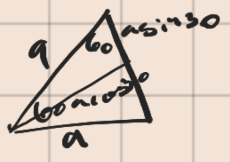
$$b_1 = \frac{4\pi}{\sqrt{3}a^2} a(\hat{x}\times\hat{z}) = \boxed{\frac{4\pi}{\sqrt{3}} a\hat{y}}$$

①



$$V_p = a^2 \frac{1}{2}\sin 60 = \frac{\sqrt{3}a^2}{2}$$

$x \times y = z$

$z \times x = y$

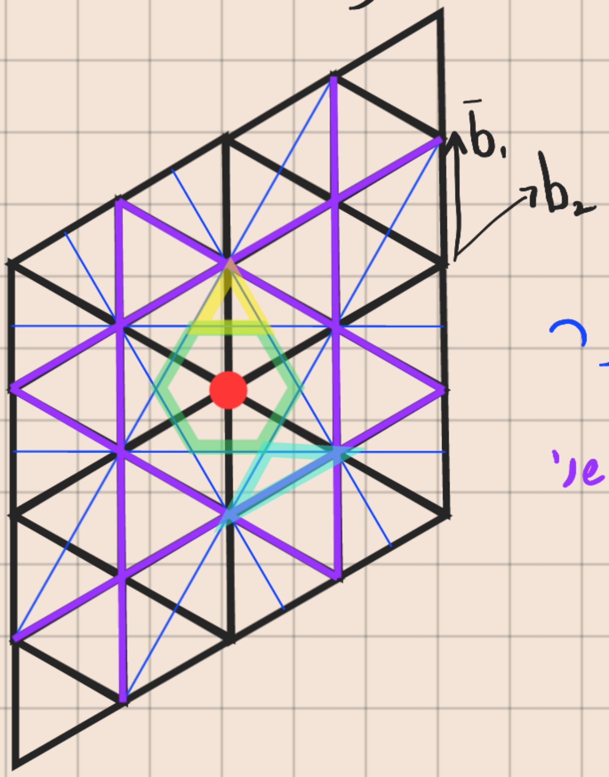
$y \times z = x$

$$b_2 = \frac{4\pi}{\sqrt{3}} a\left[\left(\frac{1}{2}\hat{x} + \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{y}\right)\times\hat{z}\right]$$

$$= \frac{4\pi}{\sqrt{3}} a\left[\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{x} - \frac{1}{2}\hat{y}\right]$$

אורך הבסיס $\frac{4\pi}{\sqrt{3}}a$, שמרה את הצורה

רק מסובבת ב-$30°$.



- אורך לשכנים קרובים ביותר
- // מספר שני

ברילואן 1

ברילואן 2

ברילואן 3

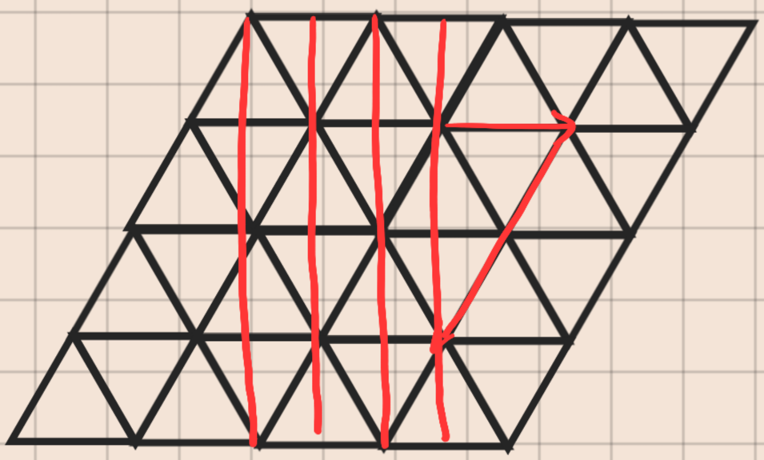
ב

$$(ma_1 + na_2)\cdot(2b_1 + b_2)$$

$2m + n = 0$

$n = -2m$

$a_1 - 2a_2$



והמרחק הוא $\frac{a}{2}$

$$e^{i\bar G\cdot \bar R_2}=1$$

(2) א) הסריג ההופכי של $\mathcal{L}_2$:

אבל $\mathcal{L}_1$ תת סריג של $\mathcal{L}_2$ לכן גם $e^{i\bar G\cdot\bar R_1}=1$

ולכן $\bar G$ סריג הופכי גם של $\mathcal{L}_1$, ולכן לסריג הופכי של $\mathcal{L}$

הוא גם סריג הופכי של $\mathcal{L}_1$, וזה בדיוק מה שחיפשנו.

ב) $\tilde V = |\bar b_1\cdot(\bar b_2\times\bar b_3)| = \frac{2\pi}{V}\left|(\bar a_1\times\bar a_2)\cdot(\bar b_2\times\bar b_3)\right|$

$$=\frac{2\pi}{V}\left|\left[a^1_i a^2_j \underbrace{\varepsilon_{ijk} b^2_l b^3_m \varepsilon_{lmk}}_{\delta_{il}\delta_{jm}-\delta_{im}\delta_{jl}}\right]\right|$$

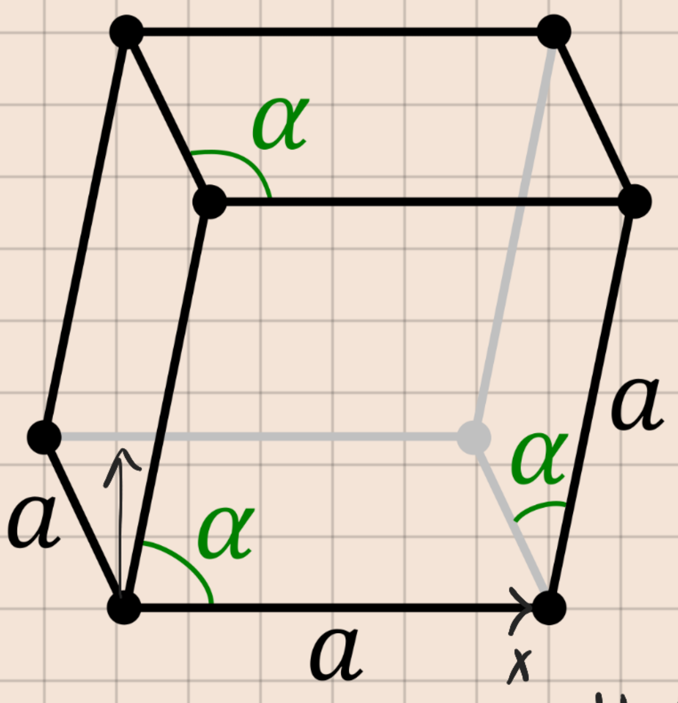
$$=\frac{2\pi}{V}\left|\left(a^1_i a^2_j b^2_i b^3_j - a^1_i a^2_j b^2_j b^3_i\right)\right|$$

$=0$ כי $a_i b_j = 2\pi\delta_{ij}$

$$=\frac{2\pi}{V}(2\pi)^2 \quad ✓$$

(3) ג ה [illegible] BCC עם צלעות $\frac{4\pi}{a}, \frac{4\pi}{b}, \frac{4\pi}{c}$

(4)



$\bar a_1 = a\hat x$

$\bar a_2 = a(\cos\alpha\,\hat x+\sin\alpha\,\hat y)$

וזה מספיק כדי

להגיע לצל

$$|\bar b_i| = \frac{2\pi}{V_c}|a_1\times a_2|$$

כי כולם יהיו באורך זהה מסימטריה.

$$|b_i| = \frac{2\pi}{V_c}\left|\begin{pmatrix}a\\0\\0\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}a\cos\alpha\\a\sin\alpha\\0\end{pmatrix}\right| = \frac{2\pi}{V_c}\left|\begin{pmatrix}0\\0\\a^2\sin\alpha\end{pmatrix}\right|$$

$$=\frac{2\pi}{V_c}a^2\sin\alpha$$

הסריג ההופכי להופכי הוא הישר לכן

$$a = |a_1| = \frac{2\pi}{\tilde V_c} |\bar b_2 \times \bar b_3| = \frac{2\pi}{\tilde V_c} |b_i|^2 \sin\gamma$$

$$a = \frac{2\pi}{\tilde V_c}\left(\frac{2\pi}{V_c} a^2 \sin\alpha\right)^2 \sin\gamma$$

וזה נכון לכל וק' סריג ישר שאורכו גם כן a

כלומר γ כזה לעולם $\Rightarrow$ הסריג ההופכי ראשוני.

אבל אנחנו מחפשים את $|b_i|$, γ ויש את ה V_c, $\tilde V_c$

שלא כל כך לחשב. נרצה להשתמש בעובדה $\tilde V_c = \frac{(2\pi)^3}{V_c}$

כפי שראינו שוב ושוב. כלומר $\tilde V_c V_c = (2\pi)^3$

וזו הדרך היחידה שהם לא יהיו אחד חלקי השני זאת

אחד כפול השני זה להכפיל את המשוואות (גיאומטר

להזכיר:

$$a = \frac{2\pi}{\tilde V_c} b^2 \sin\gamma$$

$$\times \quad b = \frac{2\pi}{V_c} a^2 \sin\alpha$$

$$\cancel{ab} = \cancel{\frac{(2\pi)^2}{V_c \tilde V_c}} a^2 b^2 \sin\alpha \sin\gamma$$

$$\frac{1}{2\pi}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{2\pi}{a \sin\alpha \sin\gamma} = b$$

$$b^2 \cos\gamma = \bar b_1 \cdot \bar b_2 = (\bar a_2 \times \bar a_3) \cdot (\bar a_3 \times \bar a_1) \frac{(2\pi)^2}{V_c^2}$$

$$= (a_2 \cdot a_3)(a_3 \cdot a_1) - (a_2 \cdot a_1)(a_3 \cdot a_3)$$

$$= (a^2 \cos\alpha)^2 - a^2 \cos\alpha \, a^2$$

$$= a^4 (\cos^2\alpha - \cos\alpha) \frac{(2\pi)^2}{V_c^2}$$

$$\Rightarrow \cancel{a^4}\sin^2\alpha\cos\gamma = \cancel{a^4}\left(\cos^2\alpha - \cos\alpha\right)$$

$\cos 2\alpha$

$$\cos\gamma = \frac{\cos^2\alpha - \cos\alpha}{1-\cos^2\alpha}$$

$\cos\alpha = \cos^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2}$

$= \cos^2\frac{\alpha}{2} - (1-\cos^2\frac{\alpha}{2}$

$= 2\cos^2\frac{\alpha}{2} - 1$

$$= \frac{\cos\alpha\cancel{(\cos\alpha - 1)}}{\cancel{(1-\cos\alpha)}(1+\cos\alpha}$$

$$= -\frac{\cos\alpha}{1+\cos\alpha}$$

$$2\cos^2\frac{\alpha}{2} - 1 = -\frac{2\cos^2\frac{\alpha}{2}-1}{\cancel{1}+2\cos^2\frac{\alpha}{2}\cancel{-1}}$$

$$2\cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{\cancel{-2\cos^2\frac{\alpha}{2}}+1+\cancel{2\cos^2\frac{\alpha}{2}}}{2\cos^2\frac{\alpha}{2}}$$

$$\cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{4\cos^2\frac{\alpha}{2}}$$

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2\cos\frac{\alpha}{2}} \checkmark$$

$$R_1 - R_2 = a(-3\hat{x} + \hat{y} + 5\hat{z}) \equiv \bar{R}_{12}$$ (5)

$$R_1 - R_3 = a(-10\hat{x} + \hat{y}) \equiv \bar{R}_{13}$$

$$\bar{G} \cdot \bar{R}_{12} = 2\pi(-3h + 1k + 5l) = 0$$

$$\bar{G} \cdot \bar{R}_{13} = 2\pi(-10h + k) = 0$$

$$k = 10h$$

$$-3h + 10h + 5l = 0$$

$$5l = -7h$$

$$l = \frac{-7}{5}h$$

$$\Rightarrow \quad \left(1, 10, -\frac{7}{5}\right)$$

$$\underline{\underline{(5, 50, -7)}}$$

$$d = \frac{2\pi}{\sqrt{5^2 + 50^2 + 7^2}}$$

$$\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \to (2, 3, 3)$$ (6)