

## 第一单元测试题

### 一、选择

(1) 设  $f(x) = \frac{(x-1)\sin x}{(x^2-1)|x|}$ , 那么  $x=0$  是函数的 (\_\_\_\_)

(A) 无穷间断点。(B) 震荡间断点。(C) 跳跃间断点。(D) 可去间断点

(2) 设数列  $x_n$  与  $y_n$  满足  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n y_n = 0$ , 则下列断言正确的是 (\_\_\_)

(A) 若  $\frac{1}{x_n}$  为无穷小, 则  $y_n$  必为无穷小。 (B) 若  $x_n$  发散, 则  $y_n$  必发散。

(C) 若  $x_n$  无界, 则  $y_n$  必有界。 (D) 若  $x_n$  有界, 则  $y_n$  必为无穷小。

(3) 已知  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 0$ , 且  $f(0) = 1$ , 那么 ( )

(A)  $f(x)$  在  $x=0$  处不连续。(B)  $f(x)$  在  $x=0$  处连续。

(C)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  不存在。 (D)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$

### 二、计算下列极限

(1)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - 1}{x - 1}, n \text{ 是正整数}$  (2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^n)}{(\sin x)^m} (n, m \in N)$

(3)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\sin x}}$  (4)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x(1 - \cos \sqrt{x})}$

(5)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \tan x} - \sqrt{1 + \sin x}}{x(1 - \cos x)}$

三、设  $x_1 = 1, x_n = 1 + \frac{x_{n-1}}{1 + x_{n-1}}$ , 证明  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$  存在, 并求  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$

四、设  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-x}{1+x^{2n}}$ , 讨论  $f(x)$  在其定义域内的连续性, 若有间断点, 指出其类型。

五、设函数  $f(x) = \frac{1}{a + |a|e^{bx}}$  在  $(-\infty, +\infty)$  内连续, 且  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

(1) 试确定  $a, b$  的正负号。 (2) 求  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  的值