

מבוא לאסטרופיזיקה - תרגול מס' 2

12 ביוני 2024

(1) פרדוקס אולבר

נוכיח את הטענה שעלתה בהרצאה - בהינתן יקום הומוגני, איזוטרופי, בעל מימדים אינסופיים ובעל גיל אינסופי, שמי הלילה לא יהיו חשוכים. נניח כי צפיפות הכוכבים n היא קבועה וכי לכולם אותה בהירות L וכי הם שקופים לקרינת הכוכבים שנמצאים "מאחוריהם" (מנקודת המבט שלנו). נראה כי שמי הלילה אינם חשוכים.

פתרון:

ראשית נתבונן בקליפה ברדיוס r ובעובי dr . מספר הכוכבים בקליפה זו הוא

$$N(r) = 4\pi r^2 n dr.$$

לכל כוכב כזה בהירות L , ולכן השטף מכל כוכב יהיה (כפי שראינו בתרגול הקודם)

$$f(r) = \frac{L}{4\pi r^2}.$$

בסה"כ התרומה לשטף מכל קליפה כזו תהיה

$$dF = \frac{L}{4\pi r^2} 4\pi r^2 n dr = L n dr.$$

משום שגיל היקום אינסופי, אור הכוכבים מכל מרחק כבר הגיע אלינו, ולכן נבצע את האינטגרל עד אינסוף ונקבל:

$$F = \int_0^\infty L n dr = \infty.$$

קיבלנו אם כן שלא רק ששמי הלילה אינם חשוכים, אלא הבהירות שלהם היא אינסופית. בתרגיל הבית תתבקשו לחזור על החישוב באופן קצת מפורט עבור המקרה בו הכוכבים אינם שקופים.

(2) אור עייף

השערה שהועלתה בעבר על מנת להסביר את חוק האבל היא השערת האור העייף ("tired light hypothesis"). לפי השערה זו, היקום אינו מתרחב, אך הפוטונים מאבדים אנרגיה במשך תנועתם ברחבי היקום דרך מכניזם לא מוסבר. אובדן האנרגיה נתון על ידי

$$\frac{dE}{dr} = -KE$$

כאשר K הוא קבוע. הראו שהשערה זו נותנת יחס מרחק-redshift שהוא לינארי בגבול $z \ll 1$. מה צריך להיות הערך של K על מנת לקבל את קבוע האבל $H_0 = 70 \frac{\text{km}}{\text{Mpc s}}$?

פתרון:

ראשית נזכר בחוק האבל הלינארי

$$v = H_0 D.$$

בנוסף מתקיים עבור $\beta \ll 1$

$$\frac{\lambda_o}{\lambda_e} = z + 1 \approx \beta + 1.$$

כלומר נרצה להראות כי מתקיים

$$cz = H_0 D.$$

קעת נניח שגלקסיה נמצאת במרחק D מאיתנו, ושנפלט ממנה פוטון עם אורך גל λ_e . נמצא את אורך הגל הנצפה

$$\frac{dE}{dr} = -KE \Rightarrow E = E_0 e^{-Kr}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_e}{\lambda_o} = e^{-KD}.$$

נציב בחזרה בביטוי ל- z ונקבל

$$z = e^{KD} - 1 \approx KD.$$

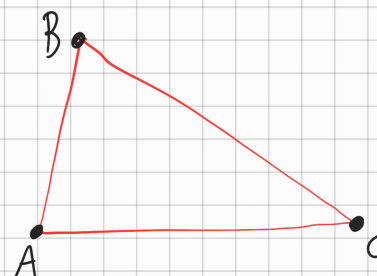
כלומר על מנת לשחזר את חוק האבל, עלינו לדרוש

$$K = \frac{H_0}{c} = 7 \times 10^{-4} \text{Mpc}^{-1}$$

(3) התפשטות מרחב מנקודות מבט שונות

הראו כי אם גלקסיות מתרחקות מאיתנו במהירות מתכונתית למרחק (חוק האבל), אז תמונה זוה מתקבלת מכל גלקסיה אחרת. מה ניתן להסיק מכך על מקומנו ביקום?

נניח שאנחנו בנקודה A, ואלקסיות נוספות בנקודות B ו-C מתרחקות מאיתנו בהתאם לחוק האבל:



האלקסיות בנקודה B ו-C מתרחקות במהירות

$$\vec{v}_{AB} = H_0 \cdot (\vec{AB})$$

$$\vec{v}_{AC} = H_0 (\vec{AC}).$$

כעת נעבור להסתב בנקודה B. מתקיים

$$\vec{v}_{BA} = -\vec{v}_{AB} = H_0 (\vec{BA})$$

$$\vec{v}_{BC} = \frac{d}{dt} (\vec{AC} - \vec{AB}) = \vec{v}_{AC} - \vec{v}_{AB} =$$

$$= \vec{u}_{Ac} - \vec{u}_{AB} = H_0 (\vec{A^c} - \vec{A_B}) = H_0 (\vec{B^c})$$

קבלנו אם כן שאם חוק האל מתקיים
 מתק' המכט שלו, הוא מתק' גם
 מדודה, כלומר אין ליקום מרכז, ובפרט
 איננו במרכז היקום.

קואורדינטות comoving (4)

