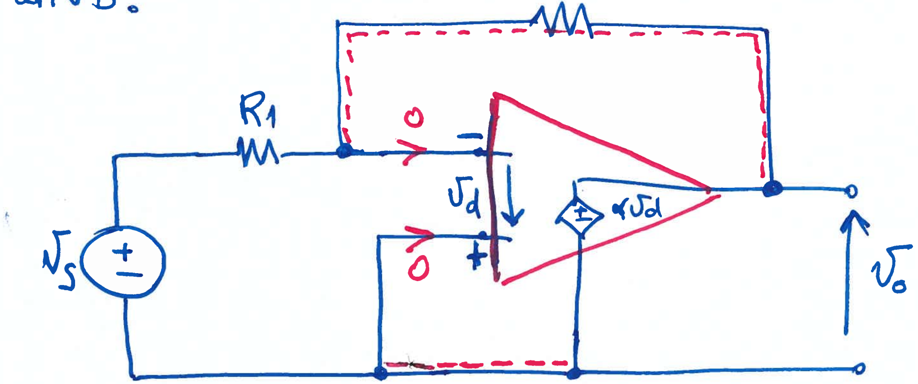
- CIRCUITI RETROAZIONATI PER AMP. OP.

L'amp. operazionale viene usato in circuiti che presentano una connessione dell'uscita con il polo invertente dell'ingresso, detta feedback (retroazione)

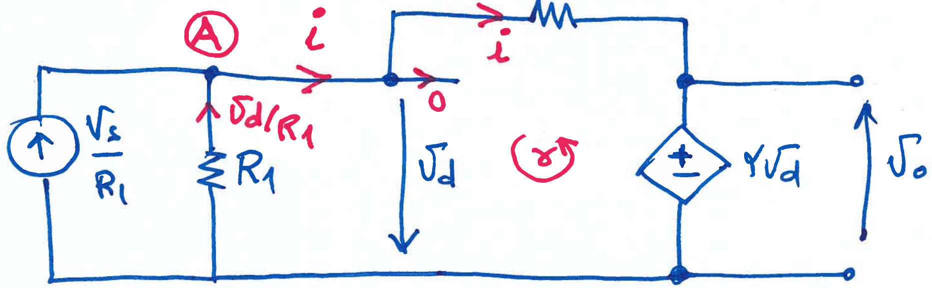
$\boxed{\text{Come conseguenza della retroazione } v_d \to 0 \text{ per } \alpha \to \infty \text{ e } v_o \neq \infty}$

Esempio dimostrativo:



Determinare v_d e v_o

Soluzione:



$$\text{KVL}\,\gamma: \begin{cases} v_d + \alpha v_d + R_2 i = 0 \\ \text{KCL}\,(A): \dfrac{v_s}{R_1} + \dfrac{v_d}{R_1} - i = 0 \end{cases}$$

Risolvo il sistema

$$\begin{cases} v_d(1+\alpha) = -R_2 i \longrightarrow v_d = \dfrac{-R_2 i}{1+\alpha} \\ \dfrac{v_s}{R_1} + \dfrac{1}{R_1}\left(\dfrac{-R_2 i}{1+\alpha}\right) - i = 0 \end{cases}$$

etris

$$\rightarrow\ i\left(\frac{R_2}{R_1(1+\alpha)}+1\right)=\frac{v_s}{R_1}\ \rightarrow\ i\left[\frac{R_2+R_1(1+\alpha)}{\cancel{R_1}(1+\alpha)}\right]=\frac{v_s}{\cancel{R_1}}\ \rightarrow\ i=\frac{v_s(1+\alpha)}{R_2+R_1(1+\alpha)}$$

quindi:

$$\boxed{v_d}=\frac{-R_2 v_s \cancel{(1+\alpha)}}{[R_2+R_1(1+\alpha)]\cancel{(1+\alpha)}}=\boxed{v_s\frac{-R_2}{R_2+R_1(1+\alpha)}}$$

$$\boxed{v_o=\alpha v_d=v_s\frac{-\alpha R_2}{R_2+R_1(1+\alpha)}}$$

$$\boxed{\begin{aligned}&\lim_{\alpha\to\infty} v_d=0\\&\lim_{\alpha\to\infty} v_o=v_s\left(-\frac{R_2}{R_1}\right)\neq\infty\end{aligned}}$$

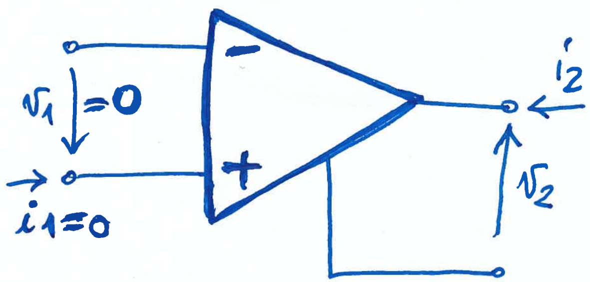
come l'esempio voleva mostrare

- la tensione differenziale di ingresso si annulla
- la tensione del gen. ideale di tensione dipende dal circuito in cui amp. op. e' inserito

☐ AMPLIFICATORE OPERAZIONALE IDEALE

- È UN DOPPIO-BIPOLO INTRINSECO, ADINAMICO, LINEARE
- È UNA ESTREMA IDEALIZZAZIONE del dispositivo reale (da usarsi solo per l'analisi approssimata di circuiti con retroazione)
- LA RELAZIONE COSTITUTIVA DEGENERA IN DUE EQUAZIONI CHE DESCRIVONO CONDIZIONI PER LE GRANDEZZE ALLA PORTA DI INGRESSO (1):

$$\boxed{\begin{cases} i_1 = 0 & \text{circuito aperto} \\ v_1 = 0 & \text{"cortocircuito virtuale"} \end{cases}}$$



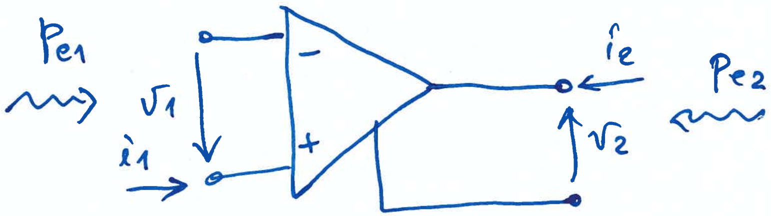
E NESSUNA CONDIZIONE ALLA PORTA DI USCITA (2)
(LE CUI GRANDEZZE v_2 e i_2 SONO DETERMINATE DALLA SOLUZIONE DEL CIRCUITO in cui viene inserito l'amp. op.)

- ∃ SOLO $\underset{\sim}{T} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$; ∄ $\underset{\sim}{R}, \underset{\sim}{G}, \underset{\sim}{H}, \underset{\sim}{H}', \underset{\sim}{T}'$!

(matrice di trasmissione nulla)

È quindi un multipolo estremamente degenere in teoria dei circuiti ma di grande interesse applicativo.

☐ POTENZA ENTRANTE NELL'A.O. IDEALE



$$\begin{cases} i_1 = 0 \\ v_1 = 0 \end{cases}$$

$$p_e = p_{e1} + p_{e2} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{conv. ut.}}}{=} v_1 i_1 + v_2 i_2 \underset{\substack{\uparrow \\ \text{rel. cost.}}}{=} \overbrace{0 \cdot 0}^{p_{e1}=0} + v_2 i_2 = v_2 i_2$$

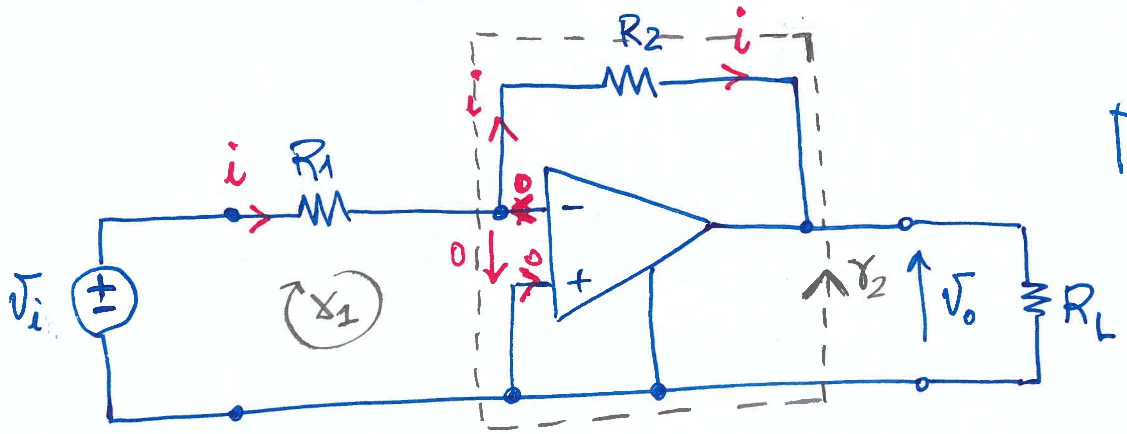
$$\boxed{p_e = v_2 i_2 \gtrless 0}$$

DOPPIO BIPOLO **ATTIVO**

(ricordare che v_2 e i_2 non sono stabilite dalla rel. costitutiva, ma dal circuito, e in generale possono avere segni positivi e negativi)

ALCUNE CONFIGURAZIONI TIPICHE di circuiti retroazionati per A.O. analizzate con il modello ideale di A.O.

"AMPLIFICATORE INVERTENTE"



Determinare $\frac{v_o}{v_i}$

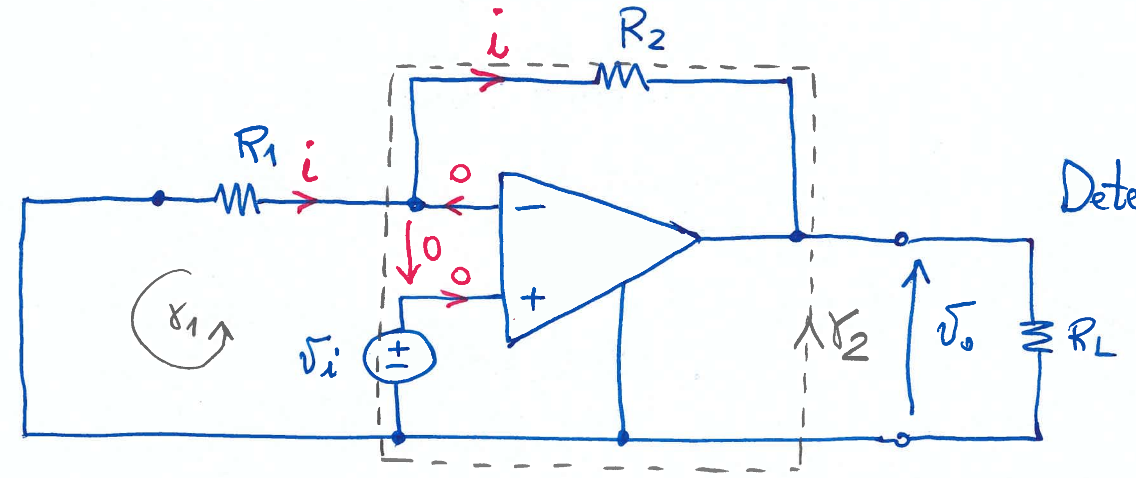
KVL γ_1: $\quad v_i - R_1 i + 0 = 0 \rightarrow i = \frac{v_i}{R_1}$

KVL γ_2: $\quad v_o + R_2 i + 0 = 0 \longrightarrow v_o = -R_2 i = -\frac{R_2}{R_1} v_i$

$$\boxed{\frac{v_o}{v_i} = -\frac{R_2}{R_1}}$$

- $R_2 > R_1 \longrightarrow \left|\frac{v_o}{v_i}\right| > 1$ amplificazione (progettabile a piacere selezionando i resistori)
- indipendenza dal carico R_L

"AMPLIFICATORE NON-INVERTENTE"



Determinare $\frac{v_o}{v_i}$

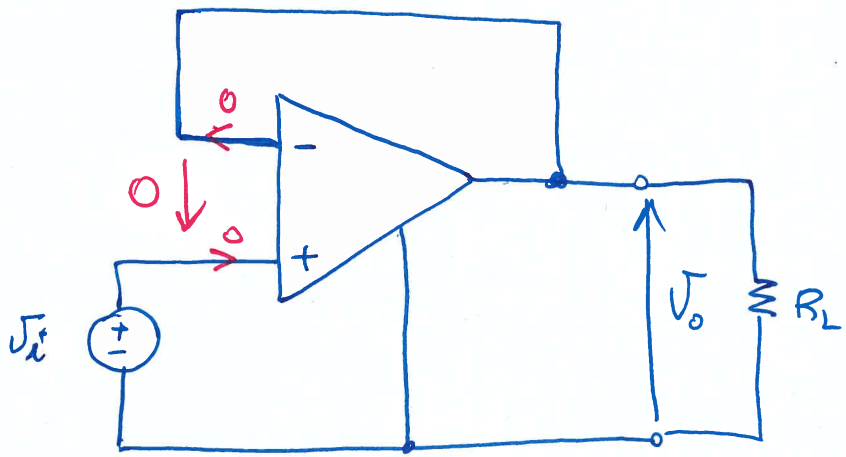
KVL γ_1: $\quad v_i - 0 + R_1 i = 0 \longrightarrow i = -\frac{v_i}{R_1}$

KVL γ_2: $\quad v_o + R_2 i + 0 - v_i = 0 \longrightarrow v_o = -R_2\left(-\frac{v_i}{R_1}\right) + v_i$

$$\boxed{\frac{v_o}{v_i} = 1 + \frac{R_2}{R_1}}$$

- amplificazione (indipendente dal carico R_L)
- la sorgente del segnale v_i non eroga potenza

"INSEGUITORE DI TENSIONE" (voltage follower)



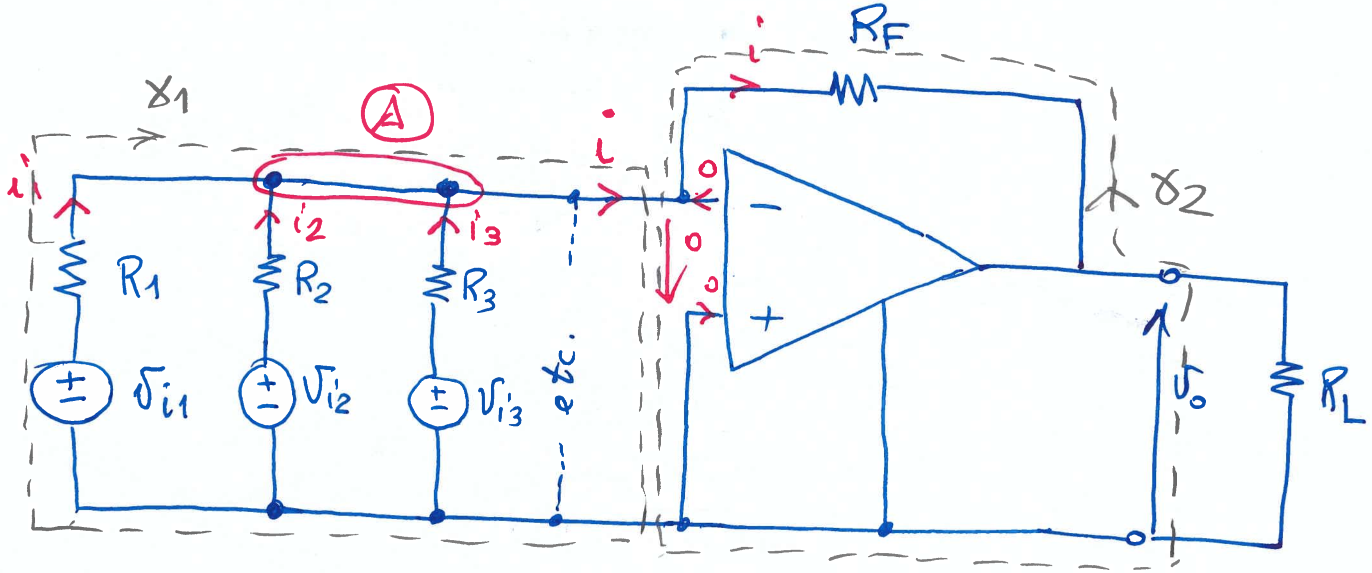
Determinare $\frac{v_o}{v_i}$

KVL γ_{est}: $\quad v_i - 0 - v_o = 0 \quad \longrightarrow \quad v_o = v_i$

$$\boxed{\frac{v_o}{v_i} = 1}$$

- La sorgente del segnale v_i non eroga potenza
- il segnale e' riprodotto in uscita dell'A.O. ed e' indipendente da R_L
- L'A.O. fornisce potenza al carico R_L

■ "SOMMATORE"



KVL γ_1: $\quad v_{i1} - R_1 i_1 + 0 = 0 \qquad i_1 = \dfrac{v_{i1}}{R_1}$

allo stesso modo $\quad i_2 = \dfrac{v_{i2}}{R_2}$; $\quad i_3 = \dfrac{v_{i3}}{R_3}$; (etc....)

KCL A : $\quad i = i_1 + i_2 + i_3 = \dfrac{v_{i1}}{R_1} + \dfrac{v_{i2}}{R_2} + \dfrac{v_{i3}}{R_3}$

KVL γ_2: $\quad v_o + R_F i + 0 = 0 \longrightarrow \boxed{v_o = -R_F\left(\dfrac{v_{i1}}{R_1} + \dfrac{v_{i2}}{R_2} + \dfrac{v_{i3}}{R_3}\right)}$

- Somma pesata, amplificata (e invertita)
- Se $\boxed{R_S = R_1 = R_2 = R_3 \longrightarrow v_o = -\dfrac{R_F}{R_S}(v_{i1} + v_{i2} + v_{i3})}$ somma amplificata (e invertita)

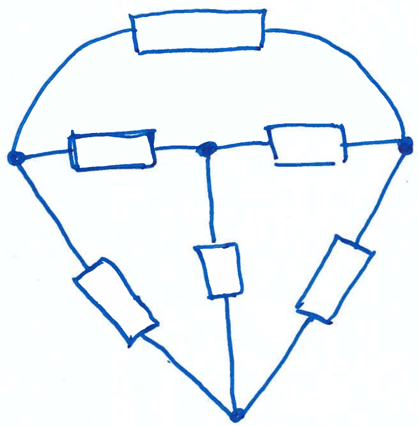
☐ KCL e KVL indipendenti

Dato un circuito i cui multipoli definiscono un numero p di porte, avente n nodi, si può dimostrare che

$\boxed{\begin{array}{l}\text{LE KCL LINEARMENTE INDIPENDENTI SONO } n-1 \\ \text{LE KVL LINEARMENTE INDIPENDENTI SONO } p-n+1\end{array}}$

(Linearmente indipendenti significa che non si possono ottenere attraverso la combinazione lineare delle altre KCL/KVL già considerate)

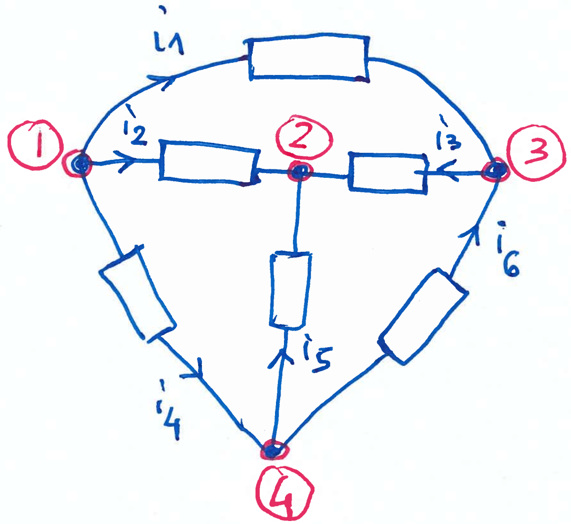
Esempio: $p=6 \quad n=4$



$n-1 = 3$ KCL

$p-n+1 = 3$ KVL

- possiamo verificare le KCL:



KCL ① : $i_1 + i_2 + i_4 = 0$

KCL ② : $-i_2 - i_5 - i_3 = 0$

KCL ③ : $-i_1 + i_3 - i_6 = 0$

KCL ④ : $-i_4 + i_5 + i_6 = 0$

Se considero la combinazione lineare: $-1 \times$ KCL① $- 1 \times$ KCL② $- 1 \times$ KCL③ :

$$-\cancel{i_1} - \cancel{i_2} - i_4 + \cancel{i_2} + i_5 + \cancel{i_3} + \cancel{i_1} - \cancel{i_3} + i_6 = 0$$

$\Rightarrow$ $-i_4 + i_5 + i_6 = 0$ È LA KCL ④ ! non è linearmente indipendente dalle precedenti KCL

- Con l'esempio si può fare una simile verifica per le KVL ... (omettiamo)

☐ ANALISI NODALE

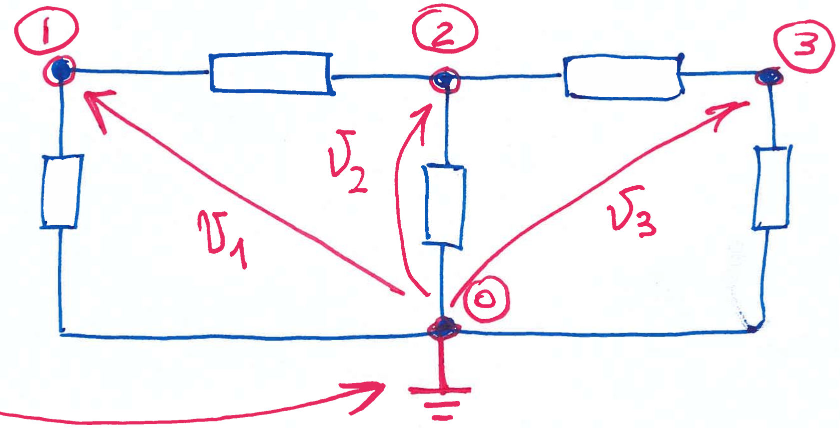
Metodo "sistematico"(*) per la soluzione di circuiti

(*) basato sulla scrittura e soluzione di un sistema di equazioni

Le grandezze incognite si dicono

■ "TENSIONI NODALI"

Fisso un nodo di riferimento ARBITRARIO (indicato con 0 e/o ⏚)

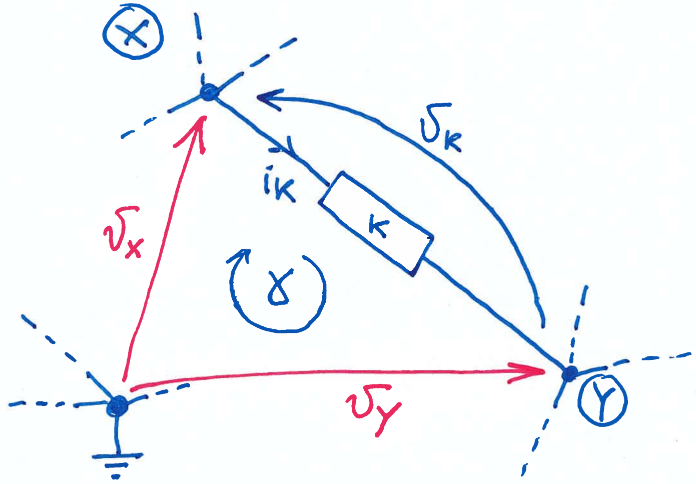


Numero i restanti nodi 1, 2, 3 ...

n NODI ⇨ $n-1$ TENSIONI NODALI $v_1, v_2, v_3, \ldots$

tutte riferite con − sul nodo di riferimento

☐ RELAZIONE FRA TENSIONI NODALI E TENSIONI/CORRENTI DI PORTA



Sia il bipolo K connesso fra i nodi X & Y

KVL γ: $v_X - v_K - v_Y = 0$

$$\Rightarrow \boxed{v_K = v_X - v_Y}$$

Dalle tensioni nodali sono determinate tutte le tensioni alle porte.

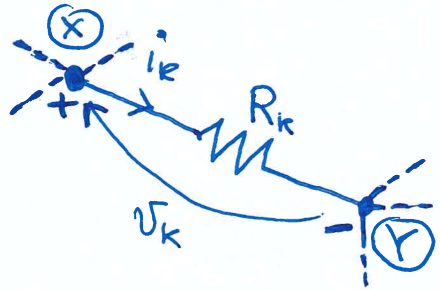
IPOTESI: tutte le porte sono <u>COMANDABILI IN TENSIONE</u>

Allora sono determinate anche tutte le correnti alle porte

$$\boxed{i_K = g(v_K) = g(v_X - v_Y)}$$

Sotto questa ipotesi le tensioni nodali formano quindi un insieme di variabili completo e sufficiente per la descrizione del circuito adinamico

- Caso particolare: il resistore



$$\boxed{\begin{aligned} v_k &= v_x - v_y \\ i_k &= \frac{v_k}{R_k} = \frac{v_x - v_y}{R_k} \end{aligned}}$$

NB ‖ caso di grande importanza per gli esercizi di questo corso: imparare queste equazioni come un automatismo!