

第二单元测试题

一、 选择填空题:

1、 曲线 $\begin{cases} x = 1 + t^2 \\ y = t^3 \end{cases}$ 在 $t = 2$ 处的切线方程为 _____

2、 设 $\tan y = x + y$, 则 $dy =$ _____

3、 已知 $y = f\left(\frac{3x-2}{3x+2}\right)$, $f'(x) = \arctan x$, 则 $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=0} =$ _____

4、 设函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 在 $x=1$ 处有极小值 -2 , 则必 ()

(A) $a=-4, b=1$ (B) $a=4, b=-7$ (C) $a=0, b=-3$ (D) $a=b=1$

5、 设 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处附近四阶连续可导且 $f'(x_0) = f''(x_0) = f'''(x_0) = 0, f^{(4)}(x_0)$

为正, 则有结论 ()

(A) $y = f(x)$ 在 $x = x_0$ 有极大值 (B) $y = f(x)$ 在 $x = x_0$ 有极小值
(C) $y = f(x)$ 在 $x = x_0$ 有拐点 (D) $y = f(x)$ 在 $x = x_0$ 无极值也无拐点

二、 计算下列极限

$$(1) \lim_{x \rightarrow -1} \left[\frac{1}{x+1} - \frac{1}{\ln(x+2)} \right] \quad (2) \lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \tan \frac{\pi x}{2}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$$

三、 已知 $y = y(x)$ 由 $x - y + \frac{1}{2} \sin y = 0$ 所确定, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$

四、 设 $f''(x)$ 存在, 求函数 $y = f(x^3)$ 的二阶导数 $\frac{d^2 y}{dx^2}$ 。

五、 设函数 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上具有二阶导数, 且 $f(2) = f(1) = 0$ 。若 $F(x) = (x-1)f(x)$,

证明: 至少存在一点 $\xi \in (1, 2)$, 使得: $F''(\xi) = 0$