

## 第一单元测试题

### 一、选择

(1) 已知  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 0$ , 且  $f(0) = 1$ , 那么 ( )

(A)  $f(x)$  在  $x=0$  处不连续。 (B)  $f(x)$  在  $x=0$  处连续。

(C)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  不存在。 (D)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$

(2) 如果  $f(x), g(x)$  都在  $x_0$  点处间断, 那么 ( )

(A)  $f(x) + g(x)$  在  $x_0$  点处间断 (B)  $f(x) - g(x)$  在  $x_0$  点处间断

(C)  $f(x) + g(x)$  在  $x_0$  点处连续 (D)  $f(x) + g(x)$  在  $x_0$  点处可能连续。

(3) 设  $f(x) = \frac{2x + |x|}{4x - 3|x|}$ , 则  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  为 ( )

(A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{1}{3}$  (C)  $\frac{1}{4}$  (D) 不存在

### 二、计算下列极限

(1)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}}$  (2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^n)}{(\sin x)^m} (n, m \in N)$

(3)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+7}{x+1} \right)^{x-1}$  (4)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left[ x \tan\left(\frac{1}{x}\right) - x \sin\left(\frac{1}{x}\right) \right]}{e^{\left(\frac{1}{x}\right)^2} - 1}$

(5) 设  $f(x) = a^x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ), 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \ln[f(1)f(2)\cdots f(n)]$

三、设  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^a}{n^b - (n-1)^b} = \frac{1}{7}$ , 求  $a, b$  的值。

四、求函数  $y = \frac{1}{1 - e^{\frac{x}{x-1}}}$  的间断点并判别其类型

五、证明: 若  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内连续, 且  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A$ , 则  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内有界