

第四单元测试题

一、计算题：

$$\begin{array}{ll} 1、\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_0^x \sqrt{1+t^4} dt}{x^3} & 2、\text{设 } \int_0^y e^{t^2} dt + \int_{x^2}^0 \cos \sqrt{t} dt = 0, \text{求 } \frac{dy}{dx} \\ 3、\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{x}(1+x)} & 4、\int_0^2 \frac{x^2}{(1+x^2)^2} dx & 5、\int_0^\pi x \sin nx dx \\ 6、\int_0^{\frac{3}{4}} \frac{dx}{(1+x)\sqrt{1+x^2}} & 7、\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2+6x+18} & 8、\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{(2-x)^2} dx \end{array}$$

二、已知星形线方程 $\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$ ，求它所围的面积。

三、求星形线绕 x 轴旋转一周而生成的立体的体积。

四、求曲线 $y = \ln x$ 在区间 $(2, 6)$ 内的一条切线，使其与直线 $x = 2$, $x = 6$ 及曲线 $y = \ln x$ 所围图形的面积最小。