

תרגיל בית 9

תורת הפרעות תלויה בזמן

1. אטום מימן נמצא תחת השפעה של שדה חשמלי תלוי-זמן

$$\mathbf{E} = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ E_0 e^{-\gamma t} \hat{\mathbf{z}} & t > 0 \end{cases}$$

נתון כי בזמן $t < 0$ האטום נמצא במצב היסוד $|1s\rangle$. מה ההסתברות שלאחר זמן $t \rightarrow \infty$ נמצא את האטום במצב $|2p\rangle$?

2. נתון אוסצילטור הרמוני קוונטי בעל מסה m ותדירות ω . המצב ההתחלתי של המערכת הוא $|n\rangle$. מוסיפים הפרעה

$$V(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \lambda x \cos(\omega_1 t) e^{-\alpha t} & t > 0 \end{cases}$$

חשבו את ההסתברות לעבור לרמה $|m\rangle$ כלשהי לאחר זמן $t \rightarrow \infty$. לאילו ערכים של m ניתן לעבור?

3. (שאלת חובה)

אלקטרון מאולץ לנוע על פני כדור ברדיוס R .

(א) כתבו את ההמילטוניאן של הבעיה. מהו מצב היסוד ומהי אנרגיית היסוד?

(ב) בזמן $t \rightarrow -\infty$ מדליקים הפרעה

$$V(t) = \epsilon \frac{\tau^2}{t^2 + \tau^2} \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{5}{\pi}} (3 \cos^2 \theta - 1)$$

אם האלקטרון התחיל ברמת היסוד, מהם המצבים הסופיים אליהם יכול להגיע האלקטרון כתוצאה מההפרעה?

(ג) מצאו את ההסתברות של כל אחד מהמעברים האפשריים עבור $t \rightarrow \infty$.

4. נתון גז דליל מאוד של N_0 אטומי מימן ($N_0 \gg 1$). הגז נמצא בגליל זכוכית המוצב בתוך חדר בנפח גדול מאוד. מקרינים על הגז שדה אלקטרומגנטי חיצוני עם הפוטנציאל הוקטורי

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$$

כאשר האמפליטודה A_0 קטנה, ואורך הגל של הקרינה גדול בהרבה מרדיוס בוהר. בזמן $t = 0$ כל האטומים היו ברמת היסוד.

(א) כתבו את ההמילטוניאן עבור אטום מימן בודד, והסבירו איזה איברים זניחים בו.

(ב) מהו קצב איבוד האנרגיה של הקרן? (הדרכה: בכל יינון מושקע פוטון בעל אנרגיה $\hbar\omega$).

(ג) חשבו את המטען החשמלי של הגז (ללא האלקטרונים החופשיים) בתוך הגליל כפונקציה של הזמן, בהנחה ואלקטרון שנפלס לא מבצע רקומבינציה עם אף פרוטון (ובהנחה והתא לא מתפוצץ).

בהצלחה!