$$K^{\mu\nu\rho} = \tau^{\mu\nu}x^{\rho} - \tau^{\mu\rho}x^{\nu} + \frac{1}{4\pi}\left(F^{\mu\nu}A^{\rho} - F^{\mu\rho}A^{\nu}\right) \qquad (1)$$

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = 0 \qquad \partial_\mu \tau^{\mu\nu} = 0$$

$$\Rightarrow \partial_\mu K^{\mu\nu\rho} = \tau^{\mu\nu}\partial_\mu x^{\rho} - \tau^{\mu\rho}\partial_\mu x^{\nu} + \frac{1}{4\pi}\left(F^{\mu\nu}\partial_\mu A^{\rho} - F^{\mu\rho}\partial_\mu A^{\nu}\right)$$

$$\partial_\mu x^{\nu} = \delta^{\nu}_{\mu}$$

$$\partial_\mu K^{\mu\nu\rho} = \tau^{\rho\nu} - \tau^{\nu\rho} + \frac{1}{4\pi}\left(F^{\mu\nu}\partial_\mu A^{\rho} - F^{\mu\rho}\partial_\mu A^{\nu}\right)$$

$$\tau^{\alpha\beta} = \frac{1}{4\pi}F^{\lambda\alpha}\partial_\lambda A^{\beta}$$ אבל

$$\Rightarrow \partial_\mu K^{\mu\nu\rho} = \frac{1}{4\pi}\left(\underline{F^{\lambda\rho}\partial_\lambda A^{\nu}} - \underline{\underline{F^{\lambda\nu}\partial_\lambda A^{\rho}}}\right) + \frac{1}{4\pi}\left(\underline{\underline{F^{\mu\nu}\partial_\mu A^{\rho}}} - \underline{F^{\mu\rho}\partial_\mu A^{\nu}}\right)$$

בהחלפת $\mu \leftrightarrow \lambda$ אינדקסי סכימה נקבל

$$\underline{\underline{\partial_\mu K^{\mu\nu\rho} = 0}}$$

$$\Rightarrow \quad \partial_\mu I^{\mu\nu\rho} = \partial_\mu M^{\mu\nu\rho} = 0$$

ולכן שני הטנזורים I M מגדירים שישה

זרמים שמורים, כמספר יוצרי לורנץ.

מכיוון ש $\partial_\alpha \theta^{\alpha\beta} = 0$:

$$\partial_\mu M^{\mu\nu\rho} = \theta^{\rho\nu} - \theta^{\nu\rho} = 0$$

כי θ סימטרי.

$$\frac{1}{4\pi}\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} = \frac{1}{4\pi}\begin{pmatrix} E_yB_z - E_zB_y \\ E_zB_x - E_xB_z \\ E_xB_y - E_yB_x \end{pmatrix}$$

$$\theta^{00} = \frac{1}{8\pi}\left(E^2 + B^2\right) = u$$ $(T$

$$\theta^{0i} = \frac{1}{4\pi}\left(\bar{E}\times\bar{B}\right)_i = c g_i = \frac{S_i}{c} = \frac{1}{4\pi}\varepsilon_{ijk}E_jB_k$$

$$\theta^{ij} = -\frac{1}{4\pi}\left[E_iE_j + B_iB_j - \frac{1}{2}\delta_{ij}\left(E^2+B^2\right)\right] = -T_{ij}^{(maxwell)}$$

$$\theta^{11} = -\frac{1}{4\pi}\left[E_x^2 + B_x^2 - \frac{1}{2}\left(E^2+B^2\right)\right]$$

$$= -\frac{1}{4\pi}\left[E_x^2 + B_x^2\right] + \frac{1}{8\pi}\left(E^2+B^2\right)$$

$$\theta^{\mu\mu} = -\frac{1}{4\pi}\left[E^2+B^2\right] + \frac{4}{8\pi}\left(E^2+B^2\right)$$ וסה"כ

$$M^{000} = \theta^{00}x^0 - \theta^{00}x^0 = 0$$

$$M^{001} = \theta^{00}x^1 - \theta^{01}x^0 = \frac{1}{8\pi}\left(E^2+B^2\right)x - \frac{1}{4\pi}\left(E_yB_z - E_zB_y\right)t$$

$$M^{010} = \theta^{01}x^0 - \theta^{00}x^1 = -M^{001}$$ $xyz \quad zxy \quad yzx$

$$M^{002} = -M^{020} = \frac{1}{8\pi}\left(E^2+B^2\right)y - \frac{1}{4\pi}\left(E_zB_x - E_xB_z\right)t$$

$$M^{003} = -M^{030} = \frac{1}{8\pi}\left(E^2+B^2\right)z - \frac{1}{4\pi}\left(E_xB_y - E_yB_x\right)t$$

M א"ס תחת התמורה מקום↔תנע, לכן מספיק

למצוא חצי מהאיברים:

$$M^{011} = \theta^{01}x^1 - \theta^{01}x^1 = 0 = M^{022} = M^{033}$$

$$M^{012} = \theta^{01}x^2 - \theta^{02}x^1 = \frac{1}{4\pi}\left(E_yB_z - E_zB_y\right)y - \frac{1}{4\pi}\left(E_zB_x - E_xB_z\right)x$$

וכו', האיברים M^{0ij} של נראים כמו תנ"ג

ג)

$$\left.\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial s}\right|_{s=0} = \frac{\partial}{\partial s}\left(-\frac{1}{16\pi}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - \frac{1}{c}J^\mu A_\mu\right)\Big|_{s=0}$$

$$= \partial_\mu \partial \Lambda^\mu$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial s}\left(-\frac{1}{16\pi}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - \frac{1}{c}J^\mu A_\mu\right)\Big|_{s=0} - \partial_\mu \Lambda^\mu = 0$$

$$= \partial_\mu I^\mu + \underbrace{\frac{\partial}{\partial s}\left(-\frac{1}{c}J^\mu A_\mu\right)\Big|_{s=0}}_{\frac{\partial J^\mu}{\partial s}\frac{\partial}{\partial J^\mu}\left(-\frac{1}{c}J^\mu A_\mu\right)} = 0$$

אבל נוכל להוסיף את האיבר השני אל הלגרנז'יאן, כי

הוא לא תלוי ב-J^μ:

$$\frac{\partial J^\mu}{\partial s}\frac{\partial}{\partial J^\mu}\left(-\frac{1}{c}J^\mu A_\mu - \frac{1}{16\pi}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}\right) = \frac{\partial J^\mu}{\partial s}\frac{\partial}{\partial J^\mu}\mathcal{L}$$

$$\Rightarrow \quad \partial_\mu I^\mu + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial J^\mu}\frac{\partial J^\mu}{\partial s}\Big|_{s=0} = 0$$

2

$$Q(t) = \int^{t} I(t)\,dt' = \int^{t} I_0 \cos\omega t\,dt$$

$$= I_0 \sin\omega t$$

$$\Rightarrow \quad \sigma(t) = \frac{I_0}{\omega\pi a^2} \sin\omega t$$

ב) השדה דין לוחות קבל ∞:

$$\bar{E} = 4\pi\sigma = \frac{4 I_0}{\omega a^2} \sin\omega t$$

ג) כדי למצוא את B_θ נשתמש במסלול אמפרי ברדיוס r

בתוך הקבל:

$$B_\theta \cdot 2\pi r = \frac{4\pi}{c} \int_0^r \left(\frac{1}{4\pi} I_0 \cos\omega t + \frac{1}{\cancel{4\pi}} \frac{4 I_0}{a^2} \cos\omega t \right) da$$

$$= \frac{4 I_0}{a^2 c} \cos\omega t \, \pi r^2$$

$$B_\theta = \frac{2 I_0}{a^2 c} \cos(\omega t)\, r$$

$$S = \frac{c}{4\pi} (\bar{E} \times \bar{B})$$ (ה

$r\theta z \quad z r \theta$

$$= \frac{c}{4\pi} \left(\underbrace{\frac{4 I_0}{\omega a^2} \sin\omega t}_{E_z} \hat{z} \right) \times \left(B_r \hat{r} + B_\theta \hat{\theta} \right)$$

$$= \frac{c}{4\pi} \left(E_z B_r \hat{\theta} + E_z B_\theta \hat{r} \right)$$

ד) מכיוון שרק B_θ תלוי ב-r נקבל

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{S} = \frac{\cancel{c}}{\cancel{4}\pi} \frac{\cancel{4} I_0}{\omega a^2} \sin\omega t \, \frac{2 I_0}{a^2 \cancel{c}} \cos(\omega t)$$

$$= \frac{2 I_0^2}{\pi\omega a^4} \sin(2\omega t) > 0$$

לכן יוצא אנרגי'

צריך להכפיל בנפח ולעשות אינטגרל עד זמן

t כדי לקבל את האנר' שהרי $\frac{\partial u}{\partial t} = -\bar{\nabla}\cdot\bar{S}$

$V = \pi R^2 d$

$$U = \frac{2 I_0^2 R^2 d}{\omega a^4}\int_0^t \sin 2\omega t \, dt = -\frac{I_0^2 R^2 d}{\omega^2 a^4}\underbrace{(1-\cos(2\omega t))}_{2\sin^2\omega t}$$

האנר' שלילית כי חייבת לצאת אנר' מהמערכת

$$\frac{dP(t')}{d\Omega} = \frac{q^2}{4\pi c}\left[\frac{\dot{\beta}^2}{(1-\hat{n}\cdot\bar{\beta})^3} + 2(\bar{\beta}\cdot\dot{\bar{\beta}})\frac{\hat{n}\cdot\dot{\bar{\beta}}}{(1-\hat{n}\cdot\bar{\beta})^4} - (1-\beta^2)\frac{(\hat{n}\cdot\dot{\bar{\beta}})^2}{(1-\hat{n}\cdot\bar{\beta})^5}\right] \qquad 3$$

$$P(t') = \frac{2}{3}\frac{q^2}{c}\gamma^6\dot{\beta}^2(1-\sin^2\psi\,\beta^2)$$

$$= \frac{2}{3}\frac{q^2}{c}\gamma^6\left(\dot{\beta}^2 - (\bar{\beta}\times\dot{\bar{\beta}})^2\right)$$

א) עבור תנועה בקו ישר $\qquad \bar{\beta} \parallel \dot{\bar{\beta}}$

$\dot{\beta} = \frac{a}{c}$

$$\frac{dP(t')}{d\Omega} = \frac{q^2}{4\pi c}\left[\frac{a^2/c^2}{(1-\beta\cos\theta)^3} + \frac{2\beta\frac{a^2}{c^2}\cos\theta}{(1-\beta\cos\theta)^4} - \frac{(1-\beta^2)\frac{a^2}{c^2}\cos^2\theta}{(1-\beta\cos\theta)^5}\right]$$

$$= \frac{q^2 a^2}{4\pi c^3}\left[\frac{(1-\beta\cos\theta)^2 + 2\beta\cos\theta(1-\beta\cos\theta) - (1-\beta^2)\cos^2\theta}{(1-\beta\cos\theta)^5}\right]$$

המונה:

$$1 + \cancel{\beta^2\cos^2\theta}\ \cancel{-2\beta\cos\theta}\ \cancel{+2\beta\cos\theta}$$
$$\cancel{-2\beta^2\cos^2\theta}\ -\cos^2\theta\ \cancel{+\beta^2\cos^2\theta}$$

$=$

$$= \sin^2\theta \quad \Rightarrow \quad \frac{dP(t')}{d\Omega} = \frac{q^2 a^2}{4\pi c^3}\frac{\sin^2\theta}{(1-\beta\cos\theta)^5}$$

$$P(t') = \frac{2}{3}\frac{q^2 a^2}{c^3}\gamma^6$$

לכן $\varphi = 0$ ו

נגזור את ההספק הזוויתי לפי θ ונשווה לאפס

$$2\sin\theta\cos\theta(1-\beta\cos\theta)^5 + \beta\sin^2\theta\, 5\cancel{(1-\beta\cos\theta)^4}\sin\theta = 0$$

$\sin\theta = 0$ מק"מ את זווית ההספק המינימלית

כפי שכבר הוכח לכן:

$$2\cos\theta(1-\beta\cos\theta) + 5\beta\sin^2\theta = 0 \qquad \sin^2 = 1-\cos^2$$

$$\underset{1-\cos^2\theta}{\downarrow}$$

$$2\cos\theta - 2\beta\cos^2\theta + 5\beta - 5\beta\cos^2\theta = 0$$

-7

ב) כאן $\dot{\beta}\cdot\beta = 0$

לכן נשאר עם:

$$\frac{dP(t)}{d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi c}\left[\frac{\dot{\beta}^2}{(1-\hat{n}\cdot\bar{\beta})^3} - (1-\beta^2)\frac{(\hat{n}\cdot\dot{\bar{\beta}})^2}{(1-\hat{n}\cdot\bar{\beta})^5}\right]$$

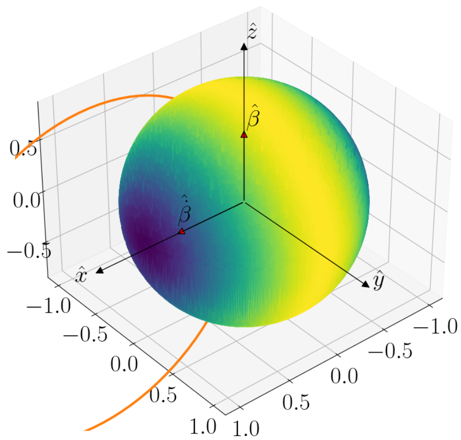
$$\hat{r}\cdot\hat{x} = \sin\theta\cos\varphi$$

$$= \frac{e^2a^2}{4\pi c^3}\left[\frac{1}{(1-\beta\cos\theta)^3} - \frac{\cancel{(1-\beta)^2}\sin^2\theta\cos^2\theta}{\gamma^2(1-\beta\cos\theta)^5}\right] \checkmark$$

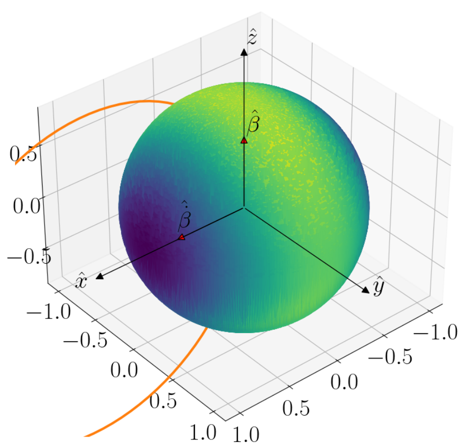
$\varphi = \frac{\pi}{2}$ ו

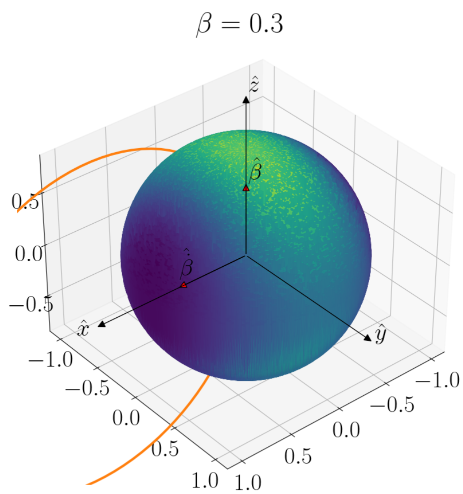
$$P(t') = \frac{2}{3}\frac{e^2}{c}\gamma^6\dot{\beta}^2(1-\sin^2\varphi\,\beta^2) = \frac{2}{3}\frac{e^2a^2}{c^3}\gamma^4$$

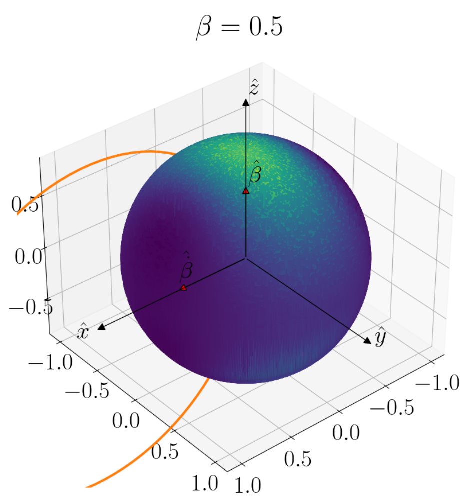
$\beta = 1e - 08$



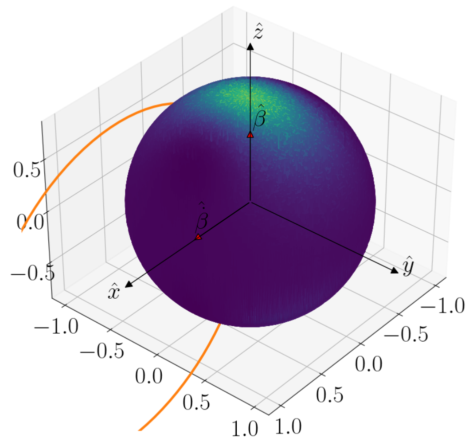
$\beta = 0.1$



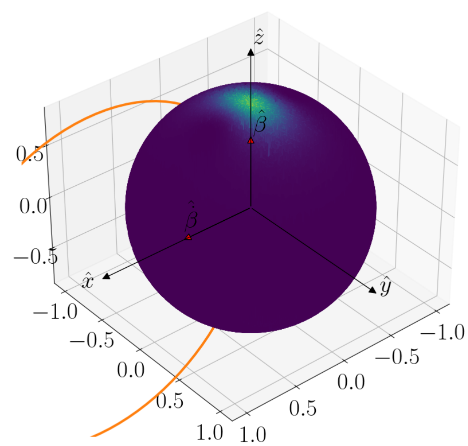

$\beta = 0.3$
$\hat{z}$
$\hat{\beta}$
$\hat{\beta}$
$\hat{x}$
$\hat{y}$
0.5
0.0
−0.5
−1.0
−0.5
0.0
0.5
1.0
1.0
0.5
0.0
−0.5
−1.0

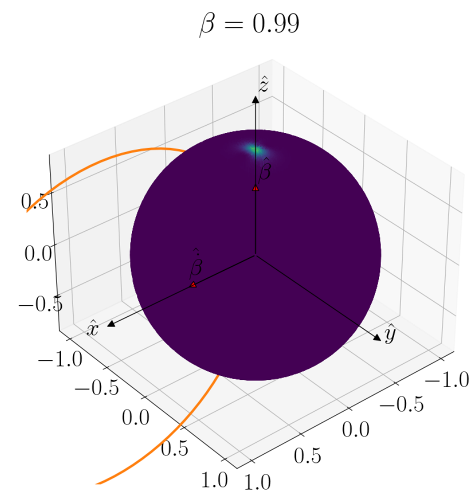

$\beta = 0.5$
$\hat{z}$
$\hat{\beta}$
$\hat{\beta}$
$\hat{x}$
$\hat{y}$
0.5
0.0
−0.5
−1.0
−0.5
0.0
0.5
1.0
1.0
0.5
0.0
−0.5
−1.0

$\beta = 0.7$



$\beta = 0.9$





ניתן לראות שככל ש β הולך וגדל
יותר אורי יוצאות בכיוון $\hat{z}$. בגבול הלא יחסותי
ניתן לראות שהאורי יוצאות בכל מישור $\underline{\underline{zy}}$ אפילו
קצת לכיוון $\hat{x}$ ו- $-\hat{x}$.