180°

СВОЙСТВО РАВНОБЕДРЕННОЙ ТРАПЕЦИИ



$$AH = DK = \frac{AD - BC}{2}$$

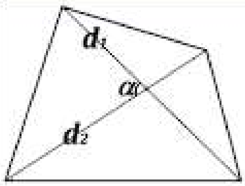
ПРИЗНАК РАВНОБЕДРЕННОЙ ТРАПЕЦИИ



Если трапеция вписана в окружность, то она - равнобедренная

ПРОИЗВОЛЬНЫЙ ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИК

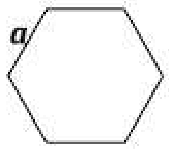
ПЛОЩАДЬ



$$S = \frac{d_1 \cdot d_2 \cdot \sin\alpha}{2}$$

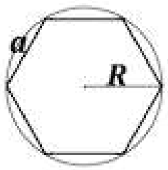
РАВНОСТОРОННИЙ ШЕСТИУГОЛЬНИК

ПЛОЩАДЬ



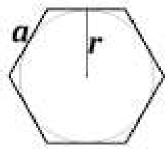
$S = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2}$

РАДИУС



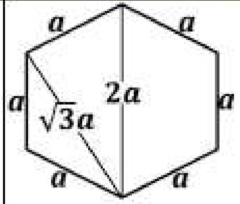
$R = a$

РАДИУС

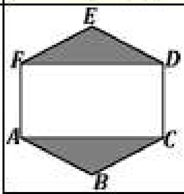


$r = \frac{\sqrt{3}a}{2}$

ДИАГОНАЛИ



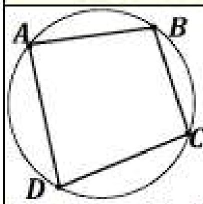
ПЛОЩАДИ ЧАСТЕЙ



1	$S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$
2	$S_{ABC} = \frac{1}{6}S_{\text{шестиугольника}}$
3	$S_{ACDF} = \sqrt{3}a^2$
4	$S_{ACDF} = \frac{2}{3}S_{\text{шестиугольника}}$

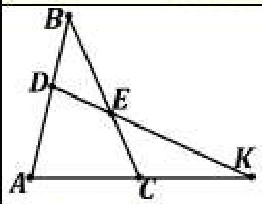
ТЕОРЕМЫ СО СТРАШНЫМИ НАЗВАНИЯМИ

ТЕОРЕМА ПТОЛЕМЕЯ



$AC \cdot BD = AB \cdot CD + AD \cdot BC$
(работает только для вписанного четырёхугольника)

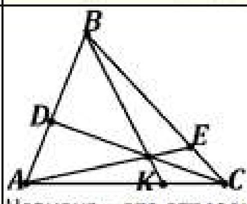
ТЕОРЕМА МЕНЕЛАЯ



Если прямая пересекает две стороны треугольника и продолжение третьей, то

$\frac{AD}{DB} \cdot \frac{BE}{EC} \cdot \frac{CK}{KA} = 1$

ТЕОРЕМА ЧЕВЫ



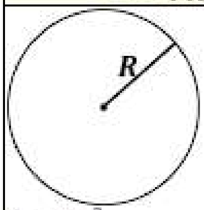
Чевиана – это отрезок в треугольнике, соединяющий вершину треугольника с точкой на противоположной стороне

Если в треугольнике три чевианы пересекаются в одной точке, то

$\frac{AD}{DB} \cdot \frac{BE}{EC} \cdot \frac{CK}{KA} = 1$

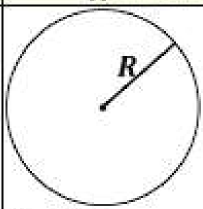
7 ОКРУЖНОСТЬ

ПЛОЩАДЬ КРУГА



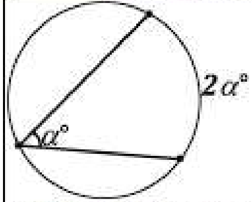
$S = \pi R^2$

ДЛИНА ОКРУЖНОСТИ



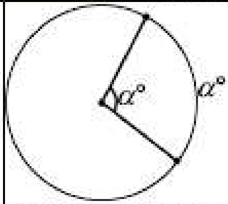
$C = 2\pi R$

ВПИСАННЫЙ УГОЛ



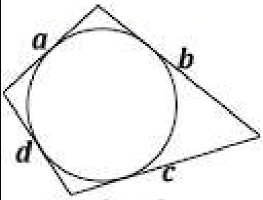
Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается

ЦЕНТРАЛЬНЫЙ УГОЛ



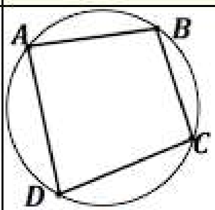
Центральный угол равен градусной мере дуги, на которую он опирается

ПРИЗНАК ОПИСАННОГО ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА



$a + c = b + d$

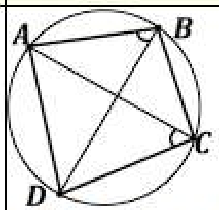
ПРИЗНАК ВПИСАННОГО ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА



$\angle A + \angle C = 180°$

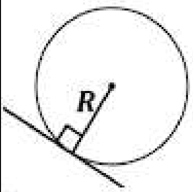
$\angle B + \angle D = 180°$

ПРИЗНАК ВПИСАННОГО ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА



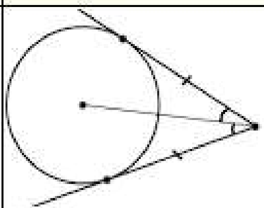
Если два равных угла между стороной и диагональю опираются на один отрезок, то около четырёхугольника можно описать окружность

СВОЙСТВО КАСАТЕЛЬНОЙ



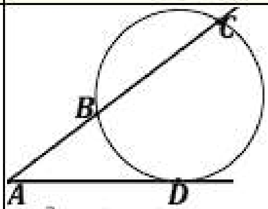
Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания

СВОЙСТВО КАСАТЕЛЬНЫХ



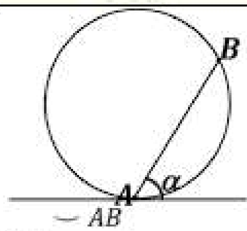
Отрезки касательных к окружности, проведённые из одной точки, равны, и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности

КАСАТЕЛЬНАЯ И СЕКУЩАЯ



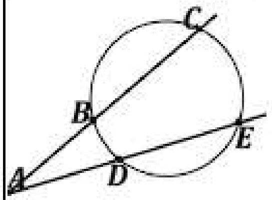
$AD^2 = AB \cdot AC$

КАСАТЕЛЬНАЯ И ХОРДА



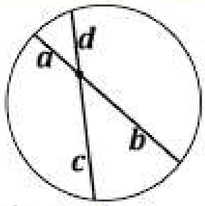
$\alpha = \frac{\smile AB}{2}$

СВОЙСТВО СЕКУЩИХ



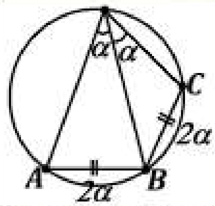
$AD \cdot AE = AB \cdot AC$

СВОЙСТВО ХОРД



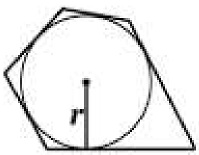
$a \cdot b = c \cdot d$

СВОЙСТВО ХОРД



Хорды, стягивающие равные дуги, равны

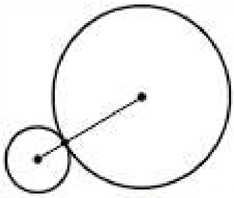
ПЛОЩАДЬ МНОГОУГОЛЬНИКА



$S = pr$

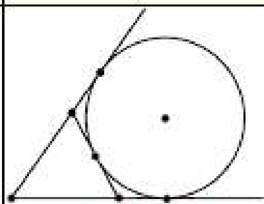
p — полупериметр

СВОЙСТВО КАСАЮЩИХСЯ ОКРУЖНОСТЕЙ



Линия центров двух касающихся окружностей проходит через точку касания

ВНЕВПИСАННАЯ ОКРУЖНОСТЬ



Вневписанная окружность треугольника – это окружность, касающаяся одной из сторон треугольника и продолжений двух других его сторон. У любого треугольника существует три вневписанных окружности