

第三单元测试题

一、求下列不定积分：

1. $\int \frac{dx}{(1+x^2)x^2}$
2. $\int \frac{e^{2t}-1}{e^t-1} dt$
3. $\int \frac{dx}{\sin x \cos x}$
4. $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$
5. $\int \frac{1-x}{\sqrt{9-x^2}} dx$
6. $\int \sin 5x \sin 7x dx$
7. $\int \cos^3 x dx$
8. $\int \tan^3 x \sec x dx$
9. $\int \frac{x \tan \sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}} dx$
10. $\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}}$
11. $\int \frac{\sqrt{x^2-9}}{x} dx$
12. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{1-x^2}}$
13. $\int \ln^2 x dx$
14. $\int x \sin x \cos x dx$
15. $\int e^{-2x} \sin \frac{x}{2} dx$
16. $\int \frac{x+1}{(x-1)^3} dx$
17. $\int \frac{1}{x(x^2+1)} dx$
18. $\int \frac{x^2 dx}{(x-1)^{100}}$
19. $\int \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx$
20. $\int \frac{\sin x \cos^3 x}{1 + \cos^2 x} dx$

二、设 $f(x)$ 的原函数 $F(x) > 0$, 且 $F(0) = 1$. 当 $x \geq 0$ 时, 有 $f(x)F(x) = \sin^2 2x$, 试求 $f(x)$