

## תרגיל בית 7

### שאלה 1 – כדור חלול בחומר דיאלקטרי

א. נתון חלל כדורי ריק בעל רדיוס  $a$  שנמצא בתוך חומר דיאלקטרי עם מקדם דיאלקטרי  $\epsilon$ . המערכת כולה נמצאת בנוכחות שדה חשמלי חיצוני קבוע  $E_0 = E_0 \hat{z}$ . מצאו את הפוטנציאל החשמלי בכל המרחב, את השדה החשמלי בכל המרחב ואת צפיפות המטען המושרית על שפת החלל הכדורי. הסבירו פיזיקלית מה התקבל.

ב. במרכז החלל הכדורי נציב דיפול נקודתי טהור  $p_0 \hat{z}$ . כיצד ישתנו התשובות לסעיף א?

### שאלה 2 – הפרדת משתנים גלילית

נתון גליל בעל רדיוס  $a$  וגובה  $L$ , שציר הסימטריה שלו הוא ציר  $z$ , ופאותיו העליונה והתחתונה נמצאות על המישורים  $z = 0$  ו  $z = L$  בהתאמה. הפוטנציאל על צדדי הגליל ועל הפאה התחתונה שלו הוא אפס, ואילו על הפאה העליונה שורר פוטנציאל  $V(\rho, \theta)$ . מצאו את הפוטנציאל בכל נקודה בגליל. הביעו את התשובה כטור בפונקציות בסל, ופונקציות טריגונומטריות והפרבוליות, עם מקדמים שתלויים באינטגרלים על  $V(\rho, \theta)$ .

### שאלה 3 – הפרדת משתנים קוטבית

א. בתרגול ביצענו הפרדת משתנים למשוואת לפלאס בקואורדינטות גליליות, והתעלמנו מהמקרה שבו  $\frac{z''(z)}{z(z)} = 0$ . מצאו את צורת הפתרון הכללי (טור עם מקדמים) בקואורדינטות  $\rho, \phi, z$  במקרה זה. מהו הפתרון הכללי במקרה שבו אין תלות ב- $z$ ?

ב. כעת, השתמשו בסעיף א' כדי לפתור את הבעיה הבאה: גליל ארוך בעל רדיוס  $a$  העשוי מחומר בעל מקדם דיאלקטרי  $\epsilon$ , נמצא בשדה חשמלי חיצוני  $E_0 = E_0 \hat{x}$  אשר מאונך לציר הגליל. מצאו את הפוטנציאל החשמלי, השדה החשמלי, הפולריזציה החשמלית וצפיפות המטען בכל המרחב. מה הפתרון שנקבל בגבול שמתאר מוליך?

### שאלה 4 – קליפה בתוך קליפה מוארקת

נתונות שתי קליפות כדוריות קונצנטריות, שמרכזן בראשית הצירים ורדיוסיהן  $a < b$ . על הקליפה הפנימית יש צפיפות מטען משטחית  $\sigma_0 \frac{xy}{a^2}$ , והקליפה החיצונית מוארקת. מצאו את הפוטנציאל החשמלי  $\phi(r)$  בין שתי הקליפות ואת הלחץ  $P(r = b, \theta, \phi)$  על שפת הקליפה המוארקת, באמצעות השיטות הבאות:

א. הפרדת משתנים בקואורדינטות כדוריות.

ב. שיטת מטעני הדמות ומולטיפולים כדוריים.

ג. פונקציית גרין שפיתחנו בכיתה לשתי קליפות כדוריות. את תנאי השפה על הצפיפות בקליפה הפנימית החליפו בפוטנציאל על הקליפה הפנימית שהתקבל בסעיפים הקודמים.