1 (א

$$\frac{1}{\varepsilon_1} tg\theta_1 = \frac{1}{\varepsilon_2} tg\theta_2$$

$$\frac{1}{\varepsilon_1} \frac{E_\parallel^1}{E_\perp^1} = \frac{1}{\varepsilon_2} \frac{E_\parallel^2}{E_\perp^2}$$

הרציפות ב $E_\parallel$ שפה תנאור

$$\frac{1}{\varepsilon_1} \frac{1}{E_\perp^1} = \frac{1}{\varepsilon_2} \frac{1}{E_\perp^2}$$

ונקבל את הרציפות ב $\bar{D}_\perp$ שפה

$$\varepsilon_1 E_\perp^1 = \varepsilon_2 E_\perp^2$$

$$D_\perp^1 = D_\perp^2$$

(ב

$$\bar{B}_i = \mu_i \bar{H}_i$$

עבור השדות המגנטיים

דווקא הרכיבים הניצבים של $\bar{B}$ רציפים

והרכיבים המקבילים של H רציפים (בהעדר $\bar{K}$)

$$B_\perp^1 = B_\perp^2$$

$$\mu_1 B_\parallel^1 = \mu_2 B_\parallel^2$$

לומר

$$\boxed{\mu_1 tg\theta_1 = \mu_2 tg\theta_2}$$

יכולנו לנחש את זה מראש שהרי היחס
(שקיים כביכול) בין μ ל-ε הוא $\varepsilon (=) \frac{1}{\mu}$

מההגדרה $\propto$ לעומת

$$\bar B = \mu \bar H$$
$$\bar D = \varepsilon \bar E$$

ב) א) השאלה היא כמה עולה לשים
מטענים בנוכחות חומר דיאלקטרי,
התשובה היא

$$U = \frac{1}{8\pi}\int \bar E \cdot \bar D$$

על השפה יש מטען Q בצורה כדורית
לכן השדה בקטע <u>חייב</u> להיות

$$\bar E(\bar r) = E_r = \frac{Q}{r^2}$$

הקטע מכיל את הפס' הזה אבל השדה קטן פי
ε.

$$\Rightarrow U = \frac{1}{8\pi}\int \bar E \cdot \bar D$$

$$= \frac{1}{8\pi}\int \frac{1}{\varepsilon}\frac{Q^2}{r^4} r^2 \, dr \sin\theta \, d\theta \, d\phi$$

$$= \frac{1}{2}\frac{1}{\varepsilon} Q^2 \underbrace{\int_a^b \frac{1}{r^2} dr}_{-\frac{1}{r}\Big|_a^b = -\frac{1}{b} + \frac{1}{a}}$$

$$= \frac{b-a}{ab} > 0 \quad b>a$$

$$= \boxed{\frac{Q^2(b-a)}{2\varepsilon ab}}$$

ב) ההבדל היחיד באנרגיה הוא ε

ולכן נקבל $$U = \frac{Q^2(b-a)}{2ba\,\varepsilon^2}$$

ו- $\varepsilon>1$ לכן התוספת אנר' עבור החומר הדיאלקטרי. האנר' הנוספת נובעת מהאנר' האגורה בקיטוב החומר הדיאלקטרי.

ג) נשתמש בנוסחה מהתרגול

$$\Delta U = \frac{1}{8\pi}\int \left(\bar{E}\cdot\bar{D}_0 - \bar{D}\cdot\bar{E}_0\right) d^3r$$

נקבל $$\frac{(1-\varepsilon)Q^2(b-a)}{2ba\,\varepsilon}$$ (גם מחיסור האנר' מקודם)

נשים לב שזה בדיוק ההפרש בין סעיפים א' ו-ב', והוא <u>שלילי</u> כי $\varepsilon>1$.

כלומר החומר הדיאלקטרי רוצה להיכנס לקבל.

אנחנו מרוויחים אנר' מהכנסת החומר לקבל,

וזה בדיוק האנר' מהקיטוב.

(2

$$\Delta V = -\int_a^b \bar{E}\cdot d\bar{l}$$

$$= -Q\int_a^b \frac{1}{r^2}\,dr = -Q\left(\frac{b-a}{ab}\right)$$

$$C = \frac{Q}{|\Delta V|} = \frac{ab}{b-a}$$

$$C = \frac{\varepsilon ab}{b-a}$$ ורק צריך להוסיף את ε

$\Delta V_\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon}\Delta V$ עם החומר הדיאלקטרי

$$\frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{\cancel{ab}}{\varepsilon\cancel{b-a}}\frac{Q^2(b-a)^{\cancel{2}}}{(ab)^{\cancel{2}}}$$

וזו בדיוק האנרגי שעלה לטעון את הקבל.
כי האנרגי שרוב מעניינת אותנו, כי את
הקבל אנחנו קונים מהמפעל ושם משלמים
להכניס את החומר הדיאלקטרי לתוך הקבל (מחיר
שהוא קבוע לא כמו שם) ואנחנו משלמים באנרגי
כשאנחנו מחברים אותו למעגל חשמלי, כלומר
שאנו טוענים אותו.

3 א)

$$\Delta U = U_{final} - U_{initial}$$

$$= \frac{1}{8\pi}\left[\int \bar{B}\cdot\bar{H} - \int \bar{H}_0\cdot\bar{B}_0\right]$$

כעת נרשום בצורה הבאה:

$$\Delta U = \frac{1}{8\pi}\int(\bar{B}\cdot\bar{H}_0 - \bar{H}\cdot\bar{B}_0)$$

$$+\frac{1}{8\pi}\underbrace{\int(\bar{B}+\bar{B}_0)\cdot(\bar{H}-\bar{H}_0)}_{*}$$

כעת נותר להראות ש $*$ מתאפס.

מכיוון ש $\bar{\nabla}\cdot(\bar{B}+\bar{B}_0)=0$

קיים $\tilde{\bar{A}}$ כך ש $\bar{B}+\bar{B}_0 = \bar{\nabla}\times\tilde{\bar{A}}$

ולכן התרומה שנרצה שתתאפס שווה ל:

$$= -\frac{1}{8\pi}\int(\bar{\nabla}\times\tilde{\bar{A}})\cdot(\bar{H}-\bar{H}_0)$$

אינטגרציה בחלקים

$$= -\frac{1}{8\pi}\int\left[\underbrace{\bar{\nabla}\cdot(\tilde{\bar{A}}\times(\bar{H}-\bar{H}_0))}_{\text{גאוס}} - \tilde{\bar{A}}\cdot(\bar{\nabla}\times(H-H_0))\right]$$

אפס, שדה נעלם על השפה

$$\bar{K}_{\substack{free\\after}} - \bar{K}_{\substack{free\\before}} = 0$$

$$= 0$$

ב) אם התווך המקורי הוא ואקום $H_0 = B_0$

לכן האינטגרנד הוא

$$\bar{B}_0\cdot(\bar{B}-\bar{H}) = 4\pi\,\bar{B}_0\cdot\bar{M}$$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2}\int \bar{M}\cdot\bar{B}_0\, d^3r$$

ג) מתאים לסעיף ד' הקודם, מצאנו בתרגיל

$$\bar{M} = \frac{3}{4\pi}\,\frac{\mu-1}{\mu+2}\,B_0\,\hat{z}$$

$$\Rightarrow \boxed{U = \frac{1}{2}\,\frac{\mu-1}{\mu+2}\,B_0^2\,R^3} > 0$$

עלה לנו אנרגי' להכניס את החומר לשדה המגנטי, בניגוד למקרה עם הקבל, שם הרווחנו אנרגי'.

ה) ראינו מקודם שבהעדר זרמים חופשיים

$$\frac{1}{8\pi}\int(\bar{B}+\bar{B}_0)\cdot(\bar{H}-\bar{H}_0) = 0$$

אם גם אין שדות נוספים $\bar{B}_0 = \bar{H}_0 = 0$

נקבל ישר $\frac{1}{8\pi}\int \bar{B}\cdot\bar{H} = 0$

יכולנו לדעת זאת ישירות כי האנרגי' הזו סופרת את התרומה של הזרמים החופשיים בנוכחות

החומר המגנטי, ולכן אין זרמים חופשיים. יש כמובן שהזרם
הנו תלפס.

ה) אין שום סתירה, הזרם שחושדו הן זרמות
אחרות לגמרי. בסעיף ג' חושבה התרומה
של המגנטיזציה ("הזרמים הקשורים"), ובסעיף ד'
חושבה התרומה של הזרמים החופשיים.

ו) אין שדה חיצוני לכן

$$\bar{B} = 4\pi \bar{M} = 4\pi M_0 \hat{z}$$

והזרם

$$\bar{J} = \frac{c}{4\pi} \nabla \times B$$

$$= \boxed{c M_0 \hat{\varphi}} \left(\delta(r-R) \right) = \bar{K}$$

ז)

$$\bar{B} = \frac{1}{c} \int \frac{\bar{J}(\bar{r}') \times (\bar{r} - \bar{r}')}{|\bar{r} - \bar{r}'|^3} d^3 r'$$

$$= M_0 R \int \frac{\hat{\varphi} \times (z\hat{z} - R\hat{\rho} - z'\hat{z})}{\left((z-z')^2 + R^2 \right)^{3/2}} d\varphi dz$$

$\hat{\varphi} \times \hat{z} = \hat{\rho}$ והאינטגרל של $\hat{\rho}$ מתאפס

על סיבוב שלם.

$$\varphi \times \hat{\rho} = -\hat{z}$$

$$\Rightarrow \bar{B}(\bar{r}) = M_0 R^2 \int \frac{1}{\left((z-z')^2 + R^2 \right)^{3/2}} d\varphi' dz'$$

$$= 2\pi M_0 \left[\frac{H-z}{\sqrt{(H-z)^2 + R^2}} + \frac{H+z}{\sqrt{(H+z)^2 + R^2}} \right]$$

$$\sigma_M = \hat{n}\cdot\bar{M}$$ ד)

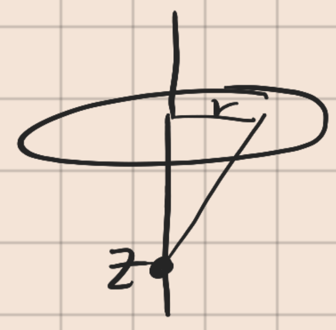
למשל על השפה העליונה יש $\sigma_M = -M_0$

ועל התחתונה $\sigma_M = +M_0$

ול ρ_M אין כי $\text{grad}\,\bar{M} = 0$

בכל מקום אחר בפנים אין

ב) נחשב על השפות:



$$\varphi_M(z) = \int \frac{+M_0}{\sqrt{r^2+(z-H)^2}}\,dr\,r\,d\varphi - \int \frac{M_0}{\sqrt{r^2+(z+H)^2}}\,dr\,r\,d\varphi$$

$$= 2\pi M_0\left[\sqrt{r^2+(z-H)^2} - \sqrt{r^2+(z+H)^2}\right]_0^R$$

$$= 2\pi M_0\left[\sqrt{R^2+(z-H)^2} - \sqrt{R^2+(z+H)^2} - |z-H| + |z+H|\right]$$

ג) יש כמה תחומים

$z > H$: $-z+H+z+H = 2H$

$-H < z < H$: $z-H+z+H = 2z$

$z < -H$: $-z-H+z-H = -2H$

ובנוסף ה $\bar{B} = -\bar{\nabla}\varphi_M$

נקבל בדיוק את השדה של סליל כי

אם נוסיף את השדה כתוצאה מה מגנטיזציה ה $+4\pi M_0\hat{z}$

1) רחוק רחוק מדובר בדיפול עם

$$\bar{m} = \underbrace{2\pi R^2 H}_{\text{נפח}} \underbrace{M_0}_{\text{מגנטיזציה}} \hat{z}$$

$$\bar{B} = \frac{3(\bar{m}\cdot\hat{r})\hat{r} - \bar{m}}{r^3}$$

$$= \frac{2\pi R^2 H M_0}{r^3}\left(3\cos\theta\,\hat{r} - (\cos\theta\,\hat{r} - \sin\theta\,\hat{\theta})\right)$$

$$= \frac{2\pi R^2 H M_0}{r^3}\left(2\cos\theta\,\hat{r} - \sin\theta\,\hat{\theta}\right)$$