$\uparrow \bar{B} = B_0 \hat{z}$ (1)

עבור φ_M פותר את משו' לפלס לכן: $\bar{B}$

$$\varphi_{M_B} = \begin{cases} \sum A_l r^l P_l(\cos\theta) & r<a \\ \sum \left(B_l r^l + \frac{C_l}{r^{l+1}} \right) P_l(\cos\theta) & a<r<b \\ -B_0 r\cos\theta + \sum \frac{D_l}{r^{l+1}} P_l(\cos\theta) & r>b \end{cases}$$

ועבור H רק צריך לחלק את האיזור האמצעי ב-μ:

$$\varphi_{M_H} = \begin{cases} \sum A_l r^l P_l(\cos\theta) & r<a \\ \sum \frac{1}{\mu} \left(B_l r^l + \frac{C_l}{r^{l+1}} \right) P_l(\cos\theta) & a<r<b \\ -B_0 r\cos\theta + \sum \frac{D_l}{r^{l+1}} P_l(\cos\theta) & r>b \end{cases}$$

את המשו' נקבל מתנאי השפה, הרכיב המאונך

לקליפות של $\bar{B}$ רציף:

אין תלות ב-φ
לכן רק θ

$$\bar{B} \cdot \hat{r} = (-\nabla \varphi_{M_B}) \cdot \hat{r} = -\frac{\partial \varphi_{M_B}}{\partial r}$$

$$= -\begin{cases} \sum l A_l r^{l-1} P_l(\cos\theta) & r<a \\ \sum \left(l B_l r^{l-1} - \frac{C_l (l+1)}{r^{l+2}} \right) P_l(\cos\theta) & a<r<b \\ -B_0 \cos\theta - \sum \frac{D_l (l+1)}{r^{l+2}} P_l(\cos\theta) & r>b \end{cases}$$

ונבדוק את הרציפות:

$\underline{r=a:}$ $\quad \ell A_\ell a^{\ell-1} = \ell B_\ell a^{\ell-1} - (\ell+1) C_\ell a^{-\ell-2}$

$\underline{r=b:}$ $\quad -\delta_{\ell,1} B_0 - \frac{D_\ell(\ell+1)}{b^{\ell+2}} = \ell B_\ell b^{\ell-1} - (\ell+1) C_\ell b^{-\ell-2}$

הרכיב המקביל לשפות של $\bar H$ רציף, אין זרם

ב-φ אין, זה רק $\hat\theta$:

$$\bar H \cdot \hat\theta = (-\bar\nabla \varphi_{M_H}) \cdot \hat\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial \varphi_{M_H}}{\partial \theta} =$$

$\frac{d P_\ell(\cos\theta)}{d\theta} = -P_\ell'(\cos\theta)\sin\theta$

$$= \frac{\sin\theta}{r}\begin{cases} \sum A_\ell r^\ell P_\ell'(\cos\theta) & r<a \\ \sum \frac{1}{\mu}\left(B_\ell r^\ell + \frac{C_\ell}{r^{\ell+1}}\right) P_\ell'(\cos\theta) & a<r<b \\ -B_0 r + \sum \frac{D_\ell}{r^{\ell+1}} P_\ell'(\cos\theta) & r>b \end{cases}$$

$\underline{r=a:}$ $\quad \mathrm{I} \quad A_\ell a^\ell = \frac{1}{\mu}\left(B_\ell a^\ell + \frac{C_\ell}{a^{\ell+1}}\right)$

$\underline{r=b:}$ $\quad \mathrm{II} \quad -B_0 b\,\delta_{\ell,1} + \frac{D_\ell}{b^{\ell+1}} = \frac{1}{\mu}\left(B_\ell b^\ell + \frac{C_\ell}{b^{\ell+1}}\right)$

$\mathrm{III} \quad \ell A_\ell a^{\ell-1} = \ell B_\ell a^{\ell-1} - (\ell+1) C_\ell a^{-\ell-2}$

$\mathrm{IV} \quad -\delta_{\ell,1} B_0 - \frac{D_\ell(\ell+1)}{b^{\ell+2}} = \ell B_\ell b^{\ell-1} - (\ell+1) C_\ell b^{-\ell-2}$

אנחנו רוצים את A_ℓ למצוא השדה בתחום $r<a$.

נוכל למצוא אותו אם נמצא את C_ℓ, B_ℓ.

נסדר את I ו- III:

$$\mathrm{I} \quad \mu A_\ell = B_\ell + \frac{C_\ell}{a^{2\ell+1}}$$

$$\mathrm{III} \quad A_\ell = B_\ell - \frac{\ell+1}{\ell}\frac{C_\ell}{a^{2\ell+1}}$$

נבודד:

$$\mu B_\ell - \frac{\mu}{\ell}(\ell+1)\frac{C_\ell}{a^{2\ell+1}} = B_\ell + \frac{C_\ell}{a^{2\ell+1}}$$

$$B(\mu-1) = \frac{C_\ell}{a^{2\ell+1}}\left(1 + \frac{\mu}{\ell}(\ell+1)\right)$$

$$B_l = \frac{1}{a^{2l+1}} \frac{l+\mu(l+1)}{l(\mu-1)} C_l$$

נסדר את II:

$$-B_0 b\,\delta_{l,1} + \frac{D_l}{b^{l+1}} = \frac{1}{\mu}\left(B_l b^l + \frac{C_l}{b^{l+1}}\right)$$

$$-\mu B_0 b^{l+2}\delta_{l1} + \mu D_l = B_l b^{2l+1} + C_l$$

נציב את B_l:

$$-\mu B_0 b^{l+2}\delta_{l1} + \mu D_l = \left(\frac{b^{2l+1}}{a^{2l+1}}\frac{l+\mu(l+1)}{l(\mu-1)}+1\right)C_l$$

$$D_l = \frac{1}{\mu}\left(\frac{b^{2l+1}}{a^{2l+1}}\frac{l+\mu(l+1)}{l(\mu-1)}+1\right)C_l + B_0 b^{l+2}\delta_{l1}$$

$$2l+1-l-2 = l-1$$

נציב בשו' IV ונקבל את C_l:

$$-\delta_{l1}B_0 - \frac{(l+1)}{\mu}\left(\frac{b^{l-1}}{a^{2l+1}}\frac{l+\mu(l+1)}{l(\mu-1)} + \frac{1}{b^{l+2}}\right)C_l - B_0\delta_{l1}(l+1)$$

$$= l\frac{b^{l-1}}{a^{2l+1}}\frac{l+\mu(l+1)}{l(\mu-1)}C_l - (l+1)C_l b^{-l-2}$$

$$C_l\left[l\frac{b^{l-1}}{a^{2l+1}}\frac{l+\mu(l+1)}{l(\mu-1)} - \frac{l+1}{b^{l+2}} + \frac{(l+1)}{\mu}\left(\frac{b^{l-1}}{a^{2l+1}}\frac{l+\mu(l+1)}{l(\mu-1)}+\frac{1}{b^{l+2}}\right)\right]$$

אך אני לא מצליח לפתור את ארבעת המשוואות

עם ארבעת הנעלמים האלו.

2

$$\bar{E} = \frac{q(1-\beta^2)}{R^2(1-\beta^2\sin^2\theta)^{3/2}}\,\hat{n}$$

$$\hat{n} = \frac{\bar{R}}{R} \qquad [\hat{n}] = \frac{\bar{R}_r}{R_r} \Rightarrow \bar{R}_r = R_r[\hat{n}]$$

$$\bar{R} = \bar{R}_r - R_r\bar{\beta}$$

$$= R_r[\hat{n}] - R_r\bar{\beta} = \hat{n}R$$

$$\Rightarrow [\hat{n}] = \frac{R}{R_r}\hat{n} + \bar{\beta}$$

$$\Rightarrow [\hat{n}]\times\hat{n} = \bar{\beta}\times\hat{n}$$

וקיבלנו את המבוקש.

והגודל של השדה תלוי בגודל של $|\bar{\beta}\times\hat{n}|$

$$|\bar{\beta}\times\hat{n}| = \beta|\sin\theta|$$

במכנה יש את הביטוי $1-\beta^2\sin^2\theta$

אבל גם $|\beta|<1$ וגם סינוס חסום בין 1 ל -1

אבל הביטוי יהיה קרוב יותר ל-1 ככל שהסינוס

יהיה קרוב יותר וכך גם המונה $|\sin\theta|$.

ולכן שדה מקסימלי נקבל עבור $\theta=\frac{\pi}{2}$

ושדה מינימלי יהיה עבור $\theta=0$

כלומר השדה יהיה גדול במאונך לכיוון התנועה של

החלקיק.

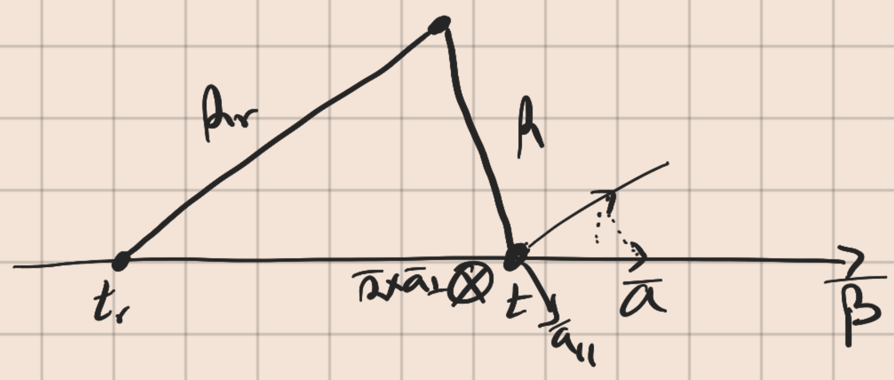
עבור $\beta\to1$ נקבל שהשדה המאונך מתבדר

ולכל זווית אחרת מתאפס, כלומר יש רכיב רק

בכיוון המאונך לכיוון התנועה.

ב)

$$\bar{\bar{E}}_a = \frac{q}{c^2}\left[\frac{\bar R\times((\bar R - R\bar\beta)\times\bar a)}{\kappa^3}\right]$$



קו ישר $\Leftarrow$ $\bar a \parallel \bar\beta$

$$\bar a = \bar a_{\parallel} + \bar a_{\perp}$$

$$\Rightarrow \quad \bar E_a = \frac{q}{c^2}\left[\frac{\bar R\times(\bar R\times\bar a)}{\kappa^3}\right]$$

מהפעלת כלל יד ימין פעמיים יוצא שהכיוון של המכפלה

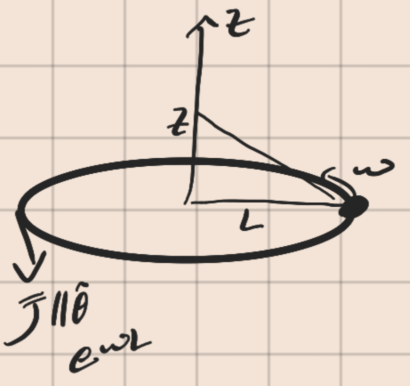
הוקטורית השלישית הוא בכיוון ההפוך ל- $\bar a_\perp$,

לכן

$$\bar E_a = -\frac{q}{c^2}\left[\frac{R^2}{\kappa^3}\bar a_\perp\right]$$

$$|E_a| = -\frac{q}{c^2}\left[\frac{R^2}{(R-\beta R\cos\theta)^3}\right]$$

ג)



$$\phi(t) = \frac{q=-e}{\sqrt{z^2+L^2}}$$

קבוע בזמן

אין שינויים ב פאזה נקו' ולכן

$$\bar A_{ret} = \frac{1}{c}\,\frac{-e\omega L}{\sqrt{z^2+L^2}}\left(-\sin\left[\left(t-\frac{\sqrt{z^2+L^2}}{c}\right)\omega\right]\hat x + \cos\left[\omega\left(t-\frac{\sqrt{z^2+L^2}}{c}\right)\right]\hat y\right]$$

$$\bar{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \bar{A}}{\partial t} - \bar{\nabla}\varphi \qquad \sqrt{z^2+L^2} \equiv R(t)$$

$$\boxed{= -\frac{e\omega^2 L}{c^2 R}\left[\cos\left(\omega\left(t-\frac{R}{c}\right)\right)\hat{x} + \sin\left(\omega\left(t-\frac{R}{c}\right)\right)\hat{y}\right] - \frac{e z}{(z^2+L^2)^{3/2}}\hat{z}}$$

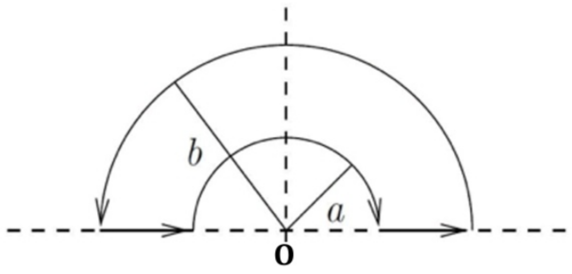
$$B = \bar{\nabla} \times \bar{A} \qquad A = (u(z), v(z), 0)$$

$$\begin{pmatrix}\partial x\\ \partial y\\ \partial z\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}u\\ v\\ 0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-\partial_z v\\ \partial_z u\\ 0\end{pmatrix}$$

$$\partial_z u = -\frac{e\omega L}{c}\left[-\sin\left(\omega\left(t-\frac{R}{c}\right)\right)\frac{z}{R^3} + \frac{\omega z}{cR^2}\cos\left(\omega\left(t-\frac{R}{c}\right)\right)\right] = B_y$$

$$-\partial_z v = \frac{e\omega L}{c}\left[-\cos\left(\omega\left(t-\frac{R}{c}\right)\right)\frac{z}{R^3} + \frac{\omega z}{cR^2}\cos\left(\omega\left(t-\frac{R}{c}\right)\right)\right] = B_x$$

$$B_z = 0$$



שאלה 3 – לולאה עם זרם משתנה

בתיל המתואר בשרטוט זורם זרם שתלוי בזמן $I(t) = kt$,
כאשר k קבוע בעל יחידות מתאימות. כיוון הזרם בתיל כפי
שבשרטוט. המרכז של שני חצאי המעגלים הוא $\mathbf{O}$.
מהו השדה החשמלי בנקודה $\mathbf{O}$ בכל זמן $\mathbf{E}(\mathbf{r} = \mathbf{O}, t)$?

ברור שרק הקשתות תורמות אחרת לא היית

את הקונפיגורציה הזו. דוגמא $\varphi = 0$ כי אין מטענים

רק זרמים. לכן

$$\bar{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \bar{A}}{\partial t}$$

$$\bar{A} = \int dl' \frac{\bar{I}\left(\bar{r}', t - \frac{|\bar{r}-\bar{r}'|}{c}\right)}{|\bar{r}-\bar{r}'|}$$

התרומה מ- a:

$$\int_0^{\pi} a\, d\varphi \frac{k\left(t-\frac{a}{c}\right)}{a}(-\hat{\varphi})$$

$$= -\pi k\left(t-\frac{a}{c}\right)\hat{\varphi}$$

והתרומה מ- b: היא באותו אופן

$$\pi k\left(t-\frac{b}{c}\right)\hat{\varphi}$$

$$\Rightarrow \hat{A}_{tot} = \frac{a-b}{c} \Rightarrow \bar{E} \propto \frac{\partial \bar{A}}{\partial t} = 0$$

שאלה 4 – הטענת מישור

בזמן $t=0$ המישור $x-y$ נטען כולו בצפיפות מטען משטחית אחידה σ.

א. מצאו את הפוטנציאל $\varphi_{ret}(\mathbf{r},t)$ בכל המרחב והזמן.

ב. בגלל שאין צפיפות זרם בבעיה, הפוטנציאל הוקטורי $\mathbf{A}_{ret}$ מתאפס. מכיוון שהארבע פוטנציאל מחושב בכיול לורנץ $\frac{\partial\varphi_{ret}}{\partial t}=0$. הראו שזה לא מתקיים עבור הפוטנציאל שמצאנו בסעיף א׳. איך זה יכול להיות? איפה הטעות בטיעון שנכתב בסעיף זה?

א)

$$\varphi_{ret}(\bar r,t)=\int d^3r' \frac{\rho\left(\bar r', t-\frac{|\bar r-\bar r'|}{c}\right)}{|\bar r-\bar r'|}$$

$$=\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\infty} \frac{\sigma\,\Theta\left(t-\frac{\sqrt{r^2+z^2}}{c}\right)}{\sqrt{z^2+r^2}}\, r\,dr$$

בקיצור מקבלים בדיוק אותו [illegible]

$$\varphi_{ret}=\begin{cases} 2\pi\sigma\left(t-\frac{|z|}{c}\right) & ct\ge|z| \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

ב)

$$\frac{\partial\varphi_{ret}}{\partial t}=2\pi\sigma$$

יש "זרם" בבעיה, היינו פשוט פונק׳ δ בזמן, הרי המטענים לא סתם יכולים להופיע משום מקום (חוק שימור המטען), מטענים אפשר רק להזיז ממקום למקום וזה זרם.