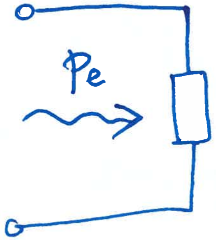
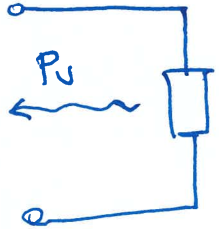
1

☐ POTENZA La definiamo come quantità algebrica con un VERSO E UN SEGNO

Definiamo la potenza con un verso { ENTRANTE / USCENTE } per significare { ASSORBITA / EROGATA } quando il valore e' positivo.



VERSO ENTRANTE



VERSO USCENTE

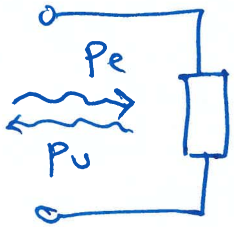
Se $p_e > 0$ il bipolo assorbe
" $p_u > 0$ " " eroga

La potenza entrante e uscente hanno poi un SEGNO associato in modo tale che

$$\boxed{p_e = -p_u}$$

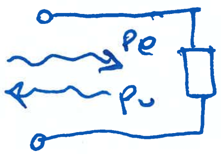
per lo stesso bipolo.

Esempio:



$p_e = 1W$
$p_u = -1W$

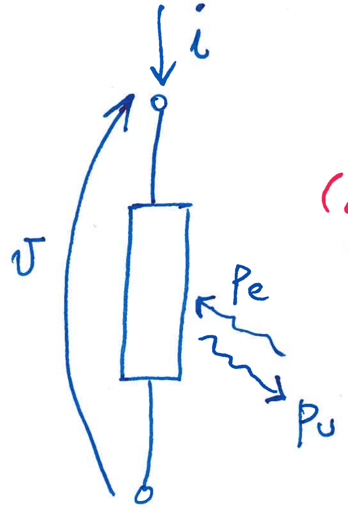
(INTERPRETAZIONE:
IL BIPOLO ASSORBE 1W)



$p_e = -1W$
$p_u = 1W$

(INTERPRETAZIONE:
IL BIPOLO EROGA 1W)

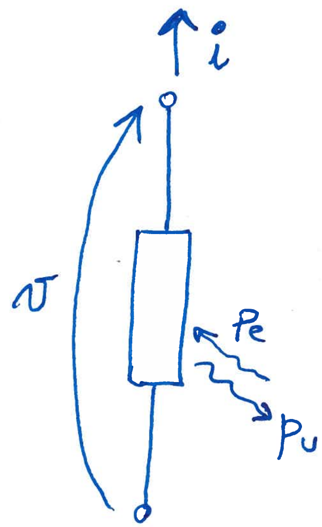
VERSI DI RIFERIMENTO ASSOCIATI DI TENSIONE E CORRENTE, E CALCOLO DELLA POTENZA PER UN BIPOLO



(corrente entrante nel polo + uscente dal polo −)

"CONVENZIONE DEGLI UTILIZZATORI"

$$\boxed{\begin{aligned} p_e(t) &= v(t)\,i(t) \\ p_u(t) &= -v(t)\,i(t) \end{aligned}}$$



(corrente uscente dal polo +, entrante nel polo −)

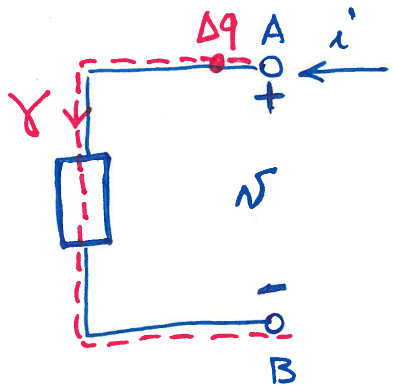
"CONVENZIONE DEI GENERATORI"

$$\boxed{\begin{aligned} p_e(t) &= -v(t)\,i(t) \\ p_u(t) &= v(t)\,i(t) \end{aligned}}$$

QUESTO È UNO SCHEMA DI CALCOLO DA RICORDARE BENE!

GIUSTIFICAZIONE:

Se considero la convenzione degli utilizzatori, la i descrive il moto di una carica Δq nel tempo Δt da A(+) a B(−) lungo un percorso γ



Quindi la carica riceve lavoro dal campo elettrico

$$W_{A \to B} = v \, \Delta q$$ (vedi lezione su tensione)

e lo cede alla realtà interna al bipolo

quindi è un lavoro entrante nel bipolo

La potenza è

$$p_e(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v \, \Delta q}{\Delta t} = \underbrace{\lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta q}{\Delta t} \right)}_{i(t)} \cdot v(t) = v(t) \, i(t)$$

UNITÀ: $\left[\frac{J}{s} \right] = [W]$ WATT

Se considero la convenzione dei generatori, con lo stesso ragionamento deduco che la carica compie lavoro contro il campo, lavoro che prende dalla realtà interna al bipolo, quindi è un lavoro uscente dal bipolo...

□ ENERGIA ENTRANTE FRA t_1 E t_2 (INTERVALLO (t_1, t_2))

$$W_e(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} p_e(t)\, dt \underset{\substack{\uparrow \\ \text{SE} \\ \text{CONV.} \\ \text{UTIL.}}}{=} \int_{t_1}^{t_2} v(t)\, i(t)\, dt \qquad [J]$$

(Allo stesso modo si può calcolare l'energia uscente come integrale di $p_u(t)$)

□ FUNZIONE ENERGIA $W_e(-\infty, t)$ E CONDIZIONE DI PASSIVITA'

Chiamo convenzionalmente $-\infty$ l'istante in cui il bipolo e' stato creato, (istante nel quale ancora NON e' entrata energia).

Allora

$$W_e(-\infty, t) = \int_{-\infty}^{t} p_e(t')\, dt' \underset{\substack{\uparrow \\ \text{C.U.}}}{=} \int_{-\infty}^{t} v(t')\, i(t')\, dt'$$

t' variabile ausiliaria per integrazione

e' una funzione di t, estremo superiore di integrazione, che descrive l'energia complessivamente entrata nel bipolo fino a detto istante t

- DICIAMO CHE IL BIPOLO E' PASSIVO SE $W_e(-\infty, t) \geq 0 \quad \forall t$
- DICIAMO CHE IL BIPOLO E' ATTIVO SE NON E' PASSIVO

☐ TEOREMA DI TELLEGEN (CONSERVAZIONE DELLA POTENZA)

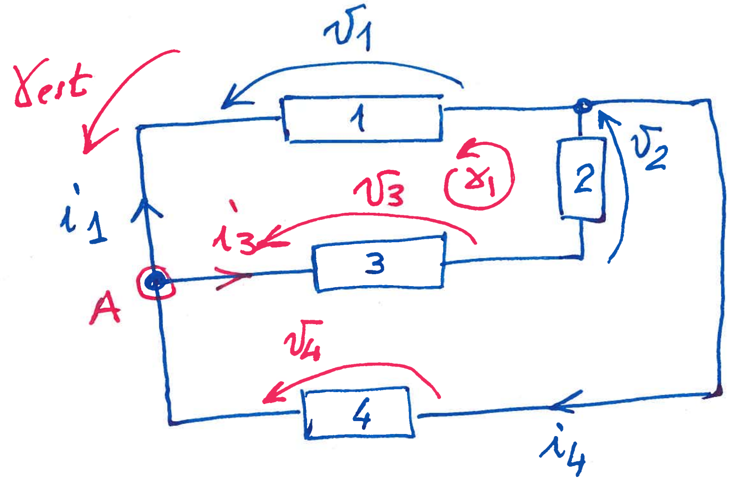
La validità di KCL e KVL <u>IMPLICA</u> che la somma di tutte le potenze entranti è pari a ZERO in ogni istante di tempo

$$\sum_{k=1}^{N} p_{e,k}(t) = 0 \quad \forall t$$

omettiamo la dimostrazione

Esempio illustrativo:

dati in blu
il mio lavoro in rosso



$i_1 = 5A$ $\quad i_4 = 3A$

$v_1 = 10V$ $\quad v_2 = 7V$

Determinare tutte le potenze entranti e verificare Tellegen

Definisco i_3, v_3, v_4 (versi arbitrari), nodo A, anelli γ_1 e γ_{est}

Trovo i_3, v_3, v_4 attraverso KCL & KVL	KCL (A)	$i_1 + i_3 - i_4 = 0$	$i_3 = i_4 - i_1 = -2A$
	KVL γ_1	$v_1 - v_3 + v_2 = 0$	$v_3 = v_1 + v_2 = 17\ V$
	KVL γ_{est}	$v_1 - v_4 = 0$	$v_4 = v_1 = 10V$

(CONV. UT.) $p_{e1} = v_1 i_1 = 50W$ $\qquad$ (CONV. UT.) $p_{e3} = v_3 i_3 = 17(-2) = -34W$

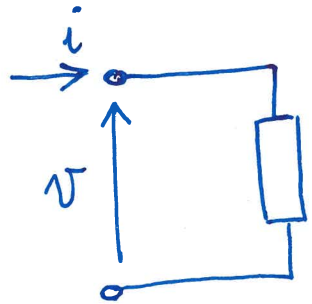
(CONV. GEN.) $p_{e2} = -v_2 i_3 = -7(-2) = 14W$ $\qquad$ (CONV. GEN.) $p_{e4} = -v_4 i_4 = -10 \cdot 3 = -30W$

TELLEGEN: $p_{e1} + p_{e2} + p_{e3} + p_{e4} = 50 + 14 - 34 - 30 = 0\ \cancel{W}$

☐ RELAZIONE COSTITUTIVA DI UN BIPOLO ADINAMICO (O BIPOLO RESISTIVO)

- Esprime matematicamente il legame fra la tensione e la corrente del bipolo
  (tutto ciò che è dato conoscere circa la natura del bipolo, nella teoria dei circuiti!)

- Siccome coinvolge sia v che i, è necessario fare riferimento ad una convenzione (utilizzatori/generatori) per i versi di riferimento associati. (Se cambiamo convenzione, la relazione costitutiva deve cambiare per tenere conto dei cambi di verso mediante opportuni cambi di segno.)



FORMA GENERALE (IMPLICITA)

$$\boxed{f(v, i) = 0}$$

f funzione algebrica

FORME PARTICOLARI (SE ESISTONO; POSSONO NON ESISTERE):

COMANDO IN TENSIONE: $\boxed{i = g(v)}$ (BIPOLO COMANDABILE IN TENSIONE)

COMANDO IN CORRENTE: $\boxed{v = h(i)}$ (" " " CORRENTE)

g, h funzioni algebriche ad un valore

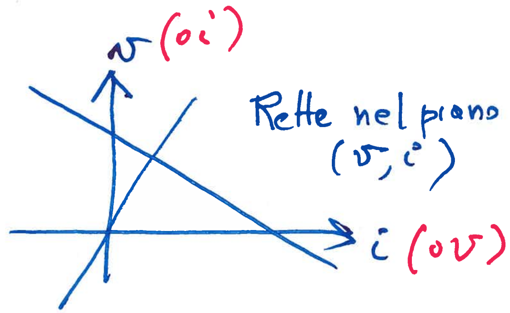
☐ CLASSIFICAZIONE DELLE RELAZIONI COSTITUTIVE ADINAMICHE

☐ LINEARITÀ

f, g, h funzioni lineari algebriche

Esempi: $av + bi = 0$ $\quad a, b, c \in \mathbb{R}$

$av + bi + c = 0$



☐ NON-LINEARITÀ

f, g, h funzioni algebriche non lineari

Esempio: $i = kv^2 \quad k \in \mathbb{R}$

☐ TEMPO-INVARIANZA

il tempo è solo un parametro di v e i, non gioca altro ruolo nella relazione costitutiva

$$f(v(t), i(t)) = 0 \qquad i(t) = g(v(t)) \qquad v(t) = h(i(t))$$

Esempio lineare tempo-invariante: $v(t) = R\,i(t) \quad R \in \mathbb{R}$ costante

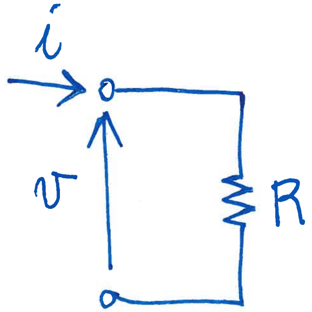
Esempio lineare tempo-variante: $v(t) = R(t)\,i(t) \quad R(t) \in \mathbb{R}$

☐ TEMPO-VARIANZA

$$f(v(t), i(t), t) = 0 \qquad i(t) = g(v(t), t) \qquad v(t) = h(i(t), t)$$

L'intero corso di Elettrotecnica riguarda il caso LINEARE

☐ RESISTORE (LINEARE TEMPO-INVARIANTE)



RELAZIONE COSTITUTIVA
(CONVENZIONE DEGLI UTILIZZATORI)

$$\boxed{v = R\, i}$$
$$\boxed{i = G\, v}$$

$R, G \in \mathbb{R} \quad \left(G = \frac{1}{R}\right)$

I parametri sono detti

R	RESISTENZA	$[\Omega] = \left[\frac{V}{A}\right]$	OHM
G	CONDUTTANZA	$[\Omega^{-1}] = [S]$	SIEMENS

- POTENZA ENTRANTE $\quad \boxed{p_e = v \cdot i = R i^2 = G v^2}$

PASSIVITÀ

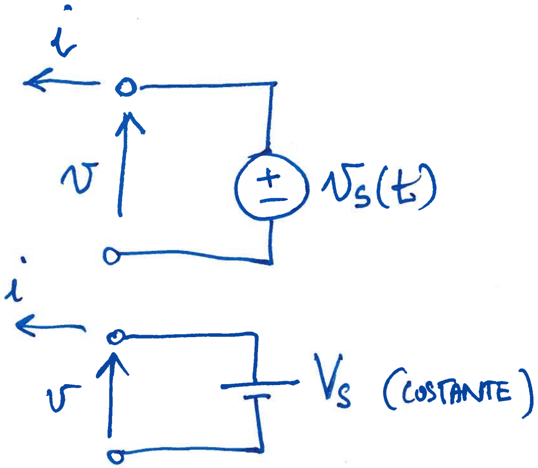
SE $\quad R > 0, \; G > 0$

ALLORA $\quad p_e \geq 0 \quad \Longrightarrow$ RESISTORE PASSIVO

infatti $\quad W_e(-\infty, t) = \int_{-\infty}^{t} \underbrace{p_e(t')}_{\text{integrando sempre positivo}} dt' \geq 0 \quad \forall t$ (ed è anche monotona crescente)

- SE USO CONVENZIONE DEI GENERATORI: $\quad v = -R i \; ; \; i = -G v$ (segno $-$!)

☐ GENERATORE IDEALE (INDIPENDENTE) DI TENSIONE



RELAZIONE COSTITUTIVA (comandato in corrente)

$$\boxed{v = v_s(t) \quad \forall i}$$

($\nexists$ comando in tensione)

- POTENZA ENTRANTE

$$p_e = -v i = -v_s i \gtrless 0$$

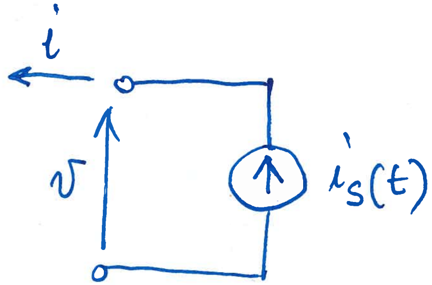
(c.g.)

$-$ $\quad \gtrless 0 \quad \gtrless 0$

(può assorbire ed erogare a piacere)

$\Rightarrow$ BIPOLO ATTIVO (NON È VERO CHE $W_e(-\infty, t) \geq 0$ $\forall t$ NECESSARIAMENTE)

☐ GENERATORE IDEALE (INDIPENDENTE) DI CORRENTE



RELAZIONE COSTITUTIVA (comandato in tensione)

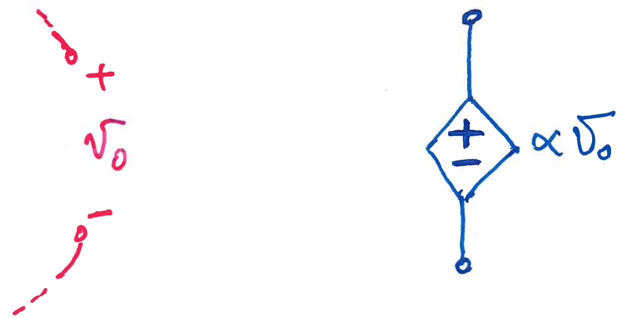
$$\boxed{i = i_s(t) \quad \forall v}$$

($\nexists$ comando in corrente)

- POTENZA ENTRANTE $\quad p_e = -v i = -v i_s \gtrless 0 \quad$ ATTIVO

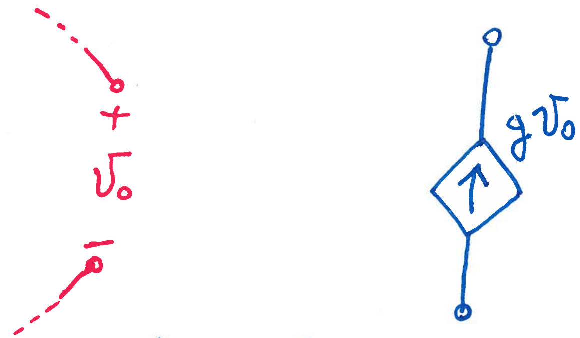
☐ GENERATORI DIPENDENTI (O GENERATORI "PILOTATI") "DI X PILOTATO IN Y"

DI TENSIONE — PILOTATO IN TENSIONE



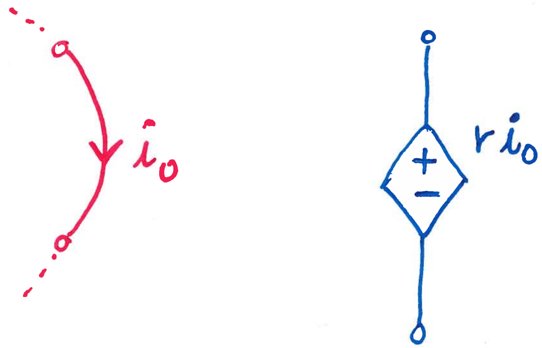
α ADIMENSIONALE "GUADAGNO"

DI CORRENTE — PILOTATO IN TENSIONE



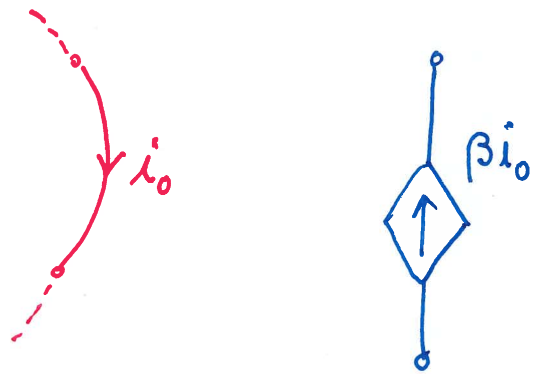
g $[\Omega]^{-1} = [S]$ "TRANSCONDUTTANZA"

DI TENSIONE — PILOTATO IN CORRENTE



r $[\Omega]$ "TRANSRESISTENZA"

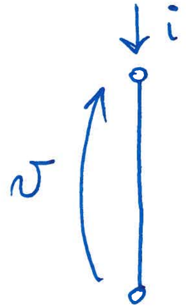
DI CORRENTE — PILOTATO IN CORRENTE



β ADIMENSIONALE "GUADAGNO"

La relazione costitutiva dei generatori (ideali) è analoga a quella dei generatori ideali indipendenti salvo il fatto che il generatore ha la grandezza X linearmente dipendente da Y

CORTOCIRCUITO



RELAZIONE COSTITUTIVA (comando in corrente):

$$\boxed{v = 0 \quad \forall\, i}$$

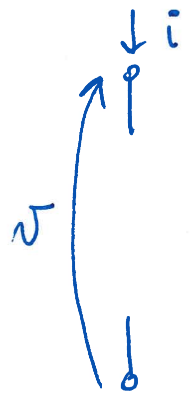
($\nexists$ comando in tensione)

- CASO PARTICOLARE DI:  $R = 0\,\Omega$ $\quad v = Ri = 0 \cdot i = 0 \ \forall i$

  ... E DI:  0V "generatore di tensione spento" $\quad v = 0 \ \forall i$

- $p_e = 0$ (PASSIVO INERTE)

CIRCUITO APERTO



RELAZIONE COSTITUTIVA (comando in tensione):

$$\boxed{i = 0 \quad \forall\, v}$$

($\nexists$ comando in corrente)

- CASO PARTICOLARE DI:  $G = 0\,S$ $(R \to \infty\,\Omega)$ $\quad i = Gv = 0 \cdot v = 0 \ \forall v$

  ... E DI:  0A "generatore di corrente spento" $\quad i = 0 \ \forall v$

- $p_e = 0$ (PASSIVO INERTE)

CARATTERISTICHE GRAFICHE

- gen. tensione
- gen. corrente
- cortocircuito
- circuito aperto
- resistore