第四单元测试题

一、计算题:

1.
$$\lim_{x \to \infty} \frac{\int_0^x \sqrt{1 + t^4} dt}{x^3}$$
 2.
$$\lim_{x \to \infty} \int_0^y e^{t^2} dt + \int_{x^2}^0 \cos \sqrt{t} dt = 0, \text{ if } \frac{dy}{dx}$$

$$\int_{0}^{1} \frac{\ln(1+x)}{(2-x)^{2}} dx \, dx \, \int_{-1}^{1} \left(x + \sqrt{1-x^{2}}\right)^{2} dx \, \int_{5}^{1} e^{\sqrt{2x-1}} dx$$

6.
$$\int_{1}^{2} \frac{x dx}{\sqrt{x-1}}$$
 7. $\int_{0}^{\pi} x \sin nx dx$ 8. $\int_{0}^{\pi} |\cos x| \sqrt{1 + \sin^{2} x} dx$

二、计算曲线
$$4y^2 = x$$
 与直线 $y + x = \frac{3}{2}$ 所围成图形的面积.

三、已知星形线方程
$$\begin{cases} x = a\cos^3 t \\ y = a\sin^3 t \end{cases}$$
, 求它的弧长

四、求曲线 $y = \ln x$ 在区间 (2,6) 内的一条切线,使其与直线 x = 2, x = 6 及曲线 $y = \ln x$ 所围图形的面积最小。