

מרצה: רון ליפשיץ מתרגל: נועם רימוק

תרגיל בית 12

שאלה 1 – גלים נפיצים בחומר

החצי העליון של המרחב, $z > 0$, מלא בחומר עם פרמאביליות מגנטית קבועה $\mu > 0$ ומקדם דיאלקטרי שתלוי בתדירות $\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\gamma\omega}$. על השפה ($z = 0$) ישנו שדה חשמלי $E(t) = \text{Re}(E_0 \hat{x} e^{-i\omega t})$, ובתוך החומר ($z > 0$) השדה החשמלי מתנדנד במצב עמיד בכיוון \hat{z} . הניחו כי $\omega > \omega_p$ וענו על כל הסעיפים בסדר המוביל ב- $\gamma/\omega \ll 1$.

- א. מהו יחס הנפיצה המרוכב $k(\omega)$?
- ב. מצאו את השדה החשמלי $E(t)$ ואת השדה המגנטי $H(t)$ בתוך החומר ($z > 0$).
- ג. חשבו את צפיפות האנרגיה $u(t)$ ואת הממוצע שלה בזמן מחזור בתוך החומר.
- ד. חשבו את וקטור פוינטינג $S(t)$ ואת הממוצע שלו בזמן מחזור בתוך החומר.

שאלה 2 – התקדמות של גל בפלזמה, בהשפעת שדה מגנטי חיצוני, ללא הזנחת הריסון

גל א"מ רוחבי בתדירות ω , שמתקדם בכיוון \hat{z} , חודר לפלזמה עם צפיפות אלקטרונים דלילה n , הנמצאת בשדה אחיד וחזק $B_0 = B_0 \hat{z}$. הניחו שהאלקטרונים נעים במהירות לא יחסותית, ולכן ניתן להזניח את הכוח המגנטי של הגל על האלקטרונים. כמו כן, הניחו שהפלזמה כה דלילה, כך שניתן להזניח את השפעת האלקטרונים זה על זה. בנוסף, בשונה מהתרגול, הביאו בחשבון את הריסון הנובע מאיבוד קרינה והתנגשויות עם הסביבה, וקראו אותו כמו בשיעור לכוח מרסן פשוט מהצורה $f = -m\gamma v$, כאשר m מסת האלקטרון, γ מקדם הריסון, ו- v מהירות האלקטרון. הניחו כי $\omega \gg \gamma$.

- א. כתבו את משוואת התנועה עבור אלקטרון בודד ופתרו אותה. הציבו כרגיל $r(t) = \text{Re}(r_0 e^{-i\omega t})$.
- ב. השתמשו בסעיף א כדי למצוא את רכיבי הטנזור הדיאלקטרי $\epsilon_{ij}(\omega)$, כאשר $1 \leq i, j \leq 2$.
- ג. הראו שהקיטובים המעגליים, הימני והשמאלי, הם הווקטורים העצמיים של $\epsilon_{ij}(\omega)$ ומצאו את הערכים העצמיים המתאימים.
- ד. השתמשו בסעיף הקודם כדי למצוא את הפתרונות העמידים שמתקדמים בכיוון \hat{z} . הניחו כי התדירות ω מספיק גדולה כך שהרכיב הממשי של k גדול בהרבה מהרכיב המדומה של k (באופן שקול, הניחו כי עבור $\gamma = 0$ מתקבל k ממשי).
- ה. נניח והגל הנכנס הוא גל מקוטב מישורי המתקדם בכיוון z ובעל תדירות מספיק גדולה כבסעיף הקודם. מצאו מהו הגל לאחר שעבר מרחק z .

שאלה 3 – פיזור מפלזמה בהשפעת שדה מגנטי חיצוני

גל מישורי המתקדם בכיוון \hat{z} , עם קיטוב $\hat{n} = \cos \psi \hat{x} + \sin \psi \hat{y}$, פוגע באלקטרון בודד, שנמצא בפלזמה משאלה 2. בשאלה זו הזניחו את הריסון ($\gamma = 0$).

- א. מה ההתפלגות הזוויתית של הספק הקרינה הממוצע $\frac{d\langle P \rangle}{d\Omega}$ בקירוב הדיפול? מדוע ניתן להשתמש בקירוב זה? שימו לב שלרכיבי הדיפול יש פאזות שונות.
- ב. חשבו את חתך הפעולה הדיפרנציאלי לפיזור $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ עבור הגל המקוטב, וכן עבור גל לא מקוטב באותו כיוון.
- ג. חשבו את חתך הפעולה הכולל עבור גל שאינו מקוטב.

שאלה 4 – יחסי קרמרס-קרונינג

חשבו את החלק הממשי של המקדם הדיאלקטרי $\epsilon(\omega)$, עבור $\omega > 0$, אם החלק המדומה הוא

$$\text{Im } \epsilon = \epsilon_0 [\theta(\omega - \omega_1) - \theta(\omega - \omega_2)], \quad \omega_2 > \omega_1 > 0$$

כאשר θ היא פונקציית המדרגה.