

第一单元测试题

一、选择

(1) 已知 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 0$, 且 $f(0) = 1$, 那么 ()

(A) $f(x)$ 在 $x=0$ 处不连续。(B) $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续。

(C) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 不存在。(D) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$

(2) 设数列 x_n 与 y_n 满足 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n y_n = 0$, 则下列断言正确的是 ()

(A) 若 x_n 发散, 则 y_n 必发散。(B) 若 x_n 有界, 则 y_n 必为无穷小。

(C) 若 x_n 无界, 则 y_n 必有界。(D) 若 $\frac{1}{x_n}$ 为无穷小, 则 y_n 必为无穷小。

(3) 设 $f(x) = \frac{(x-1)\sin x}{(x^2-1)|x|}$, 那么 $x=0$ 是函数的 ()

(A) 第二类间断点。(B) 无穷间断点。(C) 跳跃间断点。(D) 可去间断点

二、计算下列极限

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n}{8^n + 5}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{a+x} - \sqrt{a}}{x} \quad (a > 0)$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(a+x) + \ln(a-x) - 2\ln a}{x^2}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1+x} - 1)\sin x}{1 - \cos x}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{(\sqrt[3]{1+x^2} - 1)(\sqrt{1+\sin x} - 1)}$$

三、若 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - x - 2} = 2$, 求 a, b 的值

四、设 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-x}{1+x^{2n}}$, 讨论 $f(x)$ 在其定义域内的连续性, 若有间断点, 指出其类型。

五、设函数 $f(x) = \frac{1}{a + |a|e^{bx}}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续, 且 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

(1) 试确定 a, b 的正负号。(2) 求 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 的值