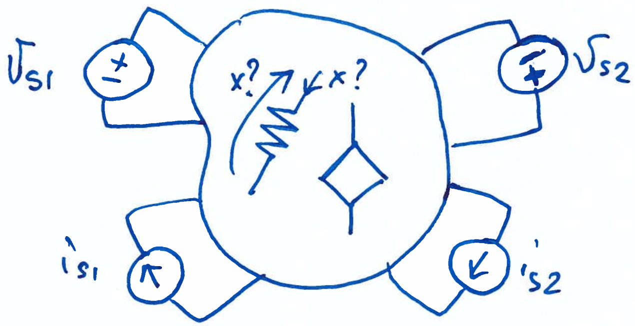
☐ APPLICAZIONE DELLA SOVRAPPOSIZIONE NELLA SOLUZIONE DI CIRCUITI

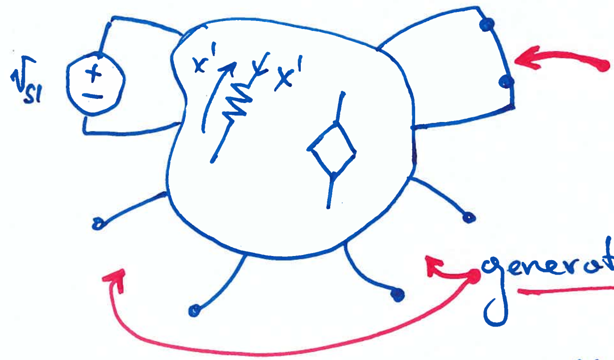


In base al teorema di sovrapposizione degli effetti:

$$x = \underbrace{\alpha_1 v_{S1}}_{x'} + \underbrace{\alpha_2 v_{S2}}_{x''} + \underbrace{\beta_1 i_{S1}}_{x'''} + \underbrace{\beta_2 i_{S2}}_{x^{IV}}$$

possiamo vedere la soluzione come somma di soluzioni più semplici, ciascuna dovuta ad una sola sorgente indipendente con le altre spente (cioè nulle)

- Per trovare x' pongo infatti $v_{S2} = 0\,V$; $i_{S1} = i_{S2} = 0\,A$ e ottengo $x = x' + 0 + 0 + 0 = x'$



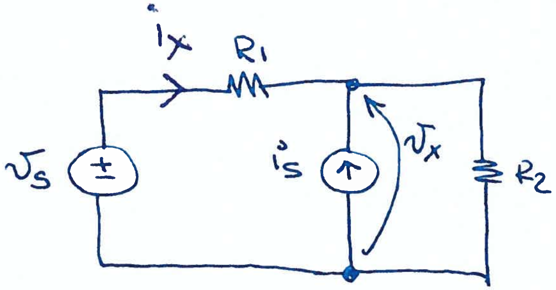
generatore indipendente di tensione spento e' un CORTOCIRCUITO (vedi lezione precedenti)

generatore indipendente di corrente spento e' un CIRCUITO APERTO (vedi lezioni precedenti)

- Allo stesso modo ottengo le altre soluzioni x'', x''', x^{IV} poi $x = x' + x'' + x''' + x^{IV}$

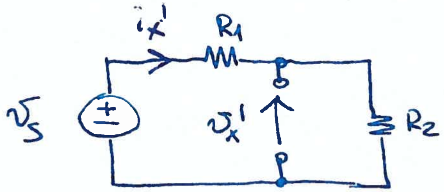
N.B. • Si possono anche fare agire le sorgenti a gruppi, per esempio
$\begin{cases} v_{S1} \,\&\, v_{S2} \text{ con } i_{S1} \,\&\, i_{S2} \text{ spenti} \rightarrow x' \\ i_{S1} \,\&\, i_{S2} \text{ con } v_{S1} \,\&\, v_{S2} \text{ spenti} \rightarrow x'' \end{cases}$
l'importante e' che ogni sorgente agisca una volta sola nel circuito.

Esempio:



Determinare v_x, i_x

I) SPENGO i_s, MANTENGO v_s

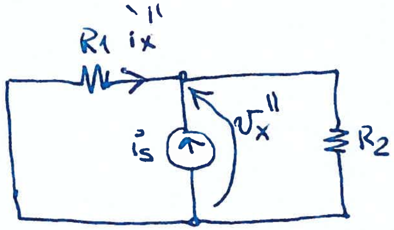


Partitore di tensione

$$v_x' = v_s \frac{R_2}{R_1+R_2}$$

$$i_x' = \frac{v_x'}{R_2} = \frac{v_s}{R_1+R_2}$$

II) SPENGO v_s, MANTENGO i_s



$$v_x'' = i_s \cdot (R_1 /\!/ R_2) = \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2} i_s$$

$$i_x'' = i_s \cdot \frac{(-R_2)}{R_1+R_2} = -\frac{R_2}{R_1+R_2} i_s$$

(Partitore di corrente)

⇨ SOVRAPPOSIZIONE

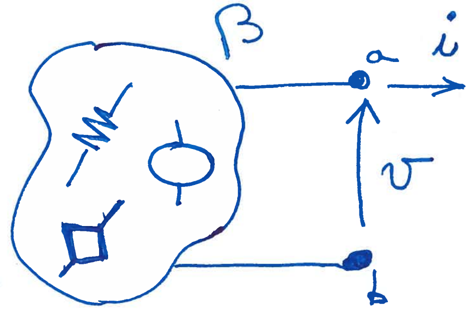
$$v_x = v_x' + v_x'' = \frac{R_2}{R_1+R_2} v_s + \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2} i_s$$

$$i_x = i_x' + i_x'' = \frac{v_s}{R_1+R_2} - \frac{R_2}{R_1+R_2} i_s$$

CONFRONTARE CON RISULTATI PRECEDENTI !

TEOREMA DI THEVENIN

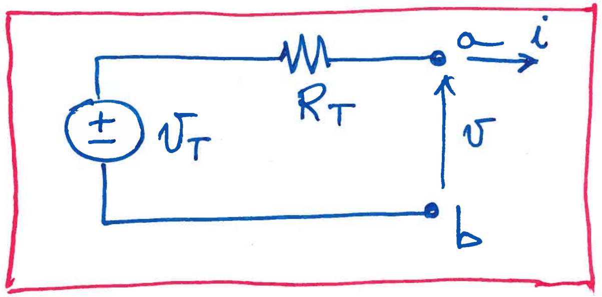
IPOTESI:
- BIPOLO LINEARE ADINAMICO $\mathcal{B}$
- IL BIPOLO È COMANDABILE IN CORRENTE (ovvero $\exists f$ t.c. $v = f(i)$ relazione costitutiva con comando in corrente)



TESI: LA RELAZIONE COSTITUTIVA DEL BIPOLO È LA RETTA

$$\boxed{v = v_T - R_T\, i} \qquad v_T, R_T \in \mathbb{R}$$

E QUINDI IL BIPOLO $\mathcal{B}$ È ESTERNAMENTE EQUIVALENTE AL GENERATORE NON-IDEALE DI TENSIONE



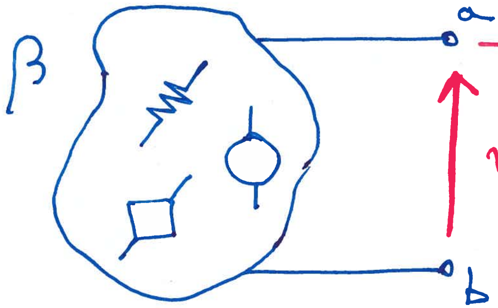
"CIRCUITO EQUIVALENTE DI THEVENIN"

(N.B. se $R_T = 0\,\Omega$ $\rightarrow$ generatore ideale di tensione
se $v_T = 0\,V$ $\rightarrow$ resistore
sono possibilità particolari)

DOVE I PARAMETRI HANNO IL SEGUENTE SIGNIFICATO:

- $\boxed{v_T = V_{oc}}$ (oc: "open circuit")

v_{oc} TENSIONE A CIRCUITO APERTO (o TENSIONE A VUOTO) di' β AI MORSETTI a b

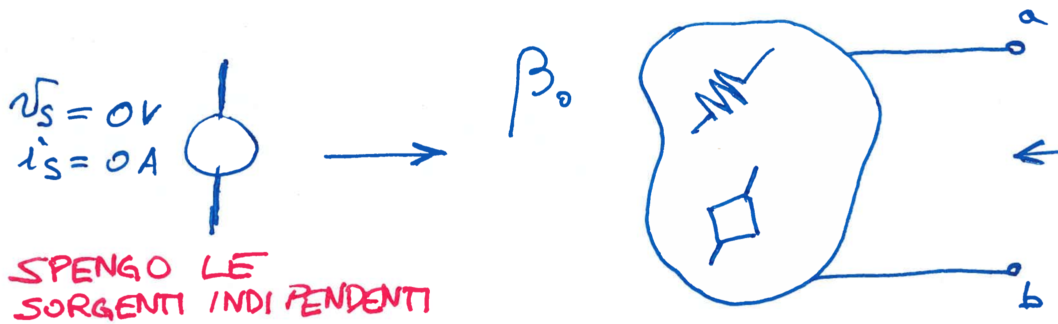


$\rightarrow i = 0A$ CORRENTE NULLA (PERCHÈ ab APERTI)

v_{oc} TENSIONE A VUOTO

- $\boxed{R_T = R_{ab}}$

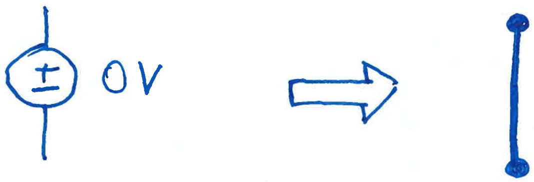
R_{ab} RESISTENZA EQUIVALENTE DEL BIPOLO β_0 OTTENUTO SPEGNENDO LE SORGENTI INDIPENDENTI



SPENGO LE SORGENTI INDIPENDENTI

$\leftarrow R_{ab}$ RESISTENZA EQUIVALENTE AI MORSETTI ab DI β_0

N.B. Spegnimento delle sorgenti indipendenti

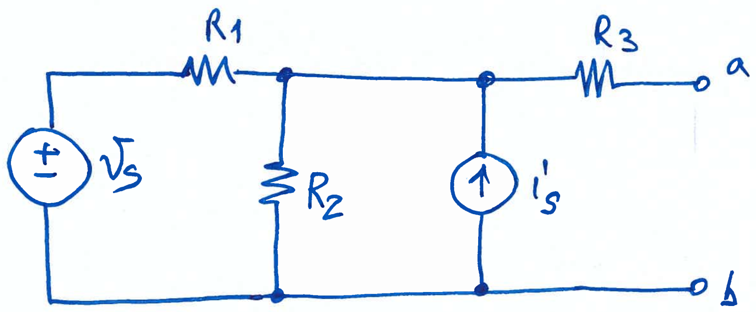


I generatori indipendenti di tensione diventano CORTOCIRCUITI

I generatori indipendenti di corrente diventano CIRCUITI APERTI

N.B. Le sorgenti dipendenti () NON si spengono !

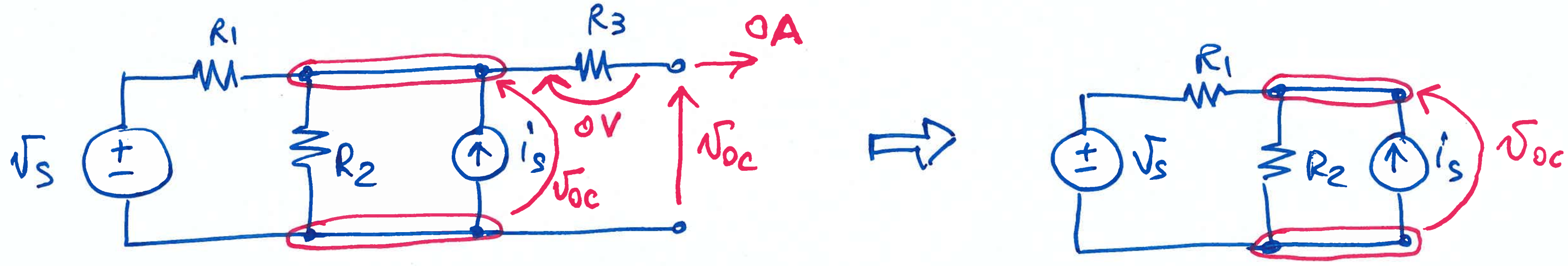
Esempio

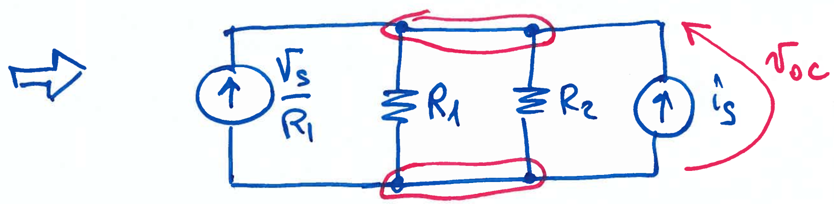


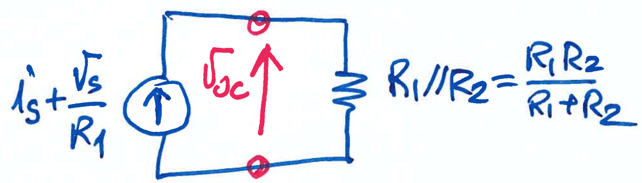
$v_s = 25\,V$
$i_s = 3\,A$
$R_1 = 5\,\Omega$
$R_2 = 20\,\Omega$
$R_3 = 4\,\Omega$

Determinare il circuito equivalente di Thevenin del bipolo di morsetti a b

I) Calcolo tensione a vuoto v_{oc}

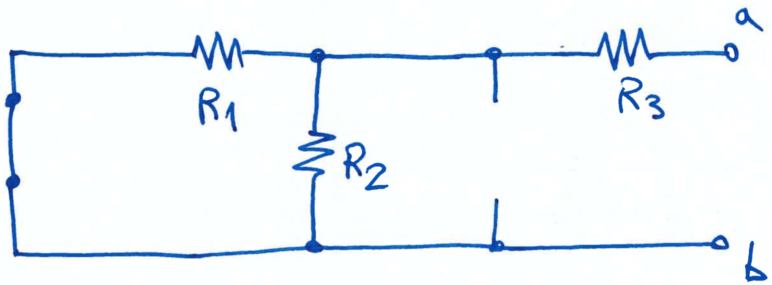






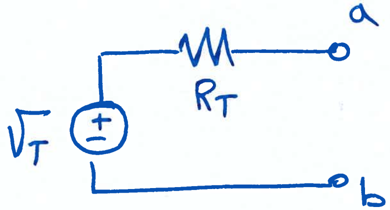
$$v_{oc} = \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}\left(i_s + \frac{v_s}{R_1}\right) = \frac{5\cdot 20}{25}\left(3+\frac{25}{5}\right) = 32\,V$$

II) Calcolo resistenza R_{ab} del bipolo con sorgenti indipendenti spente



$$R_{ab} = (R_1 /\!/ R_2) + R_3 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = 8\,\Omega$$

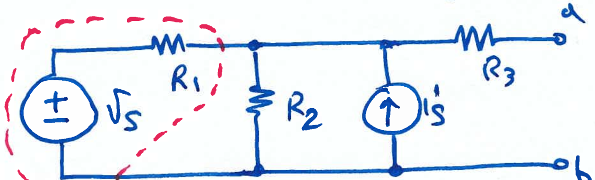
Conclusione: circuito equivalente di Thevenin



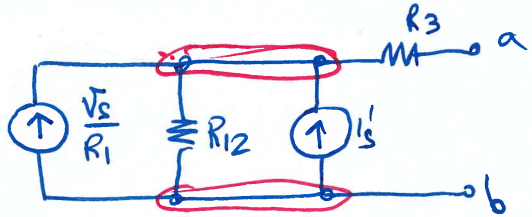
$V_T = V_{oc} = 32\,V$

$R_T = R_{ab} = 8\,\Omega$

- **VERIFICA**: Per altra via, si poteva ridurre il circuito originario mediante equivalenze:



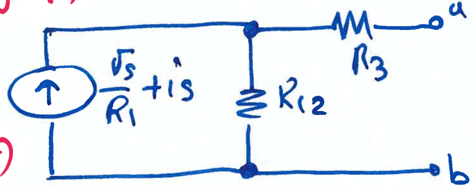
(trasf. gen.)



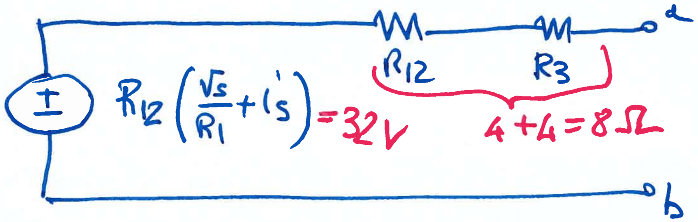
$R_{12} = R_1 /\!/ R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 4\,\Omega$

(parallelo resistori)

(// di gen. di corrente)



(trasf. gen.)



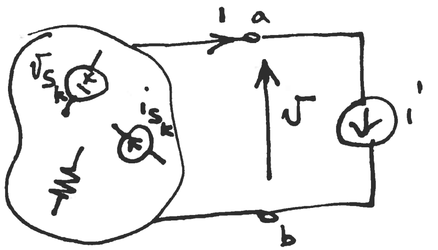
$R_{12}\left(\frac{V_S}{R_1} + i_S'\right) = 32\,V$

$\underbrace{R_{12} \quad R_3}_{4+4=8\,\Omega}$

C.V.D.

☐ Dimostrazione del Teorema di Thevenin

Per dimostrare l'equivalenza esterna, troviamo la relazione costitutiva con comando in corrente $v = f(i')$

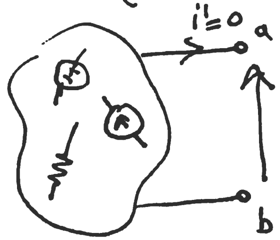


i variabile di comando

$v = f(i') = ?$

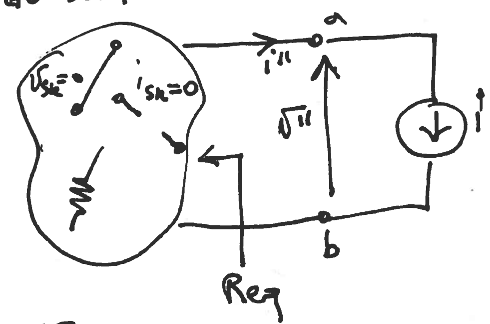
Per il teorema di sovrapposizione $v = \underbrace{\sum_k \alpha_k v_{sk} + \sum_k \beta_k i_{sk}}_{\text{contributo sorgenti interne}} + \underbrace{\gamma\, i'}_{\text{contributo sorgente esterna di comando}}$

I) SPENGO i ($\Rightarrow$ a,b a vuoto), ACCESE SORGENTI INTERNE



$v' = v_{oc} = \sum_k \alpha_k v_{sk} + \sum_k \beta_k i_{sk}$

II) SPENGO SORGENTI INTERNE, ACCESA i



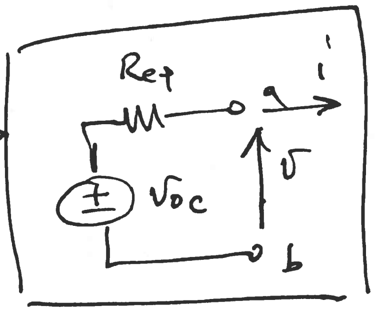
$v'' = \gamma\, i'' \overset{\text{conv. gen.}}{=} - R_{eq}\, i''$ dove R_{eq} è la resistenza equivalente vista dai morsetti a,b del circuito con sorgenti interne SPENTE

$\gamma = - R_{eq}$

SOVRAPPOSIZIONE

$\Rightarrow$ $v = v' + v'' = v_{oc} - R_{eq}\, i$

che è la relazione costitutiva di $\Rightarrow$



$\boxed{\text{c.v.d.}}$