$$u_\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3}\,\frac{1}{e^{h\nu/k_BT}-1} \qquad (1)$$

א) כל מה שצריך זה לחלק ב 4π כי
אנחנו מסתכלים פר סטרדיאן, ולהכפיל ב-c כי
זו מהירות האור וזה כמה שעובר לשנייה.
(זה גם מסדר את היחידות, מצפיפות נפחית
אחרי זה יהפוך ליח' שטח ופר שנייה).

$$I_\nu = \frac{c}{4\pi} u_\nu$$
$$= \frac{2h\nu^3}{c^2}\,\frac{1}{e^{h\nu/k_BT}-1}$$

ב) בתדר גבוה $h\nu \gg k_BT$

$$\frac{1}{e^{h\nu/k_BT}-1} \approx e^{-h\nu/k_BT} \Rightarrow B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} e^{-h\nu/kT} \approx e^{-h\nu/k_BT}$$

בתדר נמוך $h\nu \ll k_BT$

$$\frac{1}{e^{h\nu/k_BT}-1} \approx 1 \Rightarrow B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2}$$

ג) צריך לעשות אינטגרל $\int \cos\theta \, d\Omega$

$$= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} \sin\theta\cos\theta \, d\theta = \pi$$

$$f_\nu = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2}\,\frac{1}{e^{h\nu/k_BT}-1} \quad \left[\frac{erg}{sec\cdot cm^2\cdot Hz}\right]$$

2) L_ν יבוא ביח' של $\frac{erg}{s\cdot Hz}$ לכן צריך לכפול
בשטח קליפת הכוכב $4\pi R^2$

$$L_\nu = \frac{8\pi^2 R^2 h \nu^3}{c^2}\,\frac{1}{e^{h\nu/k_BT}-1}$$

ה) במרחק r מהכוכב צריך לחלק ב-r^2 כאן
המרחק, וב-π במקום ה-$d\Omega$

$$F_\nu = \frac{8\pi^2}{c^2}\frac{R^2}{\text{מרחק}^2} h\nu^3 \frac{1}{e^{h\nu/k_BT}-1}$$

ו) סופיים אינטגרל על I_ν (באופן רדיאלי)

כאשר נשים לב שסופיים אינטגרציה עד θ_c

כאשר $\sin\theta_c = \frac{R}{r} \Rightarrow \theta_c = \sin^{-1}\frac{R}{r}$

מכיוון שברור אין ייחוד אחד על אחר לסכום על

קרניים שיוצאות מהכוכב אם θ נמדדת מנק' מבט

להגבלה, טווח להפיק את כיווני הקרניים.

$$\int I_\nu \cos\theta \, d\Omega = I_\nu \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\theta_c} \cos\theta \sin\theta \, d\theta$$

$$= I_\nu 2\pi \frac{1}{2}\sin^2\theta_c = I_\nu \pi \left(\frac{R}{r}\right)^2$$

ועבור $r=R$ נקבל πI_ν

ט)

$$u_\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\frac{1}{e^{h\nu/k_BT}-1}$$

$x = \frac{h\nu}{k_BT}$
$dx = \frac{h}{k_BT}d\nu$
$d\nu = \frac{k_BT}{h}dx$

$$= \frac{8\pi}{c^3}\left(h\nu^3 \frac{h^2 k_B^3T^3}{h^2k_B^3T^3}\right) \dots$$

$$= \frac{8\pi}{c^3}\frac{k_B^4T^4}{h^3}\frac{\pi^4}{15} = \frac{8}{15}\frac{\pi^5}{h^3c^3}(k_BT)^4$$

י)

$$L = \frac{c}{\cancel{4\pi}}\cancel{\pi}\,\cancel{4}\pi R^2 u = \frac{8}{15}\frac{\pi^6 R^2}{h^3c^2}(k_BT)^4$$

כ) ב-Wein tail: כאן יש אקס'

$$\frac{I_{\nu_1}}{I_{\nu_2}} = e^{\frac{h}{k_BT}(\nu_1-\nu_2)}$$

ב-ריילי ג'ינס: וכאן לין'

$$\frac{I_{\nu_1}}{I_{\nu_2}} = \left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^3$$

ל)

$T_\odot = 5800\,K$ (2)

$$\frac{L_\odot}{4(1AU)^2} R_\oplus^2 = \frac{3.83\times10^{33}\ \frac{erg}{s} (6.371\times10^{8}\ cm)^2}{4\ (1.5\times10^{13}\ cm)^2} \quad (\text{א}$$

$$= 1.73\times10^{24}\ \frac{erg}{s}$$

$$0.7\times 1.73\times10^{24} = \sigma T_E^4\ 4\pi R_\oplus^2 \quad (\text{ב}$$

$$T_E = \left(\frac{1.21\times10^{24}}{4\pi R_\oplus^2 \underset{5.67\times10^{-5}}{\sigma}}\right)^{1/4} = 254.33\,K = -18^\circ C!$$

(ב+ג אנחנו רוצים את ההספק הנכנס, נרשום לפי נגזר:

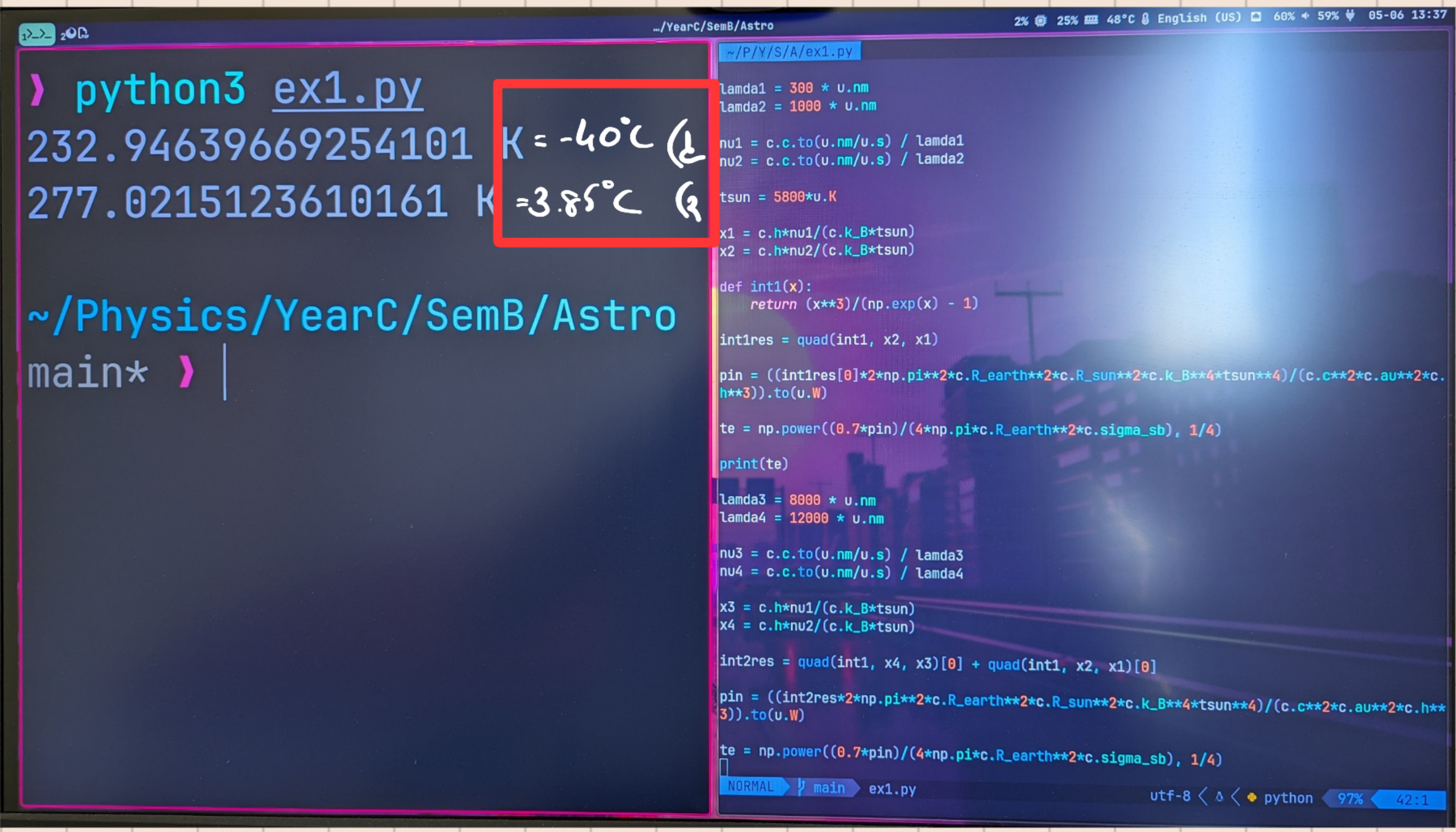
$$P_{in_\nu} = \frac{L_\odot R_\oplus^2}{4(1AU)^2} = \frac{R_\oplus^2}{4(1AU)^2} \frac{8\pi^2 R_\odot^2 h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/k_BT}-1}$$

300 – 1000 nm

$\nu = \frac{c}{\lambda}$

$x = \frac{h\nu}{k_BT}$

$$P_{in} = \frac{R_\oplus^2}{(1AU)^2} \frac{2\pi^2 R_\odot^2 (k_BT)^4}{c^2 h^3} \int \frac{x^3}{e^x - 1}\, dx$$



(3)

א) לא יחסותי

$$E_k = \frac{p^2}{2m}$$

$$v = \frac{p}{m}$$

יחסותי

$$E_k = pc = pv$$

ב)

$$U = \int E_k(\bar{p})\, n(\bar{p})\, d^3p$$

ג) מהירות

$$P = \frac{1}{3}\int \bar{v}\cdot\bar{p}\, n(\bar{p})\, d^3p$$

ד)

לא יחסותי

$$P = \frac{2}{3}U$$

יחסותי

$$P = \frac{1}{3}U$$

ה)

$$\gamma = \frac{4}{3}$$

ו) אותו דבר

ז) חוק השני

$$dU = dS - P\,dV$$

אדיאבטי

$$dS = 0 \Rightarrow dU = -P\,dV$$

מש' מצב

$$P = (\gamma-1)u = (\gamma-1)\frac{U}{V}$$

$$P\,dV + V\,dP = (\gamma-1)\,dU$$

$$-P\,dV = \frac{1}{\gamma-1}P\,dV + \frac{1}{\gamma-1}V\,dP$$

$$(1-\gamma)P\,dV = P\,dV + V\,dP$$

$$0 = \gamma P\,dV + V\,dP$$

$$0 = \gamma\frac{dV}{V} + \frac{dP}{P}$$

$$const = \gamma \ln V + \ln P$$

$$\underline{const = PV^{\gamma}}$$