第五单元测试题

一、 求解下列微分方程：

1. $dx + xe^y dy = e^y dx$

2. $y^2 dx + (xy + x^2)dy = 0$

3. $\frac{dy}{dx} - y\tan x = \sec x, y\big|_{x=0} = 0.$

4. $xy'' + y' = 0.$

5. $y'' = \frac{y'^2}{y-1}$

6. $y'' - y = e^x$

7. $y'' + 4y = \cos x$

二、在上半平面求一条向上凹的曲线，其上任一点 $P(x, y)$ 处的曲率等于此曲线在该点的法线段 PQ 长度的倒数（Q 是法线与 x 轴的交点），且曲线在点（1，1）处的切线与 x 轴平行.