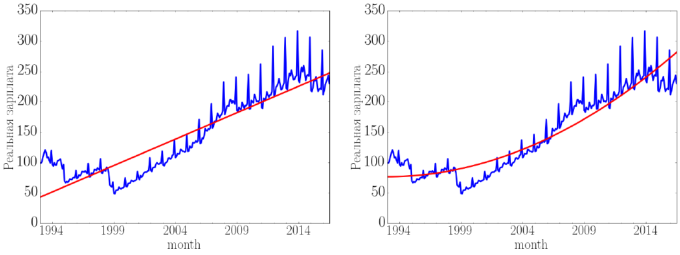
ARMA

Регрессия

- Регрессия на время — слишком грубо:



АВТОРЕГРЕССИЯ

- Что если делать регрессию ряда на собственные значения в прошлом?

$$y_t = \alpha + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \\ + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

АВТОРЕГРЕССИЯ

- Что если делать регрессию ряда на собственные значения в прошлом?

$$y_t = \alpha + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \\ + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

Авторегрессия

- Что если делать регрессию ряда на собственные значения в прошлом?

$$y_t = \alpha + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \\ + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

Авторегрессия

- Что если делать регрессию ряда на собственные значения в прошлом?

$$y_t = \alpha + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \\ + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

Авторегрессия

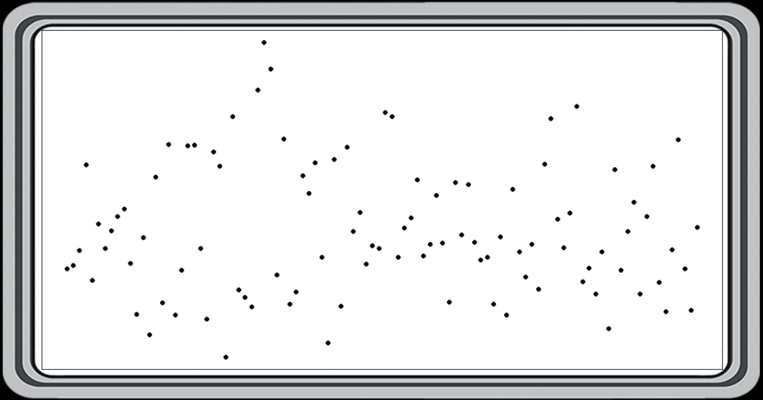
- Что если делать регрессию ряда на собственные значения в прошлом?

$$y_t = \alpha + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \\ + \cdots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

- Модель авторегрессии порядка p ($AR(p)$): y_t — линейная комбинация p предыдущих значений ряда и шумовой компоненты

Скользящее среднее

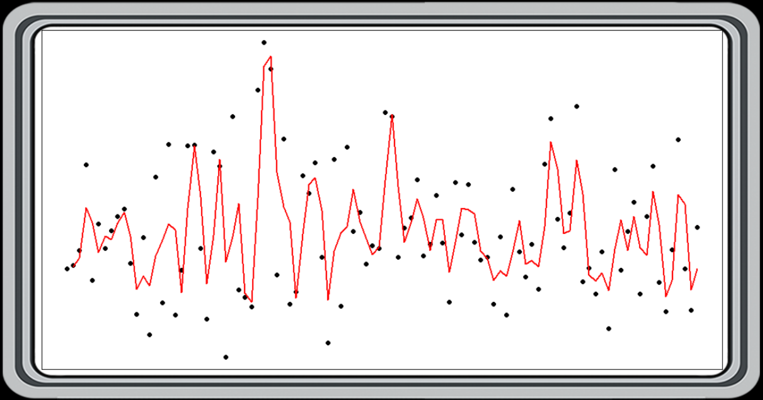
- Пусть у нас есть независимый одинаково распределённый во времени шум ε_t:



СКОЛЬЗЯЩЕЕ СРЕДНЕЕ

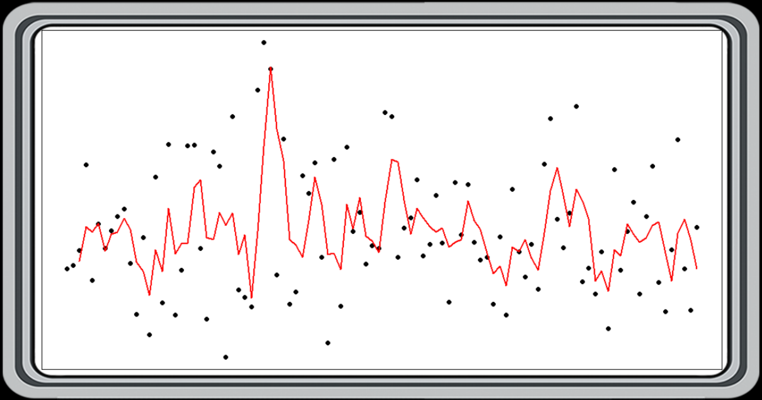
МФТИ

- Среднее по двум соседним точкам:



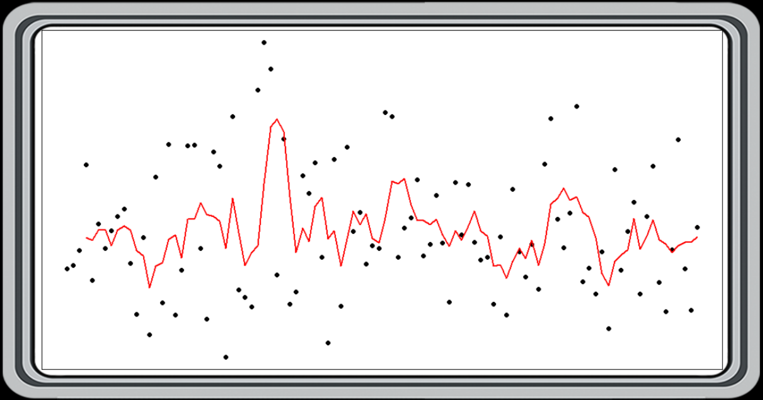
СКОЛЬЗЯЩЕЕ СРЕДНЕЕ

- Среднее по трём соседним точкам:



СКОЛЬЗЯЩЕЕ СРЕДНЕЕ

- Среднее по четырём соседним точкам:



Скользящее среднее

- Обобщим и добавим веса:

$$y_t = \alpha + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \\ + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

Скользящее среднее

- Обобщим и добавим веса:

$$y_t = \alpha + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \\ + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

Скользящее среднее

- Обобщим и добавим веса:

$$y_t = \alpha + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} +$$

$$+ \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

СКОЛЬЗЯЩЕЕ СРЕДНЕЕ

- Обобщим и добавим веса:

$$y_t = \alpha + \varepsilon_t + \theta_1\varepsilon_{t-1} + \theta_2\varepsilon_{t-2} + \\ + \cdots + \theta_q\varepsilon_{t-q}$$

- Модель скользящего среднего порядка q ($MA(q)$): y_t — линейная комбинация q последних значений шумовой компоненты

ARMA

- Модель $ARMA(p, q)$:

$$y_t = \alpha + \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} +$$

$$+ \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

ARMA

- Модель $ARMA(p, q)$:

$$y_t = \alpha + \phi_1 y_{t-1} + \cdots + \phi_p y_{t-p} +$$

$$+ \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

ARMA

- Модель $ARMA(p, q)$:

$$y_t = \alpha + \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} +$$

$$+ \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

ГЛАВНОЕ!

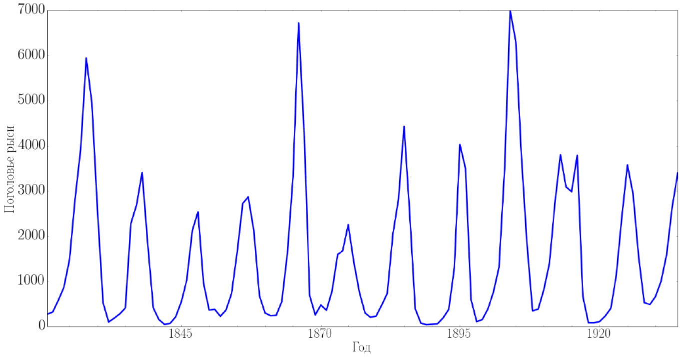
- Модель $ARMA(p, q)$:

$$y_t = \alpha + \phi_1 y_{t-1} + \cdots + \phi_p y_{t-p} +$$

$$+ \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

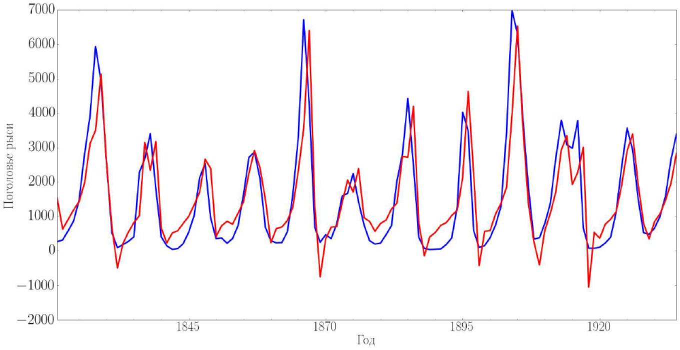
- Теорема Вольда: любой стационарный ряд может быть описан моделью $ARMA(p, q)$

ПОГОЛОВЬЕ РЫСИ



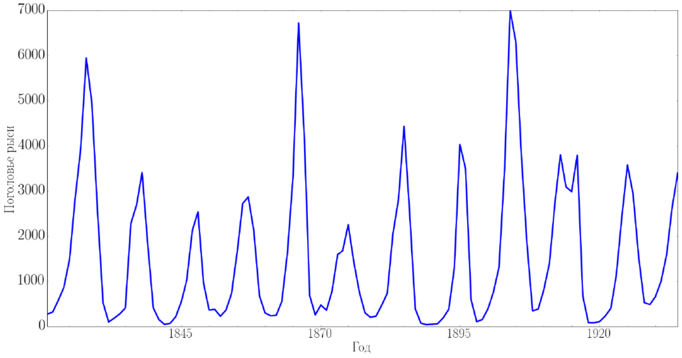
ПОГОЛОВЬЕ РЫСИ

- Модель $ARMA(2,2)$:



ПОГОЛОВЬЕ РЫСИ

- Модель $ARMA(2, 2)$:



РЕЗЮМЕ

- $ARMA(p, q)$ — класс моделей, описывающих стационарные временные ряды

ДАЛЕЕ В ПРОГРАММЕ

- Что делать с нестационарными?