

אלקטרומגנטיות אנליטית - תרגיל בית #1 - חזרה ותזכורת

שאלה 1

הוכיחו בעזרת שימוש בכתיב אינדקסי ובהסכם הסכימה את הזהויות הבאות:

$$1. \mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{C})\mathbf{B} - \mathbf{C}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$$

$$2. (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{C} = (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) \cdot \mathbf{A}$$

$$3. \nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) - \mathbf{A} \cdot (\nabla \times \mathbf{B})$$

$$4. \nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0$$

$$5. \nabla \cdot (\Phi \mathbf{A}) = \mathbf{A} \cdot \nabla \Phi + \Phi \nabla \cdot \mathbf{A}$$

$$6. \nabla \times (\Phi \mathbf{A}) = \nabla \Phi \times \mathbf{A} + \Phi \nabla \times \mathbf{A}$$

שאלה 2

1. הוכח את הקשר הבא עבור פונקצית הדלתא של דיראק:

$$\delta(kx) = \frac{1}{|k|} \delta(x)$$

כאשר k קבוע השונה מאפס.

2. הוכח את הקשר הבא:

$$x \frac{d}{dx} (\delta(x)) = -\delta(x)$$

(רמז: ניתן להשתמש באינטגרציה בחלקים)

3. הוכח כי עבור פונקציית המדרגה מתקיים הקשר הבא:

$$\frac{d\theta(x)}{dx} = \delta(x)$$

שאלה 3

מצאו את צפיפות המטען הנפחית $\rho(\mathbf{r}, t)$ של המערכות הבאות בעזרת פונקציות δ ופונקצית המדרגה¹ Θ , וחשבו את המטען הכללי $Q = \int d^3x \rho$.

1. טבעת ברדיוס a שמרכזה בראשית, היא מונחת במישור $z = 0$ וטעונה בצפיפות אורכית $\lambda = \frac{Q}{a}(1 + \cos 2\varphi)$, כאשר φ היא הזווית של קואורדינטות גליליות.

2. טבעת ברדיוס a שמרכזה בראשית, כיוון ציר z מתלכד עם הקוטר של הטבעת, והיא סובבת סביבו במהירות זוויתית ω . הצפיפות האורכית שלה היא $\lambda = \frac{Q}{a} \cos \theta$, θ היא הזווית הקוטבית של קואורדינטות כדוריות.

3. תייל באורך d , הטעון בצפיפות אורכית קבועה λ . הראו חישוב בקואורדינטות קרטזיות, גליליות וכדוריות.

4. חרוט שאורך צלעו d וזווית הראש α הטעון בצפיפות נפחית אחידה ρ_0 .

¹פונקצית המדרגה היא $\Theta(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$