

## תרגיל בית 6

### חלקיקים זהים ושיטת הוריאציה

חומר קריאה: J. J. Sakurai, *Modern Quantum Mechanics* (2nd edition), Sections 5.4, 7.1-7.4  
S. Gasiorowicz, *Quantum Physics* (3rd edition), Chapter 13

1. נתונה מערכת עם  $N$  חלקיקים זהים. הניחו כי ניתן להזניח את האינטראקציה בין החלקיקים, וההמילטוניאן של המערכת הרב-חלקיקית  $H$  הוא סכום של המילטוניאנים חד-חלקיקיים  $\mathcal{H}_i$  (לא תלויים בספין) עם אנרגיות עצמיות ידועות:

$$H = \sum_{i=1}^N \mathcal{H}_i, \quad \mathcal{H}_i |n\rangle_i = \epsilon_n |n\rangle_i$$

(א) מהי האנרגיה של מצב היסוד אם מדובר ב-:

i. בוזונים עם ספין 0?

ii. פרמיונים עם ספין  $\frac{1}{2}$ ?

(ב) עבור  $N = 3$ , כתבו את פונקציית הגל של המערכת במצב היסוד.

2. שני חלקיקים זהים, בעלי מסה  $m$  וספין  $\frac{1}{2}$ , נמצאים תחת השפעת פוטנציאל הרמוני

$$V(x) = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$$

(א) מצאו את מצב היסוד של המערכת ואת האנרגיה המתאימה לו.

(ב) מצאו את המצב **המעורר הראשון** ואת האנרגיה המתאימה לו.

3. שני פרמיונים בעלי ספין  $\frac{1}{2}$  ומסה  $m$  (כל אחד) כלואים בתוך קוביה תלת-מימדית עם צלע  $L$ , כך שההמילטוניאן בתוך הקופסא הוא

$$H = \frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m} - \gamma \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2$$

כאשר  $\gamma > 0$ . מצאו את התנאי שמקיים הקבוע  $\gamma$  אם ידוע שבמצב היסוד הספין הכולל הוא אפס.

## 4. (שאלת חובה)

נתון ההמילטוניאן הבא

$$H = \frac{p^2}{2M} + \lambda x^4$$

כאשר  $\lambda > 0$ . השתמשו במצבים העצמיים של אוסצילטור הרמוני עם תדירות  $\omega$  ומסה  $m$  בתור פונקציות מבחן (מהו הפרמטר של הווריאציה במקרה זה?) וחשבו

(א) חסם עליון לאנרגיית מצב היסוד (השוו לערך המדויק  $E_0 = 0.67 \left[ \frac{\hbar^4 \lambda}{M^2} \right]^{\frac{1}{3}}$ ).

(ב) חסם עליון לאנרגיית המצב המעורר הראשון (ודאו שאכן  $E_1 > E_0$  כמצופה).

**בהצלחה!**