

第四单元测试题

一、计算题：

1、 $\lim_{x \rightarrow \infty} x \int_0^{\frac{1}{x}} \ln(1+t) dt$

2、 设 $g(x) = \int_0^{x^2} \frac{dx}{1+x^3}$, 求 $g''(1)$

3、 $\int_0^2 \frac{x^2}{(1+x^2)^2} dx$ 4、 $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\arcsin \sqrt{x} dx}{\sqrt{1-x}}$ 5、 $\int_{-1}^1 \left(x + \sqrt{1-x^2} \right)^2 dx$

6、 $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4x+5}$ 7、 $\int_0^4 e^{\sqrt{x}} dx$ 8、 $\int_0^1 x|2x-1| dx$

二、 已知星形线方程 $\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$, 求它所围的面积。

三、 求曲线 $r = a(1 + \cos \theta)$ 的全长。

四、 求曲线 $y = \ln x$ 在区间 $(2, 6)$ 内的一条切线, 使其与直线 $x = 2$, $x = 6$ 及曲线 $y = \ln x$ 所围图形的面积最小。