Q1

1) $\frac{1ns}{\hbar} = \frac{1\cdot 10^{-9} \cancel{s}}{1.055\cdot 10^{-34} \underbrace{J}_{\frac{1}{1.6}10^{19}eV} \cancel{s}} = \frac{10^{-9}}{\frac{1.055}{1.6}\cdot 10^{-34}\cdot 10^{19} eV} = 1.5\cdot 10^{6} eV^{-1}$

2) $\sim e^{-i\frac{\bar{p}\cdot\bar{r}}{\hbar}}$ ראינו בכיתה שפונק' הגל

$\bar{p}\cdot\bar{r} \rightarrow p^{\mu}x_{\mu}$ כעת אנחנו יחסותיים

$p^{\mu} = (E, p_x, 0, 0)$ בנוסף . $\hbar = 1$!

$x^{\mu} = (t, x, y, z)$

$\Rightarrow \quad p^{\mu}x_{\mu} = Et - \bar{p}\cdot\bar{x}$

$\Rightarrow \quad \psi \sim e^{-i(Et - px)}$

3) $\frac{px}{\hbar} = 2\pi \rightarrow x = \frac{2\pi\hbar c}{pc} = \frac{2\pi\cdot 0.2\,\cancel{GeV}\,fm}{1\,\cancel{GeV}} = \frac{2}{5}\pi\, fm = 1.25\, fm$

Q2

1) $p^{\mu} = (E, \bar{p})$

$\Rightarrow p^2 = E^2 - p^2 = \gamma^2 m^2 - \gamma^2 m^2 \beta^2 = \cancel{\gamma^2} m^2 \cancel{(1-\beta^2)} = m^2$

$p^2 \geq 0$ אין כזה דבר מסה מרוכבת (בינתיים)

2) נפתח בטור את γ עבור $\beta \ll 1$:

$\gamma \approx 1 + \frac{1}{2}\beta^2$

$\Rightarrow E = \gamma m \approx m + \frac{1}{2}m\beta^2 =$ א. מנוחה + א. קינטית

$p = \gamma m\beta \approx m\beta \ (mv)$

Q3

$$p^\mu = p_1^\mu + p_2^\mu$$

$$(p_1^\mu)^2 = (p^\mu - p_2^\mu)^2$$

$p^\mu = (E,0,0,0)$ לפני הדעיכה ה-4 וקטור של החלקיק

ואחרי הדעיכה: $p^\mu = (0,0,0,0)$ נקבל:

$$E_1^2 - \bar{P}_1^2 = (m - E_2)^2 - (0 - \bar{P}_2)^2$$

$$E_1^2 - \bar{P}_1^2 = E_2^2 - \bar{P}_2^2 + m^2 - 2mE_2$$

$$\Rightarrow \quad m_1^2 = m_2^2 + m^2 - mE_2$$

$$\boxed{E_2 = \frac{m_2^2 + m^2 - m_1^2}{2m}}$$

נציב חזרה לקבל $\bar{P}_2$:

$$\bar{P}_2^2 = E_2^2 - m_1^2 + m^2 - 2mE_2$$

$$= \frac{(m_2^2 + m^2 - m_1^2)^2}{4m^2} - \cancel{m_1^2} + \cancel{m^2} - m_2^2 - \cancel{m^2} + \cancel{m_1^2}$$

באופן אנלוגי נעשה את אותו הדבר רק עבור P_2^μ, ונקבל את $E_1, \bar{P}_1$

$$P_2^{\mu\,2} = (P^\mu - P_1^\mu)^2$$

$$E_2^2 - P_2^2 = (m - E_1)^2 - (0 - \bar{P}_1)^2$$

$$m_2^2 = m^2 + E_1^2 - 2mE_1 - P_1^2$$

$$m_2^2 = m^2 + m_1^2 - 2mE_1$$

$$\boxed{E_1 = \frac{m^2 + m_1^2 - m_2^2}{2m}}$$

$$P_1^2 = \cancel{m^2} - \cancel{m_2^2} + \frac{(m^2 + m_1^2 - m_2^2)^2}{4m^2} - \cancel{m^2} - m_1^2 + \cancel{m_2^2}$$

ולפי wolframalpha הביטויים זהים, כלומר $\bar P_1^2 = \bar P_2^2$

Q4

לפני:

$$(P_1^\mu + P_2^\mu)^2 = (E_1 + E_2)^2 - (\bar P_1 + \bar P_2)^2$$

$$= E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 - \bar P_1^2 - \bar P_2^2 - 2\bar P_1 \cdot \bar P_2$$

$$= m_1^2 + m_2^2 + 2(E_1E_2 - \bar P_1 \cdot \bar P_2)$$

במע' מרכז המסה $\bar P_1 = -\bar P_2$

$$\Rightarrow \quad m_1^2 + m_2^2 + 2(E_1E_2 + \bar P_1^2)$$

כמו כן עם לאחר m_3, m_4 מסות שונות מההתחלה, נקבל שזה יהיה

$$m_3^2 + m_4^2 + 2(E_3E_4 + \bar P_3^2)$$

ולא צריך ש $m_1, m_2 = m_3, m_4$

ב) צריך להסביר את ה-4 תנע מבחינת ולכן צריך לכתוב אותו מבחינת התנגשות אלסטית בין שני חלקיקים מוגבלים למישור

אוקי! לפני: $P_1^\mu = (E_1, P_{x_1}, P_{y_1}, 0)$, $P_2^\mu (E_2, P_{x_2}, P_{y_2}, 0)$

אחרי: $P_3^\mu = (E_3, P_{x_3}, P_{y_3}, 0)$, $P_4^\mu (E_4, P_{x_4}, P_{y_4}, 0)$

שימור האנר' שמתקיים: $E_1 + E_2 = E_3 + E_4$

ו התנע שמור בכל ציר! $P_{x_1} + P_{x_2} = P_{x_3} + P_{x_4}$

$$P_{y_1} + P_{y_2} = P_{y_3} + P_{y_4}$$

לורנץ לאנר': $E \rightarrow \gamma E - \gamma\beta P_x$

(נבחר בוסט בכיוון x בה"כ)

לורנץ לתנע: $P \rightarrow \gamma P - \gamma\beta E$

$$\Rightarrow \cancel{\gamma} E_1 - \cancel{\gamma}\beta P_{x_1} + \cancel{\gamma} E_2 - \gamma\beta P_{x_2} = \cancel{\gamma} E_3 - \cancel{\gamma}\beta P_{x_3} + \cancel{\gamma} E_4 - \cancel{\gamma}\beta P_{x_4}$$

$$E_1 + E_2 - \beta(P_{x_1} + P_{x_2}) = E_3 + E_4 - \beta(P_{x_3} + P_{x_4})$$

ובטוין אם חוקי השימור נכונים לפני הבוסט קיבלנו 0=0

שומר חוקי השימור נכונים גם אחרי הבוסט. אותו דבר

בדיוק יהיה עבור התנעים.

Q5

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + P_z}{E - P_z}$$

נסתכל על הביטוי $E + P_z$ תחת בוסט לורנץ:

$$E + P_z \to \gamma E - \beta\gamma P_z + \gamma P_z - \gamma\beta E$$

$$= \gamma E (1 - \beta) + \gamma P_z (1 - \beta)$$

$$= (1-\beta)\gamma (E + P_z)$$

$$E - P_z \to \gamma E - \beta\gamma P_z - \gamma P_z + \gamma\beta E$$

$$= \gamma E (1+\beta) - \gamma P_z (1+\beta)$$

$$= (1+\beta)\gamma (E - P_z)$$

$$\Rightarrow y \to \frac{1}{2} \ln \left[\frac{(1-\beta)(E+P_z)}{(1+\beta)(E-P_z)} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[\ln \frac{1-\beta}{1+\beta} + \ln \frac{E+P_z}{E-P_z} \right]$$

$$= y + \frac{1}{2} \ln \frac{1-\beta}{1+\beta}$$

ב) אין מה להראות באלו שמחסרים את האיבר שמשתנה

תחת בוסט נוכל נשארים עם ההפרש המקורי.

$$\frac{1}{2} \ln \frac{1-\beta}{1+\beta} \equiv \tilde{\beta}$$

יהי הכל נגדיר: כמו

$$y_1 - y_2 \to (y_1 - \cancel{\tilde{\beta}}) - (y_2 - \cancel{\tilde{\beta}}) = y_1 - y_2$$

זה כי לשניהם משתנה אותו ביטוי $\tilde{\beta}$ כי זו אותו בוסט.

3) $E^2 = m^2 + p^2 \simeq p^2 \Rightarrow E = |\bar{p}|$ $\quad\quad E, p \gg m$

$p_z = p\cos\theta = E\cos\theta$ $\quad\quad \cos\theta = \cos^2\frac{\theta}{2} - \sin^2\frac{\theta}{2}$

$1 - 2\sin^2\frac{\theta}{2}$

$2\cos^2\frac{\theta}{2} - 1$

$$\ln\frac{E+p_z}{E-p_z} = \ln\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta} = \ln\frac{\cos^2\frac{\theta}{2}}{\sin^2\frac{\theta}{2}}$$

$$= \ln\cot^2\frac{\theta}{2}$$

$$y = \ln\cot\frac{\theta}{2} = -\ln\tan\frac{\theta}{2}$$