$$\rho_{11} = \frac{1+\langle\sigma_z\rangle}{2} \qquad \text{ב)} \ 1$$

$$\rho_{21} = \langle\sigma_+\rangle \;\longrightarrow\; \langle\sigma_z\rangle = 2\rho_{11} - 1$$

$$\langle\dot{\sigma}_z\rangle = 2\dot{\rho}_{11} - 1$$

$$= 2\frac{\nu}{\hbar}\,\mathrm{Im}(\rho_{21})$$

$$= 2\frac{\nu}{\hbar}\,\mathrm{Im}(\langle\sigma_+\rangle)$$

$$\langle\dot{\sigma}_+\rangle = \dot{\rho}_{21} = -i\frac{\nu}{\hbar}\left(\rho_{11} - \frac{1}{2}\right)$$

$$= -i\frac{\nu}{\hbar}\left(\frac{1+\langle\sigma_z\rangle}{2} - \frac{1}{2}\right)$$

$$= -i\frac{\nu}{2\hbar}\langle\sigma_z\rangle$$

$\langle\dot{\sigma}_-\rangle$ סקור רק עם $\rho_{12} = \langle\sigma_-\rangle$ ל וכו'

<u>$\sigma_\pm$:</u> $$0 = \mp i\frac{\nu}{2\hbar}\langle\sigma_z\rangle - \frac{1}{T_2}\langle\sigma_\pm\rangle \qquad \text{ק)}$$

$$\langle\sigma_\pm\rangle = \mp i\frac{\nu T_2}{2\hbar}\langle\sigma_z\rangle$$

<u>σ_z:</u> $$0 = -\frac{i\nu}{\hbar}\left[\langle\sigma_+\rangle - \langle\sigma_-\rangle\right] - \frac{1}{T_1}\left[\tanh\left(\frac{\beta\hbar\omega_0}{2}\right) + \langle\sigma_z\rangle\right]$$

$$\frac{1}{T_1}\left[\tanh\left(\frac{\beta\hbar\omega_0}{2}\right) + \langle\sigma_z\rangle\right] = -\frac{i\nu}{\hbar}\left[\langle\sigma_+\rangle - \langle\sigma_-\rangle\right]$$

$$\frac{1}{T_1}\langle\sigma_z\rangle = -\frac{1}{T_1}\tanh\left(\frac{\beta\hbar\omega_0}{2}\right) + \frac{i\nu}{\hbar}\left[i\frac{\nu T_2}{2\hbar}\langle\sigma_z\rangle + i\frac{\nu T_2}{2\hbar}\langle\sigma_z\rangle\right]$$

$$-\frac{\nu}{\hbar}\frac{\nu T_2}{\hbar}\langle\sigma_z\rangle$$

$$\langle\sigma_z\rangle\underbrace{\left(\frac{1}{T_1} + \frac{\nu^2 T_2}{\hbar^2}\right)}_{\frac{\hbar^2 + \nu^2 T_1 T_2}{\hbar^2 T_1}} = -\frac{1}{T_1}\tanh$$

$$\langle \sigma_z \rangle = -\frac{\hbar^2}{\hbar^2+\nu^2 T_1 T_2} \tanh\left(\frac{\beta\hbar\omega_0}{2}\right)$$

$$\langle \sigma_\pm \rangle = \mp i \frac{\nu T_2}{2\hbar} \langle \sigma_z \rangle$$

$$= \pm \frac{\nu T_2}{2\cancel{\hbar}} \frac{\hbar^{\cancel{2}}}{\hbar^2+\nu^2 T_1 T_2} \tanh\left(\frac{\beta\hbar\omega_0}{2}\right)$$

$$H = \frac{\hbar\omega_0}{2}\sigma_z + \hbar \sum \Omega_\lambda B_\lambda^\dagger B_\lambda + \hbar\sigma_z \sum [\mu_\lambda B_\lambda^\dagger + \mu_\lambda^* B_\lambda] \qquad (L \; 2$$

$$\dot{O} = \frac{i}{\hbar}[H, O]$$

קל להשתכנע ש $[H,\sigma_z]=0$ כי $[\sigma_z, B]=0$

$$\frac{i}{\hbar}[H, B_\lambda] = \left[i \sum \Omega_{\lambda'} B_{\lambda'}^\dagger B_{\lambda'} + i\sigma_z \sum [\mu_{\lambda'} B_{\lambda'}^\dagger + \mu_{\lambda'}^* B_{\lambda'}], B_\lambda \right]$$

$$= i \sum [\Omega_{\lambda'} B_{\lambda'}^\dagger B_{\lambda'}, B_\lambda] + i\left[\sigma_z \sum_{\lambda'} \quad , B_\lambda\right]$$

$$= i\Omega_\lambda B_\lambda \underbrace{[B_\lambda^\dagger, B_\lambda]}_{-1} + i\sigma_z \mu_\lambda \underbrace{[B_\lambda^\dagger, B_\lambda]}_{-1}$$

$$\dot{B}_\lambda = -i\Omega_\lambda B_\lambda - i\mu_\lambda \sigma_z$$

$$\frac{i}{\hbar}[H, \sigma_-] = i\left[\sigma_z \sum [\mu_\lambda B_\lambda^\dagger + \mu_\lambda^* B_\lambda] + \frac{\omega_0}{2}\sigma_z, \sigma_-\right]$$

$$= i\frac{\omega_0}{2}[\sigma_z, \sigma_-] + i\sum[\mu_\lambda B_\lambda^\dagger + \mu_\lambda^* B_\lambda][\sigma_z, \sigma_-]$$

$$[\sigma_z, \sigma_-] = -2\sigma_-$$

וקיבלנו את מה שרצינו

$$\Rightarrow \dot{B}_\lambda = -i\Omega_\lambda B_\lambda(0) e^{-i\Omega_\lambda t} - \frac{\mu_\lambda}{\cancel{\Omega_\lambda}}(i\cancel{\Omega_\lambda}) e^{-i\Omega_\lambda t}\sigma_z$$

ב)

$$\eta_- = e^{i\omega_0 t}\sigma_-$$

$$\dot\eta_- = i\omega_0 e^{i\omega_0 t}\sigma_- + e^{i\omega_0 t}\dot\sigma_-$$

$$= e^{i\omega_0 t}\left\{i\omega_0\sigma_- - i\omega_0\sigma_- - i\sum[\mu_\lambda B_\lambda^\dagger + \mu_\lambda^* B_\lambda]\sigma_-\right\}$$

$$= -i\sum[\mu_\lambda B_\lambda^\dagger+\mu^*_\lambda B_\lambda]\eta_-$$

ג)

$$\eta_- = \eta_-^0 - i\int_0^t \underbrace{\sum_\lambda[\mu_\lambda B^\dagger_\lambda(z)+\mu^*_\lambda B_\lambda(z)]\eta^0_-}_{1} dz$$

$$-\int_0^t \sum_\lambda[\mu_\lambda B^\dagger_\lambda(z)+\mu^*_\lambda B_\lambda(z)]\underbrace{\int_0^z \sum_\lambda [\mu_\lambda B_\lambda^\dagger(z')+\mu^*_\lambda B_\lambda(z')]\eta_-(z')dz'}_{2}$$

נתחיל מהאיבר הראשון:

$$1 = -i\eta_-^0\left\{\sum_\lambda\int_0^t[\mu_\lambda B^\dagger_\lambda(z)+\mu^*_\lambda B_\lambda(z)]dz\right\}$$

$$= -i\eta^0_-\left\{\sum_\lambda\int_0^t\Big[\mu_\lambda\Big(B^\dagger_\lambda(0)e^{i\Omega_\lambda z} - \frac{\mu^*_\lambda}{\Omega_\lambda}(1-e^{i\Omega_\lambda z})\sigma_z\Big) + \mu^*_\lambda\Big(B_\lambda(0)e^{-i\Omega_\lambda z} - \frac{\mu_\lambda}{\Omega_\lambda}(1-e^{-i\Omega_\lambda z})\sigma_z\Big)\Big]dz\right\}$$

$$= -i\eta^0_-\left\{\sum_\lambda\int_0^t [\mu_\lambda B^\dagger_\lambda(0)e^{i\Omega_\lambda z}+\mu^*_\lambda B_\lambda(0)e^{-i\Omega_\lambda z}] - \frac{|\mu_\lambda|^2}{\Omega_\lambda}\sigma_z\Big(2-\underbrace{(e^{i\Omega_\lambda z}+e^{i\Omega_\lambda z})}_{2\cos\Omega_\lambda z}\Big) dz\right\}$$

$$\hookrightarrow 2\frac{|\mu_\lambda|^2}{\Omega_\lambda}\sigma_z(1-\cos\Omega_\lambda z)$$

אלה שני האיברים הראשונים.

האיבר השני ②:

$$-\int_0^t \sum_\lambda \left[\mu_\lambda\left(B_\lambda^\dagger(0)e^{i\Omega_\lambda z}-\frac{\mu_\lambda}{\Omega_\lambda}(1-e^{i\Omega_\lambda z})\sigma_z\right)+\mu_\lambda^*\left(B_\lambda(0)e^{-i\Omega_\lambda z}-\frac{\mu_\lambda}{\Omega_\lambda}(1-e^{-i\Omega_\lambda z})\sigma_z\right)\right]dz \times$$

האיברים שאחרי הסימון יהיו סדר אל"ש רק.

$$\times \int_0^z \sum_{\lambda'} \left[\mu_{\lambda'}\left(B_{\lambda'}^\dagger(0)e^{i\Omega_{\lambda'} z'}-\cancel{\frac{\mu_{\lambda'}}{\Omega_{\lambda'}}(1-e^{i\Omega_{\lambda'} z'})\sigma_z}\right)+\mu_{\lambda'}^*\left(B_{\lambda'}(0)e^{-i\Omega_{\lambda'} z'}-\cancel{\frac{\mu_{\lambda'}}{\Omega_{\lambda'}}(1-e^{-i\Omega_{\lambda'} z'})\sigma_z}\right)\right]\cancel{\eta_-(z')}\,dz'$$

η_-^0

קודם נשים לב שהפתרון של η_- מהצורה $\eta_-^0 e^{-i\alpha t}$

לכן נשים שאמרים פה סדר שני ניתן להחליף את $\eta_-(z')$

ב- η_-^0. גם מכפלה של האיברים $\mu B e^{i\Omega z}$ ב $\frac{\mu}{\Omega}(1-e^{\cdots})\sigma_z$

יהיו סדר אל"ש. לכן נשאר רק עם 4 איברים.

ואחרי גזירה לפי t:

$$-\eta_-^0\sum_{\lambda\lambda'}\int_0^t\Big\{\mu_\lambda\mu_{\lambda'}B_\lambda^{0\dagger}B_{\lambda'}^{0\dagger}e^{i\Omega_\lambda t+i\Omega_{\lambda'}z}+\mu_\lambda\mu_{\lambda'}^*B_\lambda^{0\dagger}B_{\lambda'}^{0}e^{i\Omega_\lambda t-i\Omega_{\lambda'}z}$$

$$+\mu_\lambda^*\mu_{\lambda'}B_\lambda^{0}B_{\lambda'}^{0\dagger}e^{-i\Omega_\lambda t+i\Omega_{\lambda'}z}+\mu_\lambda^*\mu_{\lambda'}^*B_\lambda^{0}B_{\lambda'}^{0}e^{-i\Omega_\lambda t-i\Omega_{\lambda'}z}\,dz\Big\}$$

2) אחרי מיצוע נשאר רק עם האיברים עם $BB^\dagger$

ש"נותן $f_{BE}(\Omega_\lambda)$, בנוסף $\langle B_\lambda B_{\lambda'}\rangle=0$

ולכן נשאר רק עם λ ולא λ'. סה"כ:

$$\dot{\eta}_- = 2i\sum_\lambda \frac{|\mu_\lambda|^2}{\Omega_\lambda}(1+\cos\Omega_\lambda t)\,\eta_-^0$$

$$-\sum_\lambda|\mu_\lambda|^2\int_0^t dz\left[\underbrace{B_0^\dagger B_0}_{f_{BE}(\Omega_\lambda)}e^{i\Omega_\lambda(t-z)}+\underbrace{BB^\dagger}_{1+f_{BE}(\Omega_\lambda)}e^{-i\Omega_\lambda(t-z)}\right]$$

$$[B,B^\dagger]=BB^\dagger-B^\dagger B=BB^\dagger-f_{BE}=1$$

(e

$$\dot{\eta}_- \simeq \eta_-(t)\Big\{\overbrace{2i\int d\Omega\,\rho_\Omega \frac{|\mu(\Omega)|^2}{\Omega}(1-\cos\Omega t)}^{\nu(t)}$$

$$\underbrace{-\int d\Omega\,\rho_\Omega |\mu(\Omega)|^2\left[f_{BE}(\Omega)\int_\infty^0 d\tau\, e^{i\Omega\tau} + (1+f_{BE}(\Omega))\int_\infty^0 d\tau\, e^{-i\Omega t}\right]}$$

$t-\tau=\tau'$
$\tau=-\infty$
$\tau'=\infty$
$\tau=t \quad \tau'=0$

העיקר של ρ מגיע
מהזמן הרחוק של האקספוננטים
ונשארים עם $\pi\delta(\Omega)$

שהופך את האינטגרל על Ω ל ! $-\pi\rho(0)|\mu(0)|^2(1+f_{BE}(0))$

(f אם נזניח את $\nu(t)$:

$$\dot{\eta}_- = -\Gamma\eta_-$$

$$\eta_- = e^{i\omega_0 t}\sigma_-$$

$$\Rightarrow \quad i\omega_0 e^{i\omega_0 t}\sigma_- + e^{i\omega_0 t}\dot{\sigma}_- = -\Gamma e^{i\omega_0 t}\sigma_-$$

$$\dot{\sigma}_- = -i\omega_0\sigma_- - \Gamma\sigma_-$$

והצמוד ייתן את σ_+.