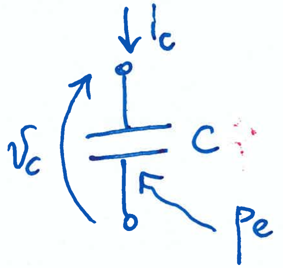
(c) il condensatore immagazzina energia



$$p_e(t) = v_c(t)\, i_c(t) \underset{\uparrow}{=} v_c(t)\, C \frac{dv_c(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} C v_c^2(t)\right)$$

rel. cost.

COMMENTI:

C1 • $\exists$ funzione di v_c $\quad \boxed{W_c(t) = \frac{1}{2} C v_c^2(t)}$ "ENERGIA IMMAGAZZINATA" nel condensatore all'istante t $\quad [J]$

C2 • La potenza entrante $\quad \boxed{p_e(t) = \frac{dW_c(t)}{dt}}$ e' la derivata dell'energia immagazzinata

$p_e(t) \gtrless 0$

• $p_e(t) > 0$ (assorbe) $\longrightarrow \frac{dW_c}{dt} > 0 \rightarrow W_c(t)$ crescente nel tempo
$\rightarrow |v_c(t)|$ " " "

• $p_e(t) < 0$ (eroga) $\longrightarrow \frac{dW_c}{dt} < 0 \rightarrow W_c(t)$ decrescente " "
$\rightarrow |v_c(t)|$ " " "

C3 • $\boxed{W_c(t) \geq 0}$ (infatti dipende da $C > 0$ e $v_c^2 \geq 0$)

$\boxed{W_c(t) = 0 \text{ solo se } v_c = 0 \quad \text{"CONDENSATORE SCARICO"}}$

contiene energia immagazzinata se $v_c \neq 0$ indipendentemente dal segno di v_c

C4 • Energia entrante in $[t_1, t_2]$

$$\boxed{W_e(t_1,t_2)} = \int_{t_1}^{t_2} p_e(t)\,dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{dW_c}{dt}\,dt = \boxed{W_c(t_2) - W_c(t_1)} \qquad [J]$$

si può calcolare come differenza di energia immagazzinata fra i due istanti

C5 • Funzione energia entrante $W_e(-\infty, t)$

$$W_e(-\infty,t) = W_c(t) - W_c(-\infty) \quad \text{ma} \quad W_c(-\infty) = 0$$

condensatore scarico all'istante di creazione

quindi

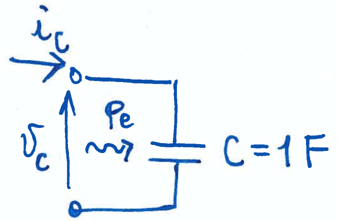
$$\boxed{W_e(-\infty,t) = W_c(t) \geq 0} \Rightarrow$$

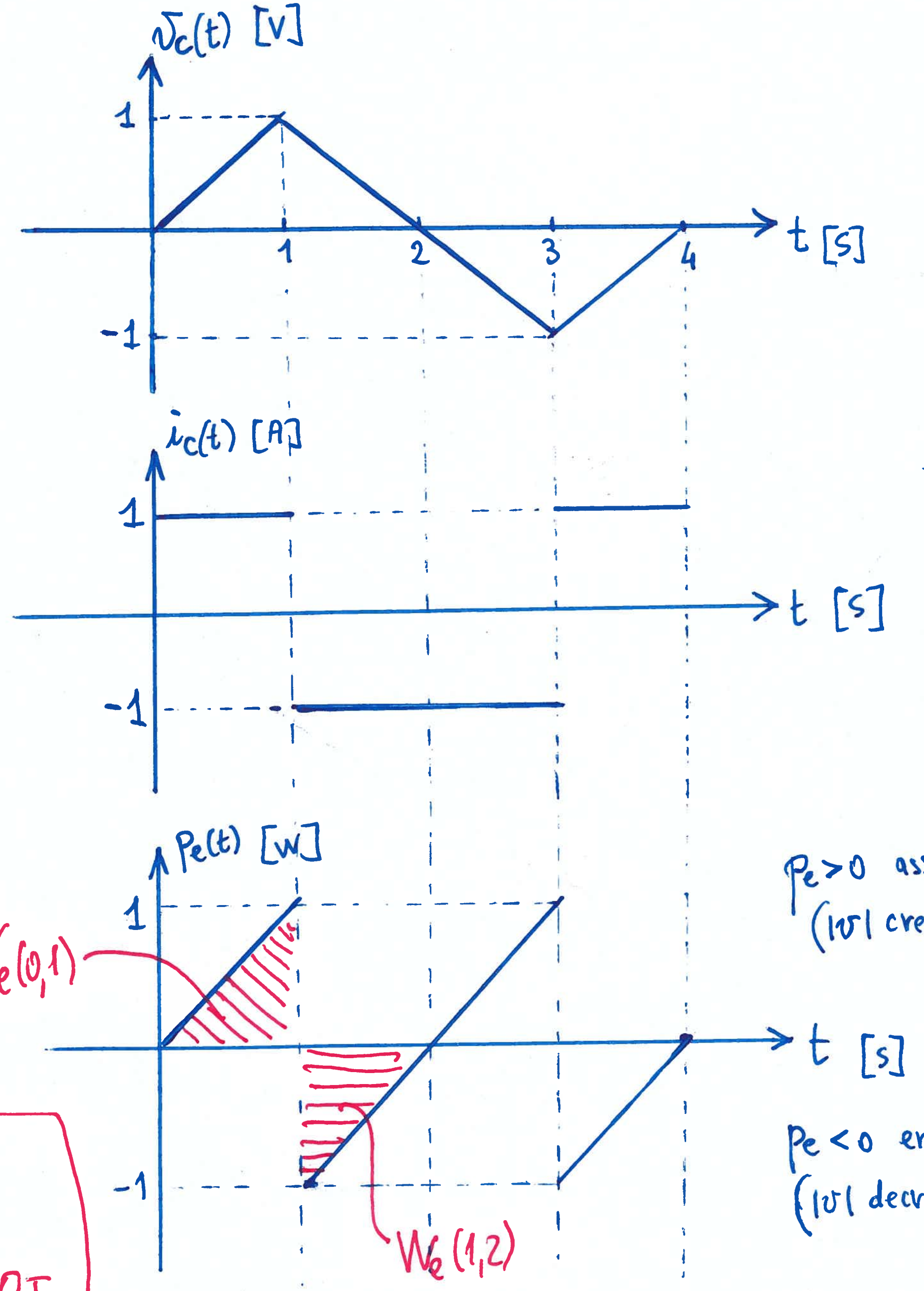
BIPOLO PASSIVO

(vedi definizione nella lezione 2)

può assorbire ($p_e > 0$) ed erogare ($p_e < 0$) ma tuttavia nel complesso del tempo trascorso dalla creazione l'energia entrante si mantiene positiva o nulla, infatti coincide con l'energia immagazzinata.
Quindi può erogare ($p_e < 0$) solo fino a scaricare completamente l'energia ($W_c = 0$ e' il minimo di W_c) precedentemente immagazzinata.

Esercizio "chiarificatore" dei concetti visti





v_c funzione continua del tempo

i_c funzione discontinua del tempo

$$i_c = C\frac{dv_c}{dt}$$

potenza entrante

$$p_e = v_c i_c$$

$p_e > 0$ assorbe ($|v|$ crescente)

$p_e < 0$ eroga ($|v|$ decrescente)

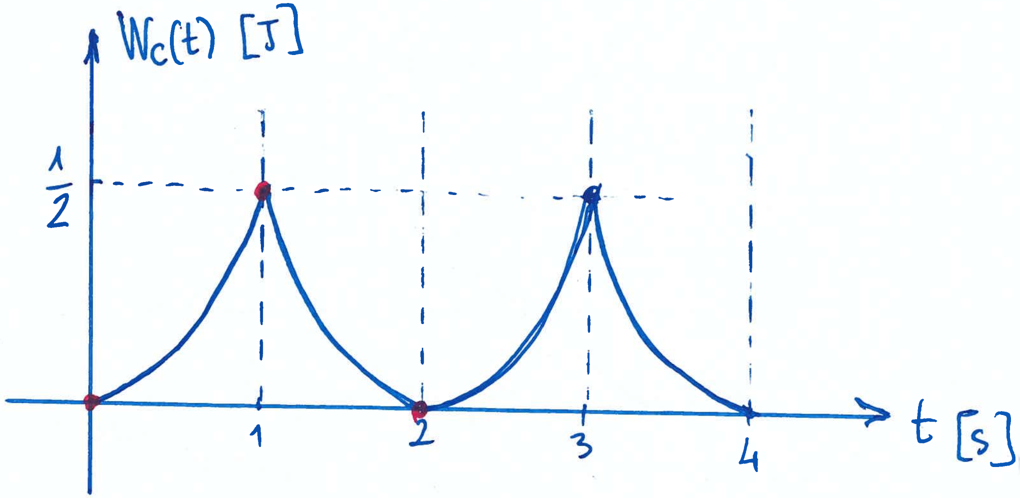
energia entrante:

$$\boxed{\begin{aligned} W_e(0,1) &= \tfrac{1}{2}\cdot 1\cdot 1 = \tfrac{1}{2}\,J \\ W_e(1,2) &= -\tfrac{1}{2}\cdot 1\cdot 1 = -\tfrac{1}{2}\,J \\ W_e(0,2) &= W_e(0,1) + W_e(1,2) = 0\,J \end{aligned}}$$

(continua)

energia immagazzinata

$$W_C = \frac{1}{2} C V_C^2 \geq 0$$



$W_C(0) = 0\,J$ C. SCARICO

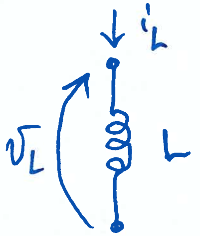
$W_C(1) = \frac{1}{2}\,J$ $(= W_e(0,1))$ C. CARICO

$W_C(2) = 0\,J$ $(= W_e(0,1) + W_e(1,2))$ C. SCARICO DI NUOVO

INDUTTORE: PROPRIETA'

Non serve ripetere tutto in dettaglio perche' possiamo sfruttare la DUALITA' con il condensatore: I concetti sono gli stessi scambiando v_C con i_L.

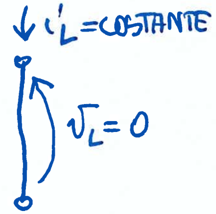
(a) regime costante



$$v_L = L \frac{di_L}{dt}$$

Se $\boxed{i_L = \text{COSTANTE} \longrightarrow v_L = 0}$

Si comporta come un cortocircuito



(b) La corrente $i_L(t)$ e' una funzione CONTINUA del tempo

$$\boxed{\forall\, t_0 \qquad i_L(t_0^+) = i_L(t_0^-) = i_L(t_0)}$$

(c) L'induttore immagazzina energia $\boxed{p_e = \frac{dW_L}{dt}}$ dove $\boxed{W_L(t) = \frac{1}{2} L\, i_L^2(t)}$ [J]

ENERGIA IMMAGAZZINATA nell'induttore all'istante t

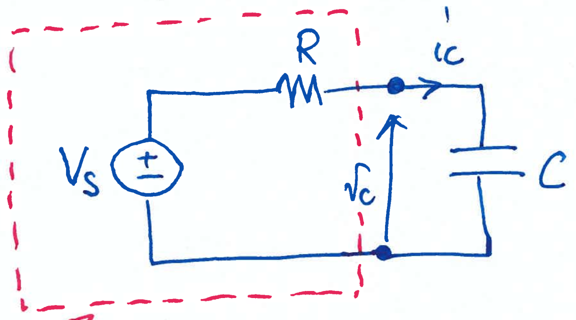
! Valgono tutte le proprieta' di W_L gia' descritte con riferimento a W_C (vedi condensatore)

☐ CIRCUITI DINAMICI DEL PRIMO ORDINE

- retti da equazione differenziale del primo ordine
- contengono un numero arbitrario di multipoli adinamici e UN SOLO CONDENSATORE o UN SOLO INDUTTORE
- troviamo la soluzione nel caso particolare di sorgenti costanti ("corrente continua", "direct current" (dc))

"CIRCUITO RC"

V_S = COSTANTE



Ip. La parte adinamica può essere modellata da un equivalente di Thevenin

KVL: $V_S - R i_C - v_C = 0$

ma $i_C = C \dfrac{dv_C}{dt}$ rel. cost. condensatore

$$\Rightarrow V_S - RC \frac{dv_C}{dt} - v_C = 0$$

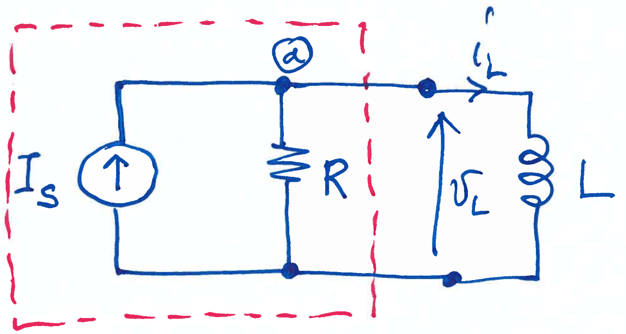
Definisco $\boxed{\tau = RC}$ COSTANTE DI TEMPO

$$[\Omega][F] = [\Omega]\frac{[A]}{[V]/[s]} = [s]$$

$$\boxed{\frac{dv_C}{dt} + \frac{v_C}{\tau} = \frac{V_S}{\tau}}$$ eq. diff. lineare del 1° ordine

"CIRCUITO RL"

$I_s = \text{COSTANTE}$



Hp La parte adinamica può essere rappresentata da un equivalente di Norton

KCL ⓐ: $I_s - \frac{v_L}{R} - i_L = 0$

ma $v_L = L \frac{di_L}{dt}$ rel. cost. induttore

$\Rightarrow \quad I_s - \frac{L}{R}\frac{di_L}{dt} - i_L = 0$

Definisco $\boxed{\tau = \frac{L}{R}}$ COSTANTE DI TEMPO

$[H]/[\Omega] = \frac{[V]}{[A]/[S]}\frac{1}{[\Omega]} = [S]$

$\boxed{\frac{di_L}{dt} + \frac{i_L}{\tau} = \frac{I_s}{\tau}}$ eq. diff. lineare del 1° ordine

- IN ENTRAMBI I CIRCUITI IL PROBLEMA DA RISOLVERE E'

"EQUAZIONE DI STATO" $\boxed{\frac{dx}{dt} + \frac{x}{\tau} = \frac{X_s}{\tau}}$

Nota $x(t_0)$ "condizione iniziale" all'istante t_0
Determinare $x(t)$ per $t \geq t_0$

$x = v_C$ o i_L "VARIABILE DI STATO" funzione continua di t

☐ SOLUZIONE ($t_0 = 0$ per semplicità e senza perdita di generalità)

Si trova che $\boxed{x(t) = [x(0) - X_s]\, e^{-t/\tau} + X_s}$ per $t \geq 0$

verifica: $\dfrac{dx}{dt} + \dfrac{x}{\tau} = \cancel{-\dfrac{1}{\tau}[x(0)-X_s]\, e^{-t/\tau}} + \cancel{\dfrac{[x(0)-X_s]\, e^{-t/\tau}}{\tau}} + \dfrac{X_s}{\tau} = \dfrac{X_s}{\tau}$ (ok!)

effettivamente risolve la mia equazione differenziale!

- Se $\tau > 0$ ($R > 0$) allora $-\frac{1}{\tau} < 0$ quindi il circuito e' "ASINTOTICAMENTE STABILE"

$$\boxed{[x(0) - X_s]\, e^{-t/\tau} \longrightarrow 0 \text{ per } t \to \infty \qquad \text{"RISPOSTA TRANSITORIA"}}$$

$\lim_{t \to \infty} x(t) = X_s$ asintoto

$$\boxed{x(\infty) = X_s \qquad \text{"RISPOSTA A REGIME" (COSTANTE)}}$$

- Se $\tau < 0$ ($R < 0$) allora $-\frac{1}{\tau} > 0$ il circuito e' "INSTABILE"

  La soluzione e' un andamento divergente a $\pm\infty$ per $t \to \infty$

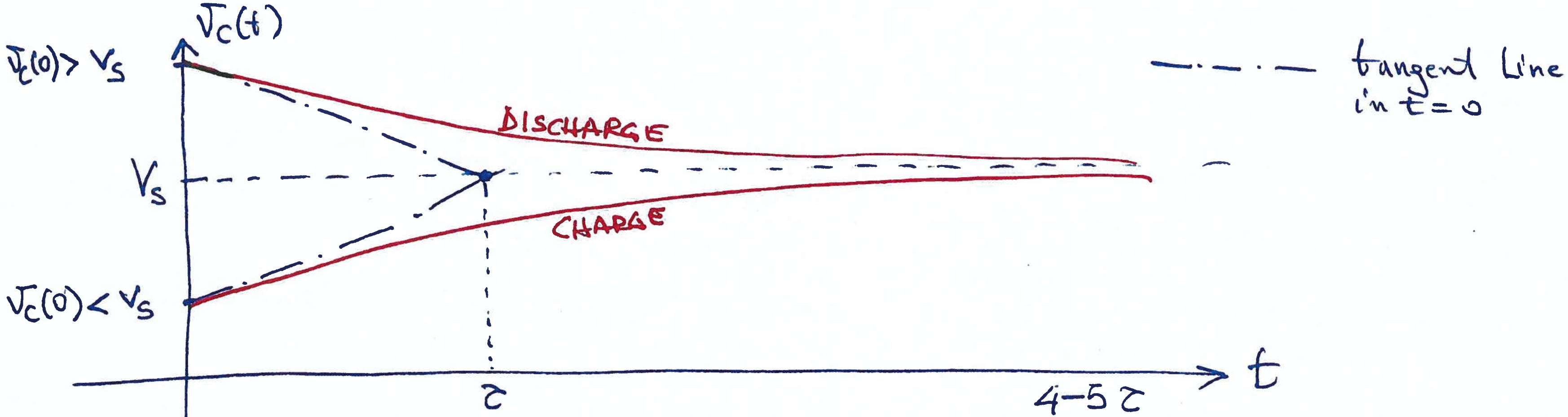
  $\nexists$ regime costante

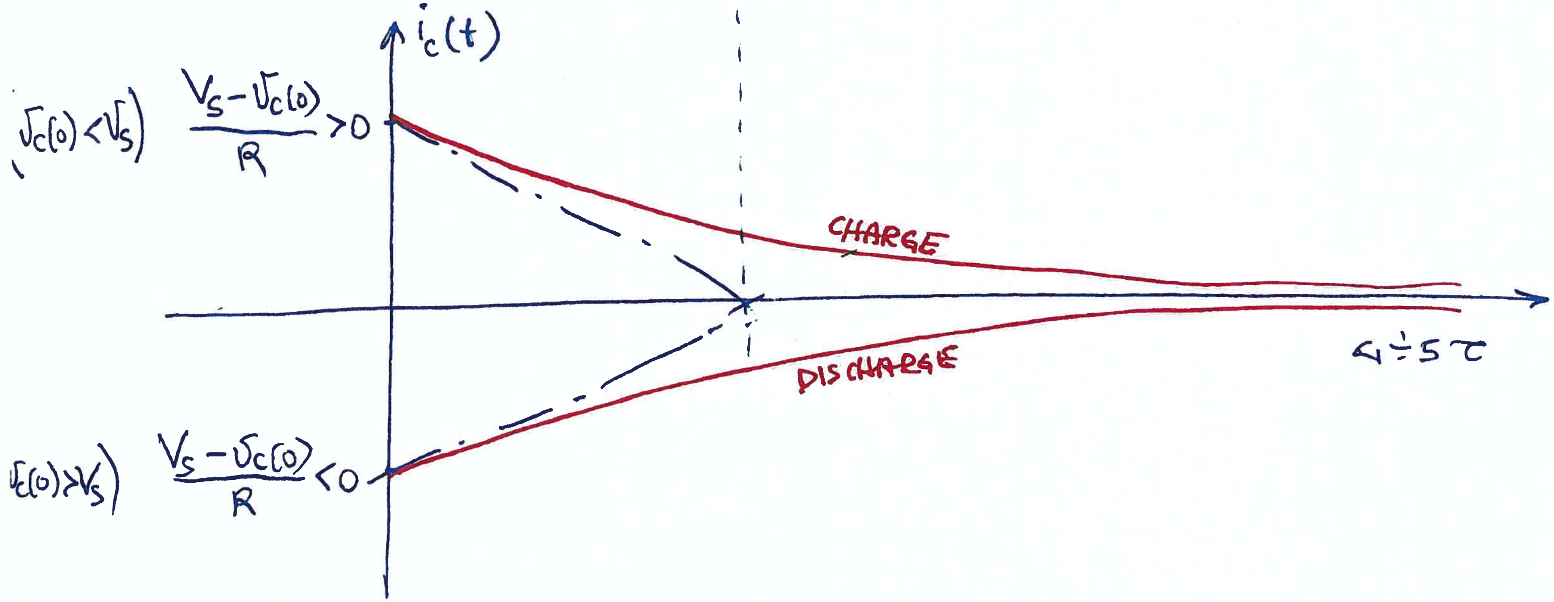
Example (RC)

(AS. STABILE)

$$v_C(t) = [v_C(0) - V_S]\, e^{-t/\tau} + V_S$$

$$i_C(t) = C\,\frac{dv_C(t)}{dt} = -\frac{\cancel{C}}{R\cancel{C}}[v_C(0) - V_S]\, e^{-t/\tau} = \frac{V_S - v_C(0)}{R}\, e^{-t/\tau}$$





CHARGE: $p_{in} = v_C i_C \geq 0$

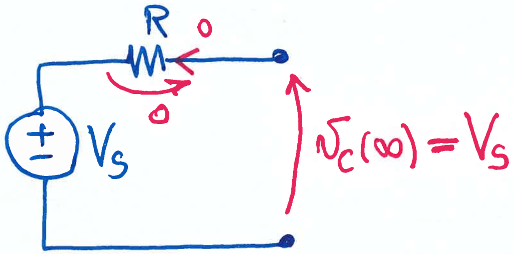
DISCHARGE: $p_{in} = v_C i_C \leq 0$

OSSERVAZIONE SUL REGIME COSTANTE

In accordo con le proprietà (a) viste per  e , la soluzione di regime si può trovare anche per via circuitale:

SOSTITUENDO  CON 

Infatti:



SOSTITUENDO  CON 

Infatti: