

第五单元测试题

一、 求解下列微分方程：

$$1. \quad xydx + \sqrt{1-x^2}dy = 0 \quad 2. \quad x \frac{dy}{dx} = y \ln \frac{y}{x}$$

$$3. \quad \frac{dy}{dx} - \frac{2}{x}y = 1$$

$$4. \quad xy'' + y' = 0.$$

$$5. \quad y'' = \frac{y'^2}{y-1}$$

$$6. \quad y'' + y = e^x$$

$$7. \quad y'' - y = \cos x$$

二、在上半平面求一条向上凹的曲线，其上任一点 $P(x,y)$ 处的曲率等于此曲线在该点的法线段 PQ 长度的倒数（ Q 是法线与 x 轴的交点），且曲线在点 $(1, 1)$ 处的切线与 x 轴平行.