

单元测验 A

1. 求极限: $\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow a}} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{\frac{x^2}{x+y}}$
2. 设 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, 求 dz 。
3. 设 $z = xy + xF(u)$, 而 $u = \frac{y}{x}$, $F(u)$ 为可导函数, 证明:
$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z + xy。$$
4. 设 $z = z(x, y)$ 为由方程 $xyz + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{2}$ 所确定的隐函数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial z}{\partial y}$ 。
5. 求函数 $u = x + y + z$ 在球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 上点 (x_0, y_0, z_0) 处, 沿球面在该点的外法线方向的方向导数。
6. 将正数 a 分为三个正数 x, y, z , 使 $f = xy^2z^3$ 最大。(要求: 使用条件极值求解)