

## אלקטרומגנטיות אנליטית - תרגיל בית #2 - תורת השדות הקלאסית

### שאלה 1 - טרנספורמצית לורנץ

טרנספורמצית לורנץ  $\Lambda$  נתונה על ידי המטריצה  $\Lambda^\mu_\nu$ , כאשר האינדקס  $\mu$  מציין את השורה והאינדקס  $\nu$  את העמודה.

א. הראו שהדרישה שהטרנספורמציה משמרת את הנורמה של הוקטור נתונה על ידי הביטוי  $g = \Lambda^T g \Lambda$  כאשר  $g$  הוא המטריקה ו- $\Lambda^T$  היא המטריצה המוחלפת.

ב. בדקו במפורש שטרנספורמצית  $\Lambda_B$  BOOST אכן משמרת את הנורמה.

### שאלה 2 - עקרון המילטון לשדה

נתון שדה סלקרי ממשי חד מימדי בעל צפיפות הלגרנג'יאן הבאה:

$$\mathcal{L} = \frac{k}{2} \partial_t \theta \partial_x \theta - \frac{m}{2} (\partial_x \theta)^2$$

כאשר  $k, m > 0$  קבועים ממשיים.

א. מצאו את משוואות התנועה באמצעות משוואות אוילר לגראנז'.

ב. מצאו את משוואות התנועה על ידי שימוש מפורש בעקרון המילטון.

ג. מצאו את התנע הצמוד.

ד. מצאו את צפיפות ההמילטוניאן.

### שאלה 3 - קינמטיקה יחסותית

א. הראו על ידי גזירה מפורשת שעבור חלקיק יחסותי מתיים

$$\frac{dE_k}{dt} = \vec{v} \cdot \frac{d\vec{p}}{dt}$$

הנחיה: שימו לב שגם  $\gamma$  תלוי בזמן כאשר גוזרים את  $\vec{p}$ , זכרו שוקטור יחידה  $\hat{v}$  אינו יכול לשנות את גודלו.

ב. הראו שה-4 תאוצה  $a^\mu = \frac{dU^\mu}{d\tau}$  תמיד אורתוגונלית ל-4 מהירות,  $U^\mu a_\mu = 0$ .

ג. קבלו ביטוי מפורש לארבעת רכיבי ה-4 כוח  $f^\mu = \frac{dp^\mu}{d\tau}$ . מה הקשר בין רכיב הזמן לכח הרגיל  $\vec{f}$ .