מרצה: רון ליפשיץ מתרגל: נועם רימוק

תרגיל בית 3

שאלה 1 – חלקיק בשדה א"מ

א. הראו שמהמשוואה $m\frac{dU^\mu}{d\tau}=\frac{q}{c}F^{\mu\nu}U_\nu$ שפיתחנו בכיתה נובעים כוח לורנץ ומשוואת העבודה של השדה הא"מ. קבעו לגבי כל אחד מהשדות – החשמלי והמגנטי – האם הוא מבצע עבודה?

ב. מצאו את מסלול התנועה של חלקיק יחסותי בשדה מגנטי קבוע, וחשבו את הקירוב הלא-יחסותי. מה ההבדל בין שני המקרים?

שאלה 2 – הטנזור הדואלי

א. הראו שהטנזור הא"מ הדואלי $(F^*)^{\mu\nu}=\frac{1}{2}\mathcal{E}^{\mu\nu\rho\sigma}F_{\rho\sigma}$ מתקבל מהטנזור הא"מ $F^{\mu\nu}$ ע"י ההחלפה $\boldsymbol{E}\to\boldsymbol{B},\boldsymbol{B}\to-\boldsymbol{E}$.

ב. הראו ש- $(F^*)^{\mu\nu}F_{\mu\nu}=-4\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B}$.

ג. הראו ש-$(F^*)^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$ הוא נגזרת שלמה, או במילים אחרות 4-דיברגנס של 4-וקטור, כלומר שקיים f_μ כך ש: $F^{*\mu\nu}F_{\mu\nu}=\partial^\mu f_\mu$.

ד. הוסיפו את $(F^*)^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$ לפעולה בכל זאת (עם מקדם כלשהו), ומצאו את משוואות אוילר לגראנז' החדשות. הוכיחו באמצעותן כי $\partial_\mu(F^*)^{\mu\nu}=0$. מהן המשוואות הפיזיקליות הנובעות מזהות זו?

שאלה 3 – כיול

נתון 4-פוטנציאל A^μ. ברצוננו לבצע טרנספורמציית כיול לפוטנציאל חדש $A'^\mu=A^\mu+\partial^\mu\chi$. מצאו את המשוואה הדיפרנציאלית שעל χ לקיים (כתלות ב-A^μ) כדי שיתקבל:

א. כיול קולון שבו $\vec{\nabla}\cdot\vec{A}'=0$

ב. כיול לורנץ שבו $\partial_\mu A'^\mu=0$

מרצה: רון ליפשיץ מתרגל: נועם רימוק

שאלה 4 – פעולה פחות פשוטה

בעולם דמיוני שבו רק שני ממדים מרחביים, קיים שדה א״מ שמתואר ע״י הפעולה הבאה:

$$S=\int \mathcal{L} dVdt$$

$$\mathcal{L}=-\frac{1}{c}A_\mu J^\mu-\frac{1}{16\pi}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}+k\mathcal{E}^{\mu\nu\rho}A_\mu\partial_\nu A_\rho$$

כאשר כעת $\mu=0,1,2$ ו-k מקדם כללי כלשהו.

א. האם הפעולה נשמרת תחת טרנספורמציות כיול?

ב. מהן משוואות אוילר-לגראנג׳ החדשות במונחי $F^{\mu\nu}$? האם עדיין מתקיים עקרון הסופרפוזיציה?