# מבוא למצב מוצק תשפ"ג: תרגיל בית 3

1. נתונה מתכת שבה שני סוגי נושאי מטען: אלקטרונים ו'חורים'. לאלקטרונים מסה $m_e$, זמן רלקסציה $\tau_e$, מטען $q_e = -e$ וצפיפות $n_e$; לחורים מסה $m_h$, זמן רלקסציה $\tau_h$, מטען $q_h = e$ וצפיפות $n_h$.
במתכת כזו, הגדרת המוליכות או ההתנגדות נעשית ביחס לזרם **הכולל** של נושאי מטען במתכת,

$$\mathbf{J} = n_e q_e \mathbf{v}_e + n_h q_h \mathbf{v}_h$$

נגדיר <u>מוביליות</u> עבור כל סוג של נושאי מטען:

$$\mu_h \equiv \frac{e\tau_h}{m_h}, \mu_e \equiv \frac{e\tau_e}{m_e}$$

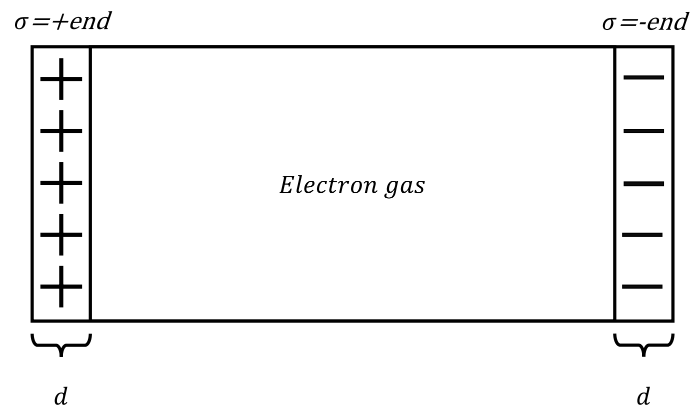
נניח שבמתכת זורם זרם כולל $J_x$ בכיוון $x$, ופועל שדה מגנטי קבוע $H$ בכיוון $z$. הראו כי עבור שדה מגנטי חלש, $\omega_c\tau \ll 1$ (לתדירות הציקלוטרון יש תלות במסת החלקיק – הניחו שהתנאי הזה מתקיים עבור שתי המסות $m_e$ ו-$m_h$), מקדם הול יתקבל להיות

$$R_H = \frac{1}{ce} \cdot \frac{n_h\mu_h^2 - n_e\mu_e^2}{n_h\mu_h + n_e\mu_e}$$

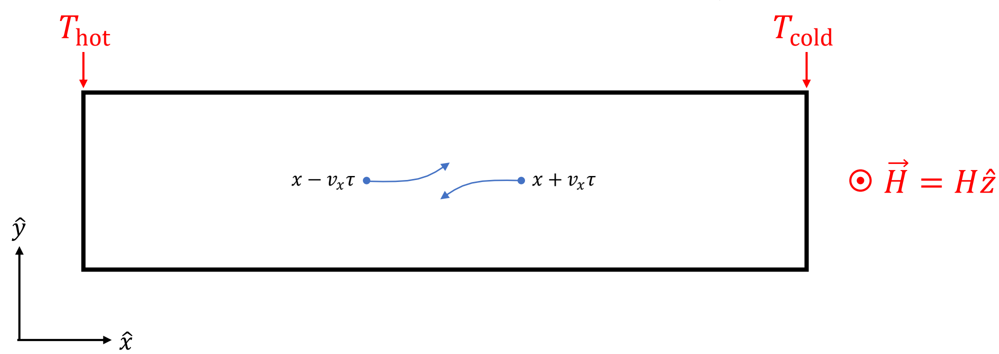
2. נתון חוט מוליך של נתרן (Na). שטח החתך של החוט הוא מלבני, בגודל $5\text{mm} \times 5\text{mm}$, ומוזרם בו זרם של 1A. בניצב לחוט מופעל שדה מגנטי בגודל 1T. צפיפות הנתרן היא $1\text{gr/cm}^3$, והמסה האטומית היא $23\text{gr/mol}$. כמו כן, כל אטום נתרן תורם אלקטרון חופשי אחד למתכת. מה יהיה מתח הול שיימדד בניסוי כזה? שימו לב שמקדם הול ביחידות SI הוא $R_H = -\frac{1}{ne}$.

3. בתרגול קיבלנו כי צפיפות המטען של אלקטרונים במתכת יכולה לעבור אוסילציות, כשתדירות האוסילציות שווה לתדירות הפלזמה. נראה זאת שוב בניתוח נוסף: תארו את גז האלקטרונים כ'בלוק' אחד, טעון שלילית, אשר נע על פני הרקע של היונים הטעונים חיובית. המטען הכולל במתכת מתאפס, ולכן צפיפות היונים שווה לצפיפות האלקטרונים, $n$. נניח כי כל גז האלקטרונים מוזז מעט ממקומו בתוך המתכת על פני מרחק $d$, כך שבצד אחד נחשפת שכבה של מטען חיובי, ובצד השני יש הצטברות עודפת של מטען שלילי (ראו איור). במצב כזה צפיפות המטען המשטחית של כל שכבה הינה $\sigma = \pm nde$, כאשר $n$ צפיפות האלקטרונים/היונים ו-$e$ המטען האלמנטרי. כל משטח טעון כזה (בהנחה שהוא גדול מאוד) מפעיל שדה

חשמלי שגודלו $E = 2\pi |\sigma|$. רשמו משוואת תנועה עבור ה'בלוק' המייצג את גז האלקטרונים, והראו כי מיקום הגז $d(t)$ מבצע תנודות בתדירות הפלזמה.




4. בתרגיל הבא נגזור בעזרת מודל דרודה את **אפקט הול התרמי**: בהינתן מוליך שעליו נופלים גרדיאנט טמפרטורה ושדה מגנטי ניצבים זה לזה, נוצר במוליך גרדיאנט טמפרטורה שניצב לשניהם. נסביר את האפקט על ידי תמונה במסגרתה בכל נקודה לאורך המוליך יש אלקטרונים שמגיעים מכיוונים מנוגדים – חצי מהם מאזור חם וחצי מהם מאזור קר; השדה המגנטי מסיט אותם ממסלולם בכיוונים מנוגדים הניצבים לכיוון התנועה המקורי, כך שבסך הכל אלקטרונים חמים וקרים מתקדמים בכיוונים הפוכים לעבר שתי השפות של המוליך (ראו איור).




(א) נתון אלקטרון שעליו מופעל שדה מגנטי קבוע $\mathbf{H} = H\hat{z}$ ושמתחיל לנוע במהירות $v_x$ בכיוון $x$. הראו שכעבור זמן קצר $t$ רכיב המהירות שמתפתח בכיוון $y$ הוא $v_y(t) = \omega_c v_x t$, כאשר $\omega_c = \frac{eH}{mc}$ תדירות הציקלוטרון.

(ב) נתון מוליך שעליו כופים גרדיאנט טמפרטורה בכיוון $x$, $\partial T/\partial x$, ומפעילים שדה מגנטי קבוע בכיוון $z$, $\mathbf{H} = H\hat{z}$. בהתאם לאיור המופיע לעיל, נכתוב את זרם האנרגיה שזורם בנקודה $x$ בכיוון $y$ עקב פעולת השדה המגנטי בתור

$$J_{Q,y}^{(\text{magnetic})}(x) = \frac{1}{2} n v_y \left[\varepsilon(x - v_x\tau) - \varepsilon(x + v_x\tau)\right]$$

כאשר $\varepsilon(x)$ היא האנרגיה הממוצעת של אלקטרון בנקודה $x$. השתמשו בסעיף (א) כדי לכתוב את

$v_y$ במונחי $v_x$, ופתחו את הביטוי עבור $J_{Q,y}^{(\text{magnetic})}(x)$ לסדר מוביל ב-$v_x\tau$ (בהנחה ש-$v_x\tau$ פרמטר קטן) על מנת לקבל

$$J_{Q,y}^{(\text{magnetic})}(x) = -\frac{1}{3}\omega_c \tau^2 c_v v^2 \frac{\partial T}{\partial x}$$

כאשר $c_v$ קיבול החום ליחידת נפח, ו-$v$ הוא הגודל (הממוצע) של מהירות האלקטרון.

(ג) מכיוון שהמוליך סופי בכיוון $y$, במצב יציב לא תזרום אנרגיה בין שתי השפות שלו. גרדיאנט הטמפרטורה בכיוון $y$ יוצר זרם אנרגיה לפי הקשר $J_{Q,y}^{(T\text{-gradient})} = -\kappa \frac{\partial T}{\partial y}$, כאשר $\kappa$ היא מוליכות החום. מהדרישה לפיה שני זרמי האנרגיה מבטלים זה את זה, קבלו את הקשר הבא בין הגרדיאנטים של הטמפרטורה בשני הכיוונים:

$$\frac{\partial T}{\partial y} = -\omega_c \tau \frac{\partial T}{\partial x}$$