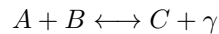


מבוא לאסטרופיזיקה - תרגול מס' 5

11 באפריל 2022

מושגים חשובים מההרצאות:

- קפיאה (freeze out): המקרה בו תהליך מסוים, שהקצב שלו תלוי ב T בצפיפות ובטמפרטורה, מפסיק לקרות כתוצאה מירידה של הקצב שלו לגודל של קבוע האבל. לחלופין, ניתן לומר שתהליך קופא כאשר הזמן האופייני להתרחשות שלו (לדוגמה הזמן בין התנגשויות) משתווה לגיל היקום (בקירוב $\frac{1}{H_0}$). קפיאה קורית בעקבות שינוי התנאים ביקום בעקבות ההתרחבות שלו, אשר מנמיכה את הצפיפות והטמפרטורה. במקרה כזה התהליך מפסיק לקרות, והיחסים בין המגיבים מתקבעים ("קופאים") עד כדי קיומם של תהליכים אחרים שעוד לא קפאו. דוגמה שראיתם לכך - הוצרות ניוטרונים בטמפרטורות גבוהות ביקום המוקדם קופאת, ולאחר מכן יחס פרוטונים-ניוטרונים עובר להקבע על ידי דעיכת ניוטרונים בלבד.
- הוצרות הגרעינים (nucleosynthesis): השלב ביקום בו נוצרו גרעיני ההליום. ראיתם בכיתה כיצד ניתן לחשב אילוצים על רכיבי האנרגיה השונים של היקום באמצעות מדידה של חלקיות ההליום ביקום.
- משוואת סאהא: בהנחה של שיווי משקל תרמוכימי בין שתי בלבד ריאקציות מהצורה



ניתן לפתח את משוואת סאהא שנותנת לנו את x ("דרגת הינון" במקרה ש- B הוא אלקטרון) באופן הבא

$$\frac{1-x}{x^2} = \frac{g_C}{g_A g_B} \frac{\pi^{7/2} 2^{3/2}}{45} \eta \left(\frac{k_B T}{m_B c^2} \right)^{3/2} e^{\frac{\Delta E}{k_B T}}$$

כאשר

$$x = \frac{n_B}{n} = \frac{n_B}{n_B + n_C},$$

$$\eta = \frac{n}{n_\gamma}$$

ו- g_i הוא מספר דרגות החופש של החלקיק i .

1) קרינת הרקע הקוסמית ביקום ללא אטומים (קפיאה של פיזור תומסון)

ב-redshift של $z = 1100$ אטומים נוצרו, היקום לא היה עוד אטום לקרינה דרך פיזור אלקטרונים וקרינת הרקע הקוסמית השתחררה. דמיינו עולם בו האטומים לא יכולים להיווצר. יקום כזה, ישאר מיון על פי הגדרה. עם זאת, לאחר מספיק זמן, הצפיפות תרד מספיק כדי שהיקום יהפוך לשקוף בכל זאת. מצאו את ה-redshift בו זה יקרה, עבור יקום שטוח וללא קבוע קוסמולוגי. הניחו שכל החומר הבריוני הוא מימן וכי

$$\begin{cases} \Omega_B = 0.04 \\ H_0 = 70 \frac{\text{km}}{\text{Mpc s}} \end{cases}.$$

פתרון:

הקצב בו פוטון מתפזר על אלקטרונים הוא $\Gamma = n_e \sigma_T c$, כאשר n_e צפיפות האלקטרונים, σ_T הוא חתך פעולה לפיזור תומסון, c מהירות האור. הזמן בו היקום מכפיל את גודלו הוא בערך $\frac{1}{H}$ ולכן הקרינה מפסיקה להתפזר כאשר $\frac{\Gamma}{H} \approx 1$. היקום שטוח ואין קבוע קוסמולוגי, לכן הצפיפות היא הצפיפות הקריטית. מכאן שצפיפות האלקטרונים ב-redshift נתון היא

$$n_e(z) = \frac{\Omega_B \rho_{c,0}}{m_p} (1+z)^3 = \frac{\Omega_B}{m_p} \frac{3H_0^2}{8\pi G} (1+z)^3.$$

נניח שהמעבר מתרחש בעידן נשלט חומר ולכן

$$H = H_0 (1+z)^{3/2}.$$

נציב ונקבל

$$1+z = \left(\frac{8\pi G m_p}{3\Omega_B H_0 \sigma_T c} \right)^{2/3} \Rightarrow z = 65.$$

נשים לב שההנחה שהמעבר התרחש בעידן נשלט חומר הצדיקה את עצמה.

2) יצירת הליום ביקום עם ניוטרונים קצת שונים

1. דמיינו יקום בו זמן מחצית החיים של ניוטרון הוא 100 שניות במקום 614. העריכו את חלקיות ההליום לאחר הווצרות הגרעינים.

2. דמיינו יקום בו הפרש המסות בין הפרוטון והניוטון הוא $Q_n = 0.129 \text{ MeV}$ במקום $Q_n = 1.29 \text{ MeV}$. העריכו את חלקיות ההליום לאחר הווצרות הגרעינים.

פתרון:

1. ראיתם בכיתה כי הווצרות הניוטונים קופאת בזמן

$$t_n \approx 1.5s$$

וכי בזמן זה מתקיים

$$\frac{n_n}{n_p} \approx 0.2.$$

בנוסף, ראיתם כי יצירת הדיוטריום קופאת בזמן

$$t_D \approx 300s.$$

כעת ניתן להעריך את היחס בין פרוטונים לניוטונים בזמן זה, תוך התחשבות בזמן מחצית החיים המדומיין.

$$\begin{aligned} \frac{n_n(t_D)}{n_p(t_D)} &= \frac{n_n(t_n) 2^{-\frac{t_D}{100s}}}{n_p(t_n) + \left(1 - 2^{-\frac{t_D}{100s}}\right) n_n(t_n)} = \\ &= \frac{2^{-\frac{t_D}{100s}}}{5 + \left(1 - 2^{-\frac{t_D}{100s}}\right)} \approx 0.02. \end{aligned}$$

כעת נעבור לחישוב אחוז ההליום

$$Y_{\text{He}} = \frac{4n_{\text{He}}}{n_p + n_n} = \frac{2n_n}{n_p + n_n} = \frac{2}{51} \approx 0.04.$$

ניתן לראות כי במקרה כזה בו הניוטונים דועכים יותר מהר, נוצר משמעותית פחות הליום ביקום.

2. נזכיר שוב כי הווצרות הניוטונים קופאת בזמן

$$t_n \approx 1.5s.$$

בזמן זה הטמפרטורה היא

$$k_B T \approx 1 \text{ MeV} \left(\frac{t_n}{1s} \right)^{1/2} = 0.8 \text{ MeV}$$

הפעם היחס בין הפרוטונים לניוטונים יהיה שונה בזמן זה. נמצא אותו מתוך שיווי משקל

$$\frac{n_n}{n_p} = e^{-\frac{0.129}{0.8}} = 0.85.$$

קיבלנו אם כן כמות גדולה יותר של ניוטונים. נמשיך מכאן עם חישוב זהה לסעיף הקודם אך הפעם עם זמן מחצית החיים הנכון של ניוטונים (614 שניות)

$$\frac{n_n(t_D)}{n_p(t_D)} = \frac{n_n(t_n) 2^{-\frac{t_D}{614s}}}{n_p(t_n) + \left(1 - 2^{-\frac{t_D}{614s}}\right) n_n(t_n)} =$$

$$= \frac{2^{-\frac{t_D}{614s}}}{1.18 + \left(1 - 2^{-\frac{t_D}{614s}}\right)} \approx 0.49.$$

ולסיום, אחוז ההליום

$$Y_{\text{He}} = \frac{4n_{\text{He}}}{n_p + n_n} = \frac{2n_n}{n_p + n_n} = \frac{2}{3.04} \approx 0.66.$$

כלומר קיבלנו שיותר מחצי מהמסה נמצאת בהליום!

3) קרינת הרקע הקוסמית - התחזית של גאמוב

בשנות ה-40 גאורג גאמוב ניסח תחזית עבור קרינת רקע קוסמית. כאן ננסה לשחזר את הטיעון שלו. הניחו כי הווצרות הגרעינים קרתה בטמפרטורה של $T_{nuc} \approx 10^9 \text{ K}$, כי גיל היקום הוא $t_0 \approx 10 \text{ Gyr}$, היקום שטוח ומכיל קרינה בלבד.

1. מהי צפיפות האנרגיה בזמן הווצרות הגרעינים?
2. מה ערכו של קבוע האבל בזמן זה?
3. מהו גיל היקום בזמן זה?
4. מהי טמפרטורת קרינת הרקע הקוסמית כיום?
5. אם היקום עבר מלהיות נשלט קרינה לנשלט חומר ב-redshift נתון z_{rm} , כיצד ישתנה הערך של T_0 בהנחה ש- T_{nuc} ו- t_0 נשארים זהים?

פתרון:

1. צפיפות האנרגיה של היקום נשלטת קרינה, ולכן מתקיים

$$\rho_{nuc} c^2 = a T_{nuc}^4 = 7.57 \times 10^{21} \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3}$$

$$\rho_{nuc} = 8.4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$$

2. עבור יקום שטוח מתקיים

$$\rho_{crit} = 0.9 \times 10^{-29} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$H = H_0 \sqrt{\frac{\rho_{nuc}}{\rho_{crit}}} = H_0 \sqrt{\frac{8.4}{0.9 \times 10^{-29}}} = 6.8 \times 10^{16} \frac{\text{km}}{\text{Mpc s}}.$$

3. עבור יקום נשלט קרינה מתקיים

$$\begin{cases} a = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{1/2} \\ \rho \propto a^{-4} = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{-2} \end{cases}$$

ולכן

$$t_{nuc} = t_0 \left(\frac{\rho_{nuc}}{\rho_{crit}}\right)^{-1/2} = 10 \text{ Gyr} \times 1.04 \times 10^{-15} \approx 330 \text{ s.}$$

4.

$$T_0 = T_{nuc} \left(\frac{\rho_{crit}}{\rho_{nuc}}\right)^{1/4} \approx 32 \text{ K.}$$

5. כאשר היקום נשלט חומר, התלות של קבוע הסקאלה בזמן משתנה מ- $t^{1/2}$ ל- $t^{2/3}$. מכאן שאם היקום עובר מהתפשטות נשלטת קרינה להתפשטות נשלטת חומר בזמן מסוים, וגיל היקום נתון, הרי שטמפרטורת הקרינה תהיה נמוכה יותר.

$$T = \begin{cases} 10^9 \text{ K} \left(\frac{t}{t_{nuc}}\right)^{-1/2} & t < t_{rm} \\ T_{rm} \left(\frac{t}{t_{rm}}\right)^{-2/3} & t > t_{rm} \end{cases}$$

כאשר t_{rm} נקבע על ידי היחס בין צפיפות האנרגיה של הקרינה והחומר כיום.