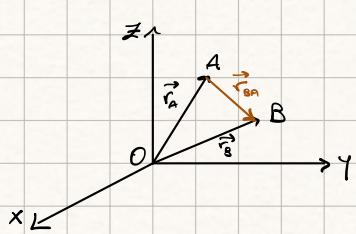


Leggi fisiche invarianti rispetto ai sistemi di riferimento scelti

↳ ! vettoriali

↳ ma dal punto di vista formale le relazioni possono cambiare a seconda del sistema scelto

MOTO RELATIVO



$$\begin{aligned} \text{posiz. A} : & \vec{r}_A \\ \text{posiz. B} : & \vec{r}_B \end{aligned}$$

$$\text{posiz. B rispetto A} : \vec{r}_{BA} = \vec{r}_B - \vec{r}_A \quad (\vec{AB})$$

$$\text{posiz. A rispetto B} : \vec{r}_{AB} = \vec{r}_A - \vec{r}_B = -\vec{r}_{BA} \quad (\vec{BA})$$

$$\text{Velocità A} : \vec{v}_A = \frac{d\vec{r}_A}{dt}$$

$$\text{Velocità B} : \vec{v}_B = \frac{d\vec{r}_B}{dt}$$

$$\text{Velocità B rispetto A} : \vec{v}_{BA} = \frac{d\vec{r}_{BA}}{dt} = \frac{d\vec{r}_B}{dt} - \frac{d\vec{r}_A}{dt} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$$

$$\text{Velocità A rispetto B} : \vec{v}_{AB} = \frac{d\vec{r}_{AB}}{dt} = \frac{d\vec{r}_A}{dt} - \frac{d\vec{r}_B}{dt} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$$

$$= -\vec{v}_{BA}$$

$$\text{Accelerazione A} : \vec{a}_A = \frac{d^2\vec{r}_A}{dt^2}$$

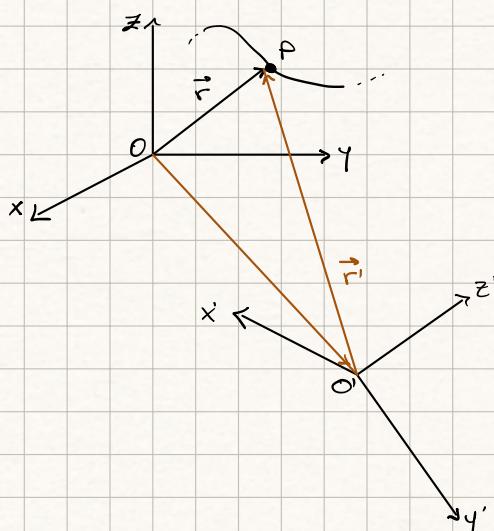
$$\text{Accelerazione B rispetto A} : \vec{a}_{BA} = \frac{d\vec{v}_{BA}}{dt} = \vec{a}_B - \vec{a}_A$$

$$\text{Accelerazione B} : \vec{a}_B = \frac{d\vec{r}_B}{dt^2}$$

$$\text{Accelerazione A rispetto B} : \vec{a}_{AB} = \frac{d\vec{v}_{AB}}{dt} = \vec{a}_A - \vec{a}_B = -\vec{a}_{BA}$$

RELATIVITÀ GALILEIANA

Moto di un punto materiale rispetto a due sistemi in moto tra loro :



! Dal punto di vista della CINEMATICA: i due sistemi sono equivalenti

Dal punto di vista della DINAMICA: NO

Ipotizziamo: xyz fisso
x'y'z' mobile

→ le grandezze rispetto il sistema fisso sono
ASSOLUTE, **RELATIVE** quelle rispetto l'altro

• POSIZIONE :

$$\vec{r} = \vec{r}'' + \vec{r}'$$

posizione assoluta di P
↳ posizione assoluta degli assi mobili rispetto quelli fissi

$$\begin{aligned} \vec{r} &= x \vec{u}_x + y \vec{u}_y + z \vec{u}_z \\ \vec{r}'' &= x_0 \vec{u}_x + y_0 \vec{u}_y + z_0 \vec{u}_z \\ \vec{r}' &= x' \vec{u}'_x + y' \vec{u}'_y + z' \vec{u}'_z \end{aligned}$$

• VELOCITA' :

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{u}_x + \frac{dy}{dt} \vec{u}_y + \frac{dz}{dt} \vec{u}_z \rightarrow \text{velocità assoluta di P}$$

$$\vec{v}' = \frac{dx'}{dt} \vec{u}'_x + \frac{dy'}{dt} \vec{u}'_y + \frac{dz'}{dt} \vec{u}'_z \rightarrow \text{velocità relativa del punto P rispetto al sistema } xyz$$

$$\vec{v}_{O'} = \frac{d\vec{O'}}{dt} = \frac{dx_{O'}}{dt} \vec{u}_x + \frac{dy_{O'}}{dt} \vec{u}_y + \frac{dz_{O'}}{dt} \vec{u}_z \rightarrow \text{velocità assoluta di O' (rispetto a } xyz)$$

Relazione tra \vec{v} , \vec{v}' e $\vec{v}_{O'}$:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d(\vec{O'} + \vec{r})}{dt} = \frac{d\vec{O'}}{dt} + \frac{d\vec{r}'}{dt} =$$

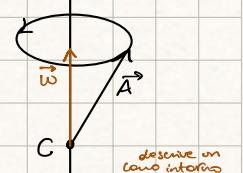
$$= \underbrace{\frac{dx_{O'}}{dt} \vec{u}_x + \frac{dy_{O'}}{dt} \vec{u}_y + \frac{dz_{O'}}{dt} \vec{u}_z}_{\vec{v}_{O'}} + \underbrace{\frac{dx'}{dt} \vec{u}'_x + \frac{dy'}{dt} \vec{u}'_y + \frac{dz'}{dt} \vec{u}'_z}_{\vec{v}'} + \underbrace{x' \frac{d\vec{u}_x}{dt} + y' \frac{d\vec{u}_y}{dt} + z' \frac{d\vec{u}_z}{dt}}_{\vec{v} \neq \frac{d\vec{r}'}{dt}}$$

$$\begin{aligned} * &= x' (\vec{\omega} \times \vec{u}'_x) + y' (\vec{\omega} \times \vec{u}'_y) + z' (\vec{\omega} \times \vec{u}'_z) \\ &= \vec{\omega} \times x' \vec{u}_x + \vec{\omega} \times y' \vec{u}_y + \vec{\omega} \times z' \vec{u}_z \\ &= \vec{\omega} \times (x' \vec{u}_x + y' \vec{u}_y + z' \vec{u}_z) \\ &= \vec{\omega} \times \vec{r}' \end{aligned}$$

$$* \quad \frac{d\vec{u}_x}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{u}_x, \rightarrow \text{direzione: asse di rotaz.}$$

$$\frac{d\vec{u}_y}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{u}_y,$$

$$\frac{d\vec{u}_z}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{u}_z,$$



$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{A}$$

↳ velocità angolare

MOTO DI PRECESSIONE

(intorno a un asse)

⇒ FORMULE DI POISSON

↳ permettono di calcolare la derivata temporale di un vettore a modulo costante e solidale a un corpo rigido in rotazione

TEOREMA DELLE VELOCITÀ RELATIVE:

$$\Rightarrow \vec{v} = \vec{v}_{O'} + \vec{v}' + \vec{\omega} \times \vec{r}'$$

- $\vec{v}_{O'}$: velocità assoluta di O' rispetto O
- \vec{v}' : velocità relativa di P (nel sistema mobile)
- $\vec{\omega} \times \vec{r}'$: $\vec{\omega}$ = velocità angolare assoluta della rotazione
del sistema $x'y'z'$ rispetto il sistema fisso
↳ tiene conto del moto rotatorio degli assi relativi.

$$\left. \frac{d\vec{r}'}{dt} \right\}$$

↳ nel sistema mobile P* ha velocità nulla : $\vec{v}' = \vec{0}$

• VELOCITÀ DI TRASCINAMENTO: vel. di P* solidale al sistema mobile che a $t=0$ coincide con P

↳ rispetto al sistema fisso (è assoluta)

→ moto del sistema
relativo

$$\vec{v}_t = \vec{v} - \vec{v}' = \vec{v}_{O'} + \vec{\omega} \times \vec{r}'$$

traslazione di rotazione di $x'y'z'$ ⇒ = 0 se moto solo traslatorio

O' rispetto O rispetto $x'y'z'$

↳ = 0 se il moto del sistema è solo rotatorio

⇒ E' la parte della velocità osservata da un osservatore solidale al sistema di riferimento fisso, perché l'altro sistema è in movimento rispetto a lui.

↳ tiene conto dell'effetto del moto del sistema mobile rispetto quello fisso.

• ACCELERAZIONE

$$\vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2} \vec{u}_x + \frac{d^2y}{dt^2} \vec{u}_y + \frac{d^2z}{dt^2} \vec{u}_z$$

→ accelerazione assoluta di P

$$\vec{a}' = \frac{d^2x'}{dt^2} \vec{u}_{x'} + \frac{d^2y'}{dt^2} \vec{u}_{y'} + \frac{d^2z'}{dt^2} \vec{u}_{z'}$$

→ accelerazione relativa di P

$$\vec{a}_{o'} = \frac{d^2\vec{r}_{o'}}{dt^2} = \frac{d\vec{v}_{o'}}{dt}$$

→ accelerazione assoluta del sistema mobile rispetto quello fisso

Relazione tra \vec{a} , \vec{a}' e $\vec{a}_{o'}$:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \underbrace{\frac{d\vec{v}_{o'}}{dt}}_{\vec{a}_{o'}} + \frac{d\vec{v}'}{dt} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}' + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}'}{dt}$$

$$\begin{aligned} \cdot \frac{d\vec{v}'}{dt} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{dx'}{dt} \vec{u}_{x'} + \frac{dy'}{dt} \vec{u}_{y'} + \frac{dz'}{dt} \vec{u}_{z'} \right) = \underbrace{\frac{d^2x'}{dt^2} \vec{u}_{x'}}_{\vec{a}'} + \underbrace{\frac{d^2y'}{dt^2} \vec{u}_{y'}}_{\vec{\omega} \times \vec{u}_{x'}} + \underbrace{\frac{d^2z'}{dt^2} \vec{u}_{z'}}_{\vec{\omega} \times \vec{u}_{y'}} + \underbrace{\frac{dx'}{dt} \frac{d\vec{u}_{x'}}{dt} + \frac{dy'}{dt} \frac{d\vec{u}_{y'}}{dt} + \frac{dz'}{dt} \frac{d\vec{u}_{z'}}{dt}}_{\vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{r}'} \\ \Rightarrow \frac{d\vec{v}'}{dt} &= \vec{a}' + \vec{\omega} \times \vec{v}' \end{aligned}$$

$$\cdot \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}'}{dt} = \vec{\omega} \times (\vec{v}' + \vec{\omega} \times \vec{r}') = \vec{\omega} \times \vec{v}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')$$

$$\Rightarrow \vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_{o'} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}' + 2\vec{\omega} \times \vec{v}'$$

• ACCELERAZIONE DI TRASCINAMENTO = accelerazione di P* (assoluta) → è solidale con x'y'z': $\vec{v}' = \vec{0}$
 $\vec{a}' = \vec{0}$

$$\vec{a}_t = \vec{a}_{o'} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}'$$

• $\vec{a}_{o'}$: accelerazione di traslazione del sistema O' rispetto O

→ ≠ 0 se sistema O' in moto accelerato rispetto O

• $\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')$: accelerazione centripeta dovuta alla rotazione degli assi x', y', z' intorno O'

→ presenza di una forza centripeta

→ ≠ 0 anche se $\vec{\omega}$ è costante (basta che $\vec{\omega} \neq 0$)

• $\frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}'$: accelerazione angolare degli assi x', y', z' nel loro moto rotatorio intorno O'

→ ≠ 0 se è in moto rotatorio accelerato

$$\Rightarrow \vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_t + \underline{2\vec{\omega} \times \vec{v}'}$$

↳ dipende dal moto di P rispetto al sistema mobile e dal fatto che il sistema mobile è in rotazione

→ ≠ 0 se $\vec{\omega} \neq 0 \wedge \vec{v}' \neq 0$

→ = 0 se $\vec{\omega} \parallel \vec{v}'$ o $\vec{\omega} = 0 \vee \vec{v}' = 0$

ACCELERAZIONE DI CORIOLIS \vec{a}_c

Passando alla DINAMICA:

un osservatore in O misura un'accel. diversa rispetto l'osservatore O'

l'effetto all'interno del sistema sente

→ NON INERZIALE → a sua volta soggetto a Forze ⇒ delle forze apparenti

⇒ ci sono sistemi di riferimento su cui bisogna considerare anche le FORZE FITTIZIE / APPARENTI
oltre alle forze vere / di interazione.

(o "FORZE INERZIALI")



non sono dovute ad alcun agente

→ Dunque il secondo principio della dinamica vale anche in sistemi non inerziali se alle forze reali (di interazione) si aggiungono anche le forze apparenti (dovute all'accelerazione di trascinamento e l'accelerazione di Coriolis) :

$$\vec{ma} = \vec{F}_{\text{reali}} + \vec{F}_{\text{apparenti}}$$

L = $\vec{F}_{\text{trascinam.}} + \vec{F}_{\text{Coriolis}} = -m\vec{a}_{\text{tr}} - m\vec{a}_{\text{Coriolis}}$

SISTEMI NON INERZIALI : in moto accelerato

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

→ solo forze "vere" \Rightarrow in sistemi inerziali : se $\vec{F}=0$ corpo in quiete ?
di interazione tra corpi

→ in sistemi non inerziali : $\vec{a}' = \vec{a} - \vec{a}_t - \vec{a}_{cor}$

(acc. relativa)

$$\text{LEGGE DI NEWTON : } m\vec{a}' = \vec{F} - m\vec{a}_t - m\vec{a}_{cor} = \vec{F} + \vec{F}_t + \vec{F}_c$$

Forza di trascinamento

Forza di Coriolis

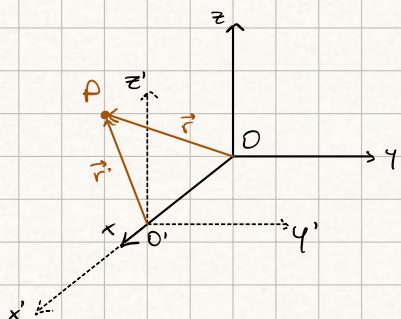
↳ da aggiungere anche FORZE APPARENTI .

"INERZIALI"

⇒ dovute a forze agenti sul sistema

SISTEMI IN MOTO RETTILINEO UNIFORME TRA LORO :

2 SISTEMI DI RIFERIMENTO : $x \ y \ z$ e $x' \ y' \ z'$



$$t_0 = 0 \quad O \equiv O'$$

$$\vec{v}_0 = \vec{v}_0 \cdot t$$

$$\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_x$$

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{v}_0 t$$

$$\begin{cases} x' = x - v_0 t \\ y' = y \\ z' = z \end{cases}$$

• se P in moto rettilineo uniforme :

↳ è in moto rettilineo uniforme per entrambi i sistemi, ma lungo rette di direzione diversa

• se P in moto accelerato :

per esempio: soggetta a $\vec{F}_p = m\vec{f} \downarrow$: O' da $z'_{op} = h$, $x'_{op} = y'_{op} = 0$ ^(zero)

$$\Rightarrow xyz : \begin{cases} x = v_0 t \\ y = 0 \\ z = h - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

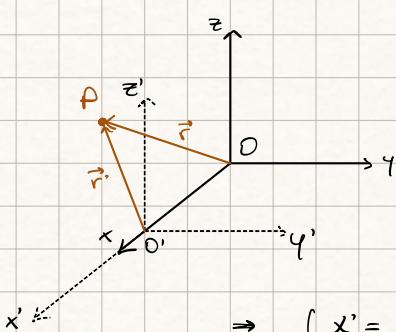
(vede un moto parabolico)

! L'accelerazione osservata è la stessa,
cambia solo la traiettoria e la condizione
iniziale (\vec{z}_0)

$$\Rightarrow x'y'z' : \begin{cases} x' = 0 \\ y' = 0 \\ z' = h - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

(moto verticale
di un corpo)

SISTEMI IN MOTO RETTILINEO UNIFORME. ACCELERATO TRA LORO :



$$\vec{a}_{O'} = \vec{a}_t = \text{costante} \quad \text{accel. di trascinamento}$$

$$\vec{a}_{int} \parallel \vec{a}_t \parallel \vec{a}_x$$

$$t_0 = 0$$

$$x_{O'} = v_{in} t + \frac{1}{2} a_t t^2$$

$$v_{O'} = v_{in} + a_t t$$

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{a}_0$$

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{v}_0$$

$$\vec{a}' = \vec{a} - \vec{a}_0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x' = x - v_{in} t - \frac{1}{2} a_t t^2 \\ y' = y \\ z' = z \end{cases} \quad \begin{cases} v_{x'} = v_x - v_{in} - a_t t \\ v_{y'} = v_y \\ v_{z'} = v_z \end{cases} \quad \begin{cases} a'_{x'} = a_x - a_t \\ a'_{y'} = a_y \\ a'_{z'} = a_z \end{cases}$$

$\approx t=0 \quad O'$ lascia cadere P da $z'=h$ $\rightarrow \vec{F}_P = m \vec{g}$

$\Rightarrow O$ vede un moto parabolico :

$$\begin{cases} x = v_{in} t \\ y = 0 \\ z = h - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \quad (\text{t. di caduta}) \quad t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}} ; \quad x_c = v_{in} t_c = v_{in} \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

in condizione normale

$$\Rightarrow \text{in } t_c \text{ l'osservatore } O' \text{ si è spostato :} \quad x_{cam} = v_{in} t_c + \frac{1}{2} a_t t_c^2 = v_{in} \sqrt{\frac{2h}{g}} + a_t \frac{h}{g}$$

$$d = \underbrace{v_{in} t_c + \frac{1}{2} a_t t_c^2 - v_{in} t_c}_{\text{percorso da } O'} - \underbrace{v_{in} t_c}_{\text{percorso da } P} = \frac{1}{2} a_t t_c^2 = a_t \frac{h}{g}$$

spazio effettivo percorso da P nel sistema O'

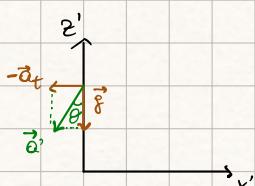
(< a quello che si aspetta sotto condizioni normali)

vede anche le forze apparenti

$$\Rightarrow O' : \quad \begin{cases} x' = -\frac{1}{2} a_t t^2 \\ y' = 0 \\ z' = h - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \quad \begin{cases} v_{x'} = -a_t t \\ v_{y'} = 0 \\ v_{z'} = -gt \end{cases}$$

$$\begin{cases} a'_{x'} = -a_t & (\text{apparente}) \\ a'_{y'} = 0 \\ a'_{z'} = -g & (\text{vera}) \end{cases}$$

vede due accelerazioni :



$$x' = a_t \frac{(z' - h)}{g}$$

$$\theta = \arctan \left(\frac{a_t}{g} \right)$$

(maggiore acceler. del sistema
= maggiore inclinaz. traiettoria)

$v_{in} = 0$
2 forze : \vec{F}_P , \vec{F}_t
 \Rightarrow moto rett. uniform. acc.
 \Rightarrow traiettoria = retta inclinata

SISTEMA NON INERZIALE IN MOTO ROTATORIO RISPETTO SISTEMA INERZIALE :

$$O \equiv O' (\forall t)$$

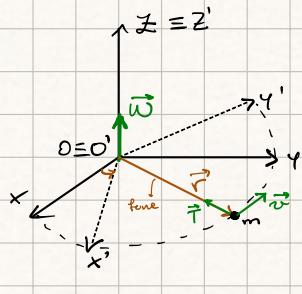
$$\vec{v}_o = 0$$

$$\vec{a}_o = 0$$

$$O': \vec{\omega} \text{ cost}$$

$$t=0: x=x'$$

$$y=y'$$



$$|\vec{r}| = |\vec{r}'|$$

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) + 2\vec{\omega} \times \vec{v}'$$

$$\vec{F} + \vec{F}_{\text{centrifuga}} + \vec{F}_{\text{Coriolis}} = m \vec{a}'$$

$$\cdot \vec{F}_{\text{centr}} = -m \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

$$\cdot \vec{F}_{\text{Coriolis}} = -2m (\vec{\omega} \times \vec{v}')$$

- Se un punto è collegato a un filo che è solidale con sistema O' (ruota attorno asse z):

$$\Rightarrow \text{per osservatore } O: \vec{F} = \vec{T} = m \vec{a} = -m \underbrace{\omega^2 \vec{r}}_{\text{centripeta}}$$

perché $\vec{v}' = 0$

$$\Rightarrow \text{per osservatore } O': P \text{ rimane fermo} \Rightarrow \vec{F}' = 0 = m \vec{a}' = \vec{F} - m \vec{a}_{\text{centr}} - m \vec{a}_{\text{cor.}}$$

$$\Rightarrow -m \vec{a}_{\text{centr}} = -m \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) = -m \underbrace{(-\omega^2 \vec{r})}_{\text{centrifuga}}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{\text{centrifuga}} = m \underbrace{\omega^2 \vec{r}}_{\text{centrifuga}}$$

$$\Rightarrow m \vec{a}' = \vec{T} + m \omega^2 \vec{r}$$

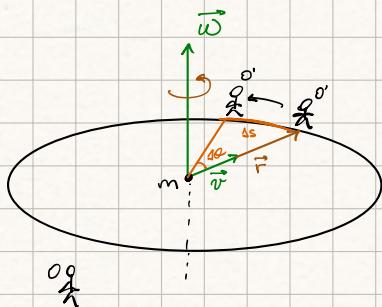
$$\vec{a}' = 0 \Rightarrow \vec{T} = -m \omega^2 \vec{r}$$

I due osservatori ottengono lo stesso risultato: l'unica forza vera è la tensione, ma l'osservatore inerziale vede una sola forza spente ($\vec{T} = -m \omega^2 \vec{r}$) e vede P fare una traiettoria circolare; mentre l'osservatore non inerziale vede il punto soggetto a più forze di risultante nulla ($\vec{T} = -m \omega^2 \vec{r} = F_{\text{centrif.}}$), dunque vede la pallina fissa.

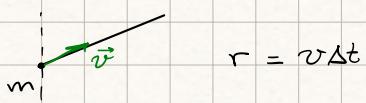
FORZA DI CORIOLIS :

$$\vec{F}_C = -m \vec{a}_C = -2m \vec{\omega} \times \vec{v}'$$

↪ il punto si muove rispetto all'osservatore non inerziale (velocità con cui è stata lanciata la pallina)



O



O' vede una DEFLESSIONE Δs

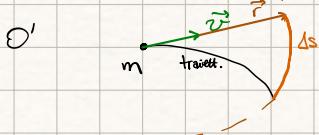
$$\Delta s = \Delta \theta r = \omega \Delta t r = \omega \Delta t v \Delta t$$

$$= \omega v (\Delta t)^2$$

vel. lineare del punto materiale

$$= \frac{1}{2} (2\omega v) \Delta t^2 = \frac{1}{2} a_{\text{cor.}} \Delta t^2$$

$\rightarrow O'$ vede un moto uniformemente accelerato sotto la forza di Coriolis, deviato nel verso contrario rispetto al senso di rotazione



Effetti sulla forza peso:

TERRA \Rightarrow non inerziale :

- rotazione attorno alla propria asse : $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24[\text{h}]} = 7,28 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$

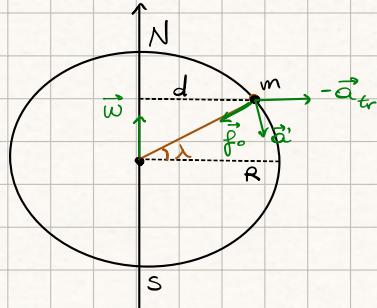
- rivoluzione attorno al Sole : $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1[\text{anno}]} = \frac{2\pi}{3,16 \cdot 10^9 [\text{s}]} = 1,88 \cdot 10^{-7} \text{ rad/s}$ (trascutabile nei problemi)

$$R_0 = 1,48 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

$$v_0 = \omega_0 R_0 = 2,86 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 106655 \text{ km/h}$$

$$a_0 = \omega_0^2 R_0 = 5,88 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

• Se punto fermo rispetto alla Terra :



$$|f| = \gamma \frac{m_I}{R^2}$$

$$m\vec{a}' = m\vec{g} = m\vec{f} - m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{R}) - 2m\vec{\omega} \times \vec{v} \quad \text{No forza di Coriolis} \quad \cancel{\vec{f} = \vec{f}}$$

$$\Rightarrow \vec{a}' = \vec{f} = \vec{f}_0 - \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{R}) = \vec{f}_0 - \vec{a}_{tr}$$

$$d = R \cos \lambda$$

$$|\vec{a}_{tr}| = \omega^2 d$$

max all'equatore

0 ai poli

$$\vec{f} \parallel \vec{g} \quad |\vec{f}| = f_0 - \omega^2 R \quad \vec{f} = \vec{f}_0$$

Negli altri punti della Terra :

- all'emisfero Sud :

Deviazione di \vec{f} verso Nord

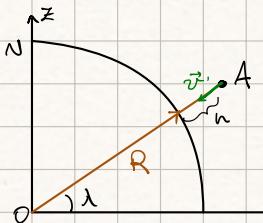
- all'emisfero Nord :

Deviazione di \vec{f} verso Sud

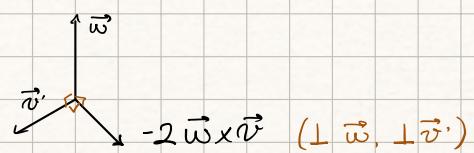
(correzione sia in modulo che in direzione)

• Se il punto materiale è sia soggetto all'accelerazione centrifuga che in moto rispetto alla Terra :

L'è soggetto anche alla forza di Coriolis.



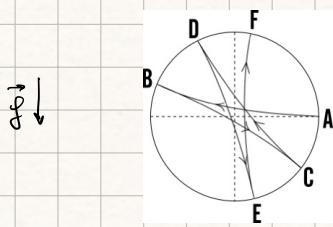
$$\vec{a}_{cor} = -2\vec{\omega} \times \vec{v}$$



\Rightarrow deviazione verso EST

La forza di Coriolis fa deviare verso est sia all'emisfero Sud che all'emisfero Nord.

PENDOLO DI FOUCAULT :



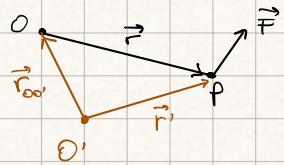
\Rightarrow dimostrazione delle rotazioni della Terra

momento angolare

$$\vec{L}_o = \vec{r} \times \vec{q} \quad \vec{q} = m\vec{v}$$

→ definito rispetto al polo O

$$\vec{r} = \vec{r} \times \vec{F}$$



$$\vec{r} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

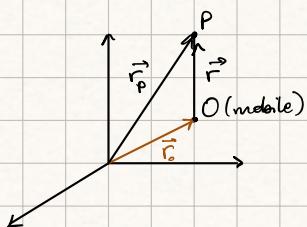
$$\begin{aligned} \vec{L}_o &= \vec{r} \times \vec{q} = (\vec{r} + \vec{r}_{oo'}) \times \vec{q} = \vec{r} \times \vec{q} + \vec{r}_{oo'} \times \vec{q} \\ &= \vec{L}_o + \vec{r}_{oo'} \times \vec{q} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{L}_o}{dt} = \frac{d\vec{L}_o}{dt} + \frac{d}{dt}(\vec{r}_{oo'} \times \vec{q}) = \frac{d\vec{L}_o}{dt} + \vec{r}_{oo'} \times \vec{F}$$

$$\vec{r}_o = \vec{L}_o + \vec{r}_{oo'} \times \vec{F}$$

"fattore correttivo"

2° eq. CARDINALE DELLA DINAMICA QUANDO IL POLO È MOBILE:



$$\vec{r} = \vec{r}_p - \vec{r}_o$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{q} \quad \vec{q} = m\vec{v}_p$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}_p}{dt} - \frac{d\vec{r}_o}{dt} = \vec{v}_p - \vec{v}_o$$

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{L}}{dt} &= \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{q} + \vec{r} \times \frac{d\vec{q}}{dt} \\ &= (\vec{v}_p - \vec{v}_o) \times \vec{q} + \dots \\ &= -\vec{v}_o \times \vec{q} + \vec{r} \times \vec{F} \end{aligned}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} + \underbrace{\vec{v}_o \times \vec{q}}_{\substack{\text{moto del polo} \\ \rightarrow \text{variazione}}} = \vec{r} \quad (\text{mom. meccanico})$$

mom. angolare

FORZE CENTRALI

→ conservative

$$\vec{F} = \frac{d\vec{q}}{dt} \Rightarrow \vec{q} = \text{cost} \Leftrightarrow \vec{F} = \vec{0}$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{q}$$

rispetto un polo O

(momento della quantità di moto)

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad (\text{momento della forza})$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{L} = \text{cost} \Leftrightarrow \vec{\tau} = \vec{0} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\rightarrow 1. \vec{F} = \vec{0}$$

2. $\vec{F} \parallel \vec{r}$ → forza sempre diretta verso il polo

1. se il punto materiale è una particella libera:

$$\vec{F} = \vec{0} \quad \vec{\tau} = \vec{0} \quad \vec{q} = \text{cost} \quad \vec{L} = \text{cost} \quad \Rightarrow \text{moto rettilineo uniforme}$$

↳ conservazione della quantità di moto e del momento angolare

2. **FORZE CENTRALI** : dizione radiale rispetto al polo O

$$\vec{F} = F(r) \vec{u}_r \Rightarrow \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{0}$$

(perché $\vec{u}_r \parallel \vec{F}$ sempre)

- se $F(r) > 0$: radiale ascente → **FORZA REPULSIVA**

- se $F(r) < 0$: verso l'origine della forza
 ↳ parte scalare della forza che dipende dalla distanza tra punto e origine della forza

CAMPO DI FORZE

quando dipende dalla posizione spaziale del punto materiale

↳ modifica lo spazio circostante

→ qdg corpo si trova nel campo e soggetto a quella forza

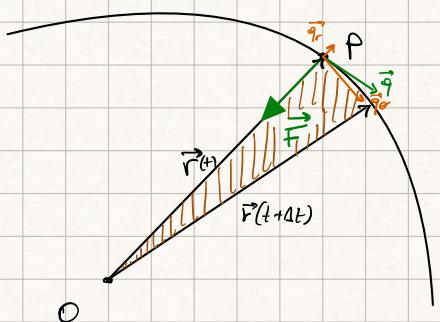
$$\vec{r} \parallel \vec{F} \Rightarrow \vec{\tau} = \vec{0}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{0} \Rightarrow \vec{L} = \text{cost}$$

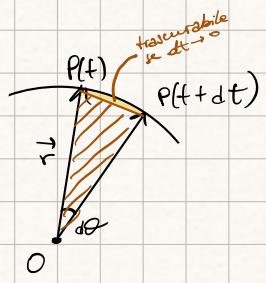
$$1) \vec{L} = \vec{r} \times \vec{q} \quad \vec{L} \perp \vec{r}, \vec{q}$$

\vec{F} piano costante → **MOTO PIANO** (\vec{r}, \vec{q})

$$2) \text{VELOCITÀ AREALE} : \text{vel. ar.} = \frac{dA}{dt} = \text{cost}$$



area spazzata da \vec{r} in un tempo infinitesimo



$$3) \vec{L} = \vec{r} \times \vec{q} = \vec{r} \times m\vec{v}_\theta + \vec{r} \times m\vec{v}_r \underset{\approx 0}{=} 0$$

$$= m\vec{r} \times \vec{u}_\theta \text{ wr} = m\vec{r} \times \vec{u}_\theta \frac{d\theta}{dt} r$$

$$|\vec{L}| = m r^2 \frac{d\theta}{dt} = \text{cost}$$

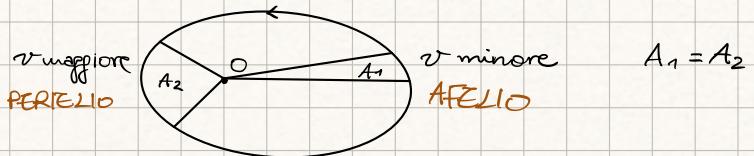
possano variare, ma il loro prodotto rimane costante

$$dA = \frac{1}{2} r d\theta r = \frac{1}{2} r^2 d\theta$$

$$r \sim \text{cost. } (dt \rightarrow 0) \Rightarrow \frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt}$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{L}{2m} = \text{cost}$$

(\vec{r} spazia su aree uguali in tempi uguali)

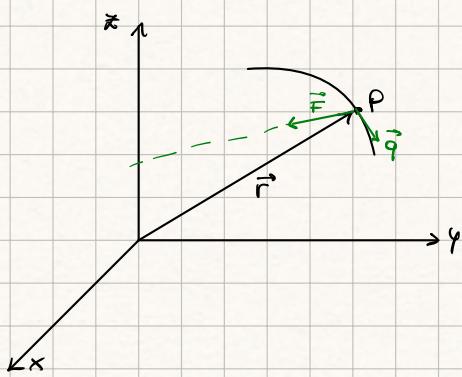


$$\frac{A}{T} = \frac{L}{2m} \Rightarrow T = \frac{2m}{L} A$$

(periodo di rivoluzione attorno al sole)

FORZE ASSIALI

→ forza agente diretta sempre verso un asse



\vec{F} intercetta sempre l'asse z

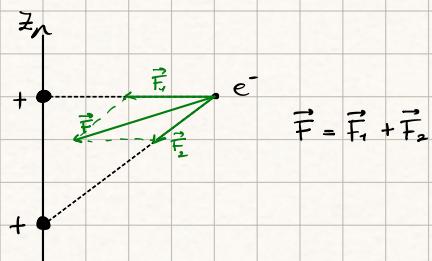
$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

$$\vec{\tau} \perp \vec{u}_z, \vec{\tau} \Rightarrow \vec{\tau} \in \text{piano } xy$$

$$\vec{\tau}_z = 0$$

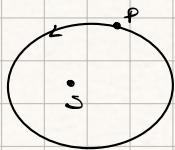
$$\begin{cases} \gamma_x = \frac{dL_x}{dt} \\ \gamma_y = \frac{dL_y}{dt} \\ \gamma_z = \frac{dL_z}{dt} \end{cases} \Rightarrow L_z = \text{cost}$$

es. modello atomico di Bohr



LEGGI DI KEPLERO:

1. LEGGE DELLE ORBITE



⇒ i pianeti descrivono orbite ellittiche di cui il sole occupa uno dei due fuochi

2. LEGGE DELLE AREE

$$\text{vel. areale} = \text{cost}$$

→ il vettore posizione di un pianeta rispetto al Sole descrive aree uguali della sua orbita in tempi uguali

3. LEGGE DEI PERIODI

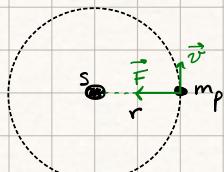
$$T^2 = K r_m^3$$

↳ raggio medio dell'orbita
periodo di rivoluzione

NEWTON:

dalla 2° legge di Keplero: $\vec{F}_{\text{centrale}} \quad |\vec{F}| = f(r)$?

→ orbite ~ circolari



$a_T = 0$ (vel. areale cost, orbita ~ circonf. → $v \sim \text{cost}$)

$$a_N \text{ (centripeta)} = \frac{v^2}{r}$$

$$F = m_p \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 m_p r}{T^2} = \frac{4\pi^2 m_p r}{K r^{3/2}} = \frac{4\pi^2 m_p}{K r^{1/2}}$$

in realtà:

PROBLEMA A DUE CORPI: massa ridotta $\Rightarrow \frac{1}{m_r} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}$

quando $m_1 \gg m_2$, m_1 può essere trascurata

$$\Rightarrow \frac{4\pi^2}{K} = \gamma m_s$$

LEGGE DI GRAVITAZIONE UNIVERSALE

↳ per qualunque massa

$$\rightarrow F = \gamma \frac{m_s m_p}{r^2}$$

→ accelerazione sulla Terra maggiore

stessa forza che il pianeta esercita sul sole (verso opposto)
proportionale

- $F_{P \text{ su } S} \propto m_p$
- $F_{S \text{ su } P} \propto m_s$

$$\rightarrow f = 9,81 \text{ m/s}^2 = \frac{F}{m} = \gamma \frac{m_s m_T}{R_T^2} \frac{1}{m} = \gamma \frac{m_T}{R_T^2}$$

$$\Rightarrow a_L = \frac{F}{m_L} = \gamma \frac{m_s m_T}{r_{LT}^2} \frac{1}{m_L} = \gamma \frac{m_T}{r_{LT}^2}$$

↳ tra i centri

$$\Rightarrow a_L = \frac{v^2}{r_{LT}} = \left(\frac{2\pi r_{LT}}{T} \right)^2 \frac{1}{r_{LT}} = \frac{4\pi^2 r_{LT}}{T^2} = 2,72 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow \frac{g}{a_2} = 3,61 \cdot 10^3$$

$$\Rightarrow f/a_2 = \frac{gm_T/R_T^2}{gm_T/r_{LT}^2} = \left(\frac{r_{LT}}{R_T}\right)^2 = 3,62 \cdot 10^3$$

CAVENDISH :

$$f = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \quad \left[\text{oppure } \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2} \right]$$

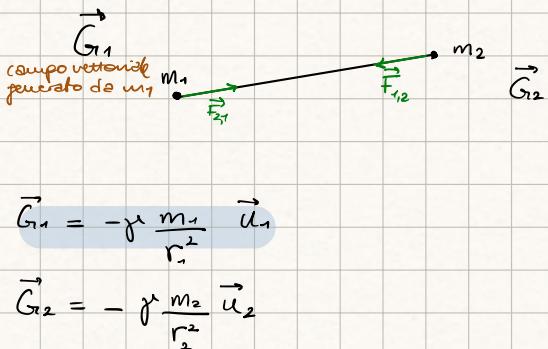
f = costante di gravitazione universale

↪ non dipende dalle masse, geometria del sistema

→ è una caratteristica dell'interazione

$$\rightarrow m_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

CAMPO GRAVITAZIONALE



$$\vec{F}_{1,2} = -f \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \vec{u}_{1,2} = -\left(f \frac{m_1}{r_{12}^2} \vec{u}_{1,2}\right) m_2$$

$$\vec{F}_{2,1} = -f \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \vec{u}_{2,1} = -\left(f \frac{m_2}{r_{12}^2} \vec{u}_{2,1}\right) m_1$$

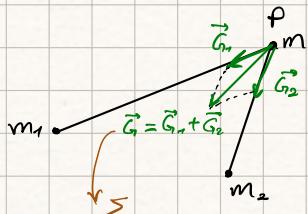
accelerazione

$$\vec{F}_{1,2} = m_2 \vec{G}_1$$

$$\vec{F}_{2,1} = m_1 \vec{G}_2$$

massa sorgente → genera il campo

- se corpo è esteso:



$$dm = \rho dV$$

$$d\vec{G} = -f \frac{dm}{r^2} \vec{u}_r = -f \frac{\rho}{r^2} \vec{u}_r dV$$

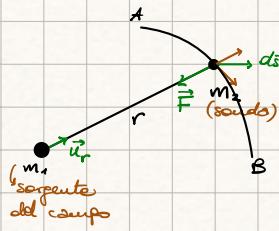
$$\text{su } P: \vec{F} = m \vec{G}$$

$$\vec{G} = - \int_V f \frac{\rho}{r^2} dV \vec{u}_r$$

integrale esteso su tutto il volume V

forza gravitazionale → conservativa
→ centrale

EN. POTENZIALE del campo gravitaz. :



$$\int W = \vec{F} \cdot d\vec{s} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{u}_r \cdot d\vec{s} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} dr$$

$$W = \int_A^B dW = \int_{r_A}^{r_B} -\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} dr = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r_A} + \gamma \frac{m_1 m_2}{r_B} = E_{p,A} - E_{p,B}$$

$$E_p = -\gamma \frac{m_1 M_2}{r}$$

\vec{F}_p = attrattiva

$$\vec{F} = m_2 \vec{G}_1$$

$$E_p = m_2 \varphi_1$$

$$\varphi_1 = -\gamma \frac{m_1}{r}$$

massa che genera il campo
potenziale gravitazionale
(energia potenziale per unità di massa)

$$W = -\Delta E_p = -m_2 \Delta \varphi_1 = -m_2 (\varphi_{1B} - \varphi_{1A})$$

$$\vec{F} = -\text{grad } E_p$$

$$\vec{G} = -\text{grad } \varphi_p$$

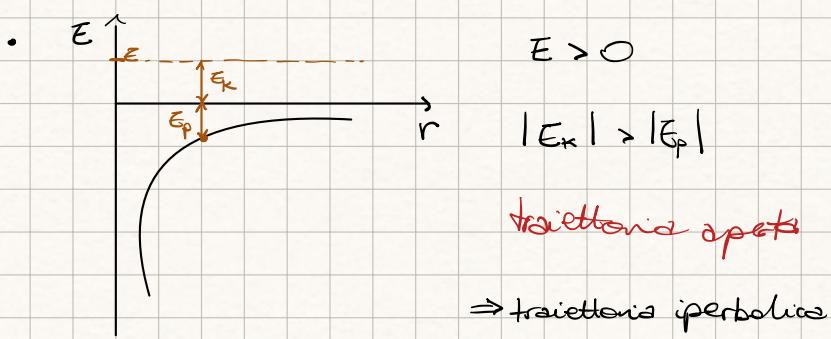
$$E = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \gamma \frac{m_1 m_2}{r}$$

$$\begin{array}{ll} - m_1 & \text{sorgente} \\ - m_2 & \text{sonda} \end{array} \quad \begin{array}{l} \sim \text{ferma} \\ E_{K,1} \approx 0 \end{array}$$

$$E_K \geq 0$$

$$E_p < 0 \quad \Rightarrow \text{per } r \rightarrow +\infty \rightarrow E_p \rightarrow 0$$

⇒ Em costante (CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA)

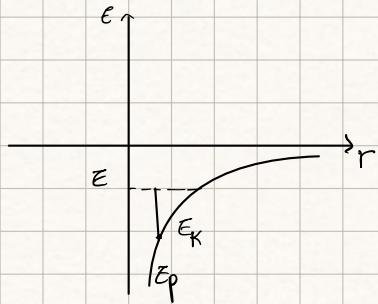


$$\bullet E = 0 : |E_p| = |E_k|$$

\Rightarrow traiettoria aperta \rightarrow parabola

\Rightarrow orbita chiusa ellittica

$$\bullet |E_p| < |E_k|$$

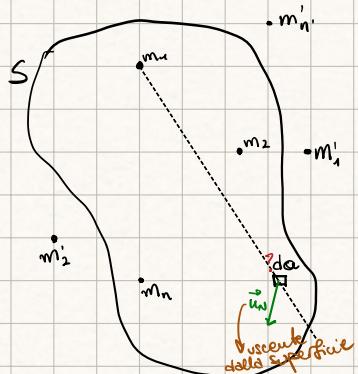


$$E = \frac{1}{2} m_1 v^2 + m_2 \varphi_1$$

Teorema di Gauss:

$$\text{??} \ L \frac{1}{3T}$$

Per il campo vettoriale $\propto \frac{1}{R^2}$?



flusso

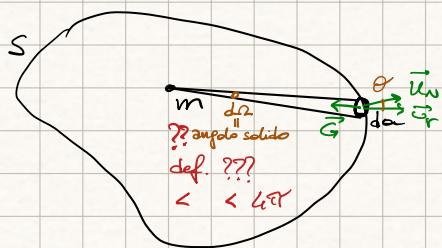
$$d\phi = \vec{G} \cdot \vec{u}_n \, da$$

$\phi = \iint \vec{G} \cdot \vec{u}_n \, da$ flusso ??
Integrale di superficie
attraverso tutta la superficie

tutte e sole

$$\Rightarrow \phi_s(\vec{G}) = -4\pi G \sum_{i=1}^n m_i \quad \text{masse racchiuse nella superficie } S \quad (\text{quelle all'esterno non contribuiscono al flusso})$$

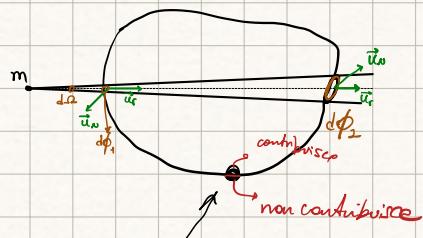
DIMOSTRAZIONE



$$\vec{G} = -G \frac{m}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\begin{aligned} \phi_s(\vec{G}) &= \iint \vec{G} \cdot \vec{u}_n \, da = \iint -G \frac{m}{r^2} \vec{u}_r \cdot \vec{u}_n \, da = \\ &= -G m \iint \frac{\cos \theta}{r^2} \, da \quad \text{riscoltare} \\ &= -4\pi G m \end{aligned}$$

- se m esterna alla superficie



$$d\phi_1 = -d\phi_2$$

$$|d\phi_1|$$

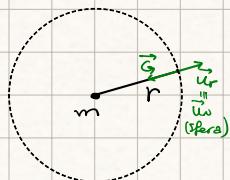
$\rightarrow m$ est. alla sep non contribuiscono ...

- se m è sulla

?? ...

se flusso nullo \Rightarrow NO sorgenti nella superficie
attraverso la superficie

campo grav. attraverso una superficie sférica



$$\phi = -4\pi \gamma m$$

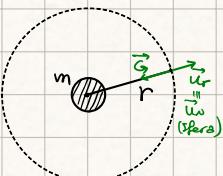
$$\phi(\vec{G}) = -|\vec{G}| \frac{4\pi r^2}{4\pi r^2}$$

$$|\vec{G}| = \gamma \frac{m}{r^2}$$

$$\vec{G} = -\gamma \frac{m}{r^2} \vec{u}_r$$

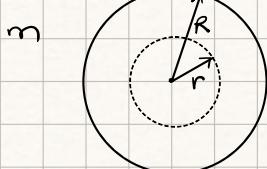
sfuttando la simmetria sférica

\rightarrow se massa estesa :



dal p.d.vista del campo gravitazion. esterna alla massa questa non compie

$\rho = \text{uniforme}$
(densità)



$$\rho = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$r < R$$

$$\phi = -|\vec{G}| 4\pi r^2 = -4\pi \gamma \rho \frac{4\pi r^3}{3}$$

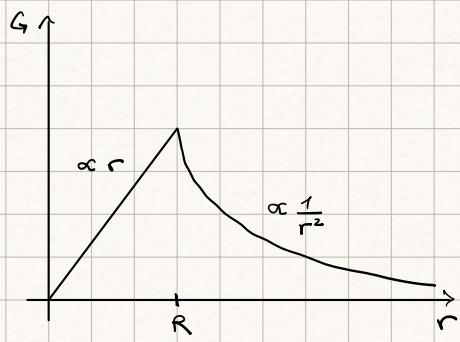
m' contenuta nella sfera di raggio r

$$G 4\pi r^2 = 4\pi \gamma m \frac{r^3}{R^3}$$

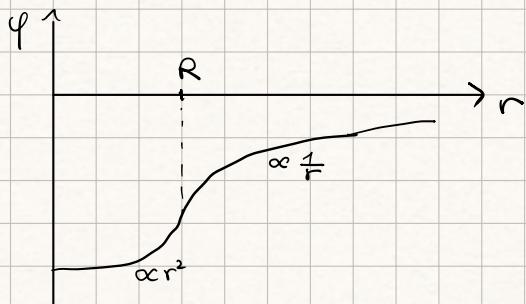
$$G = \gamma \frac{mr}{R^2}$$

----- ?

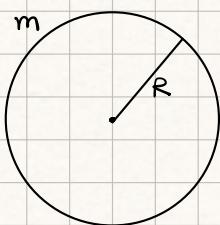
\Rightarrow Andamento del campo: (sfera di raggio R)



\Rightarrow ANDAMENTO POTENZIALE

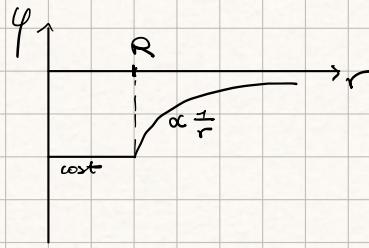
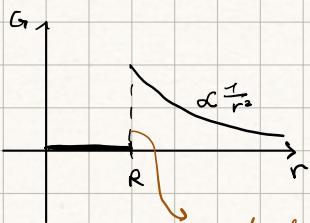


GUSCIO SFERICO:



$$r > R \quad \text{come prima}$$

$$r < R : \quad \phi = -|\vec{G}| \cdot 4\pi r^2 = 0 \Rightarrow G = 0$$



questa discontinuità del p. di vista l'ho non ha senso

\hookrightarrow perché abbiamo trascurato lo spessore della massa

\Rightarrow da utilizzare quando ci sono simmetrie (es. cilindrica, sferica, ...)

$$\hookrightarrow \text{base} : \phi = 0$$

\hookrightarrow simmetria di distribuzione delle masse

VELOCITÀ DI FUGA v_0 (----)

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - \gamma \frac{m_T m}{R_T} = \frac{1}{2}mv^2 - \gamma \frac{m_T m}{r}$$

$r \rightarrow +\infty \Rightarrow v \rightarrow 0$ ($v > 0$)

$$v_0 = \sqrt{v^2 + 2 \frac{\gamma m_T}{R_T}} \Rightarrow v_{\text{fuga}} = \sqrt{2\gamma \frac{m_T}{R_T}}$$

non dipende dalla massa del corpo
perché massa inert. = m - gravitaz.

→ buco nero : massa concentrata

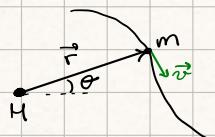
$$R = 2\frac{\gamma M}{C^2}$$

L'vel. luce nel vuoto

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \gamma \frac{mH}{r}$$

$H \sim$ fermo \Rightarrow coordinate polari :

$$\vec{v} = \frac{dr}{dt} \vec{u}_r + r \frac{d\theta}{dt} \vec{u}_\theta$$



$$\Rightarrow E = \underbrace{\frac{1}{2}m \left(\frac{dr}{dt} \right)^2}_{E_K} + \underbrace{\frac{1}{2}m \left(r \frac{d\theta}{dt} \right)^2}_{E_P} - \gamma \frac{mH}{r}$$

momento angolare di m : $L = mr^2 \frac{d\theta}{dt}$ (no componente radiale di v)

$$\Rightarrow E = \underbrace{\frac{1}{2}m \left(\frac{dr}{dt} \right)^2}_{\text{variaz. posizionale da } H \text{ (poli)}} + \underbrace{\frac{L^2}{2mr^2}}_{\text{dipendenza rispetto la distanza radiale}} - \gamma \frac{mH}{r}$$

ENERGIA POTENZIALE EFFICACE

peso nell'energia meccanica delle

distanze dal centro (H)

- $r \ll \Rightarrow E_K$ peso maggiore
- $r \gg \Rightarrow E_P$ peso maggiore

FORZA ELETTRICA e FORZA MAGNETICA

⇒ caratteristiche elettriche della materia

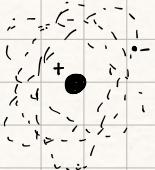
- Charles Augustin de Coulomb
- Michael Faraday
- J. Clark Maxwell ⇒ CAMPO ELETROMAGNETICO

CARICHE ELETTRICHE :

- POSITIVE
 - NEGATIVE
- ↳ pura convenzione (per calcoli matematici)
in eccesso nel vetro

FRANKLIN : → cariche di stesso segno → respingono
cariche di segno diverso → attraggono

MODELLO ATOMICO DI BOHR :



(INDETERMINAZIONE DI HEISENBERG)

- e -e
- p +e
- n =0

ELEMENTI :



$$Z = \text{n° atomico} = \text{n° e}^- = \text{n° p} \quad \Rightarrow \text{capacità di interagire con altri elementi}$$

$$A = \text{massa atomica} = \text{n° p} + \text{n° n}$$

↳ la massa è concentrata nel nucleo

$$m_{e^-} \approx 0,811 \cdot 10^{-27} \text{ g}$$

$$m_p \approx 1840 m_{e^-}$$

$$m_n \approx m_p$$

Dimensioni : nucleo : $10^{-13} - 10^{-12} \text{ cm}$
nuvola elettrica : $\sim 10^{-8} \text{ cm}$

⇒ carica più piccola stabile = elettrone.

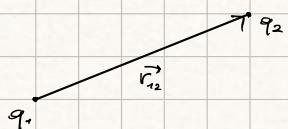
(MILLIKAN)

ATOMO → IONE

MATERIALI

ISOLANTI - SEMI CONDUTTORI
CONDUTTORI

LEGGE DI COULOMB:



$$\vec{F}_{12} = K \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \vec{r}_{12}$$

(versore radiale)

- < 0 (ATTRATTIVA)
- > 0 (REPULSIONE)

$$K \approx 8 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \quad (\text{nel vuoto})$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\text{con } \epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$$

(permittività nel vuoto)

costante dielettrica nel vuoto

$$\Rightarrow |\vec{F}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

SI (Sistema Interno) : $\mathcal{I} C$ = quantità di carica che passa in 1 s una sezione di filo percorso $i = 1A$

$$q = it \quad \mathcal{I} A = \frac{\mathcal{I} C}{\mathcal{I} s}$$

Sovraffosizione effetti :

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \vec{r}_{12}$$

~~F~~ copro q_i, q_j

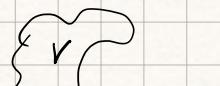
$$- N \text{ cariche} : \vec{F}_i = q_i \sum_{j \neq i}^{i \dots N} \frac{q_j}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}_{ij}}{r_{ij}^3} \quad (\text{distribuzione di cariche puntiformi})$$

$$dq = \rho dV$$

- DISTRIBUZIONE CONTINUA DI CARICA :

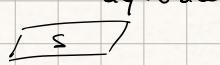
1. DENSITÀ VOLUMETRICA

$$\rho = \frac{dq}{dV} \quad \left[\frac{C}{m^3} \right]$$



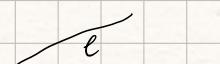
2. SUPERFICIALE

$$\sigma = \frac{dq}{da} \quad \left[\frac{C}{m^2} \right]$$



3. LINEARE

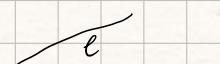
$$\lambda = \frac{dq}{dl} \quad \left[\frac{C}{m} \right]$$



$$F_q = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2}$$

integrale di volume
superficie
lineare

1
2
3



$$q = \lambda dl$$

CAMPO ELETROSTATICO :

vs

$$\vec{F}_{\text{gravitazionale}}$$

$$\vec{G} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad \left[\frac{N}{C} \right]$$

sonda

$$\vec{F} = q \vec{E} = m \vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E}$$

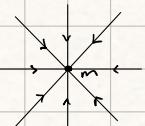
→ rappresentazione grafica :

LINNEE DI FORZA

↳ direzione del campo punto per punto

a. campo gravitazionale :

$$\vec{G}$$



- 2 linee di forza non si incontrano mai (campo in un punto univocamente determinato)

↳ eccezione : PUNTI DI SINGOLARITÀ dove si addensano le linee di forza (convergono)

↳ serpenti (a. massa, conica)

- POSITIVE : linee uscenti

- NEGATIVE : linee entranti

(Pozzo)

(→ campo magnetico : linee di forza = chiuse)

- campo conservativo
- elettrostatico

$$\oint = 0 \quad ??$$

$$|\vec{E}| \propto \frac{1}{r^2}$$

serpente di $\vec{E} = q$ contenuta all'interno di S

$$\phi_s(\vec{E}) = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{1}{r^2} \vec{r} \cdot \vec{r} d\Omega = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \oint \frac{\cos\theta dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} 4\pi = \frac{q}{\epsilon_0}$$

per angolo solido

⇒ il campo elettrico generato modifica la materia

$$\vec{E} \uparrow \quad \begin{array}{c} - \\ + \end{array} \quad \downarrow e^- \quad e^-$$

deformazione
⇒

$$\begin{array}{c} (+) \\ (-) \end{array} \quad \text{DIPOLO}$$

centro campo elettrico

per questo ϵ_r "non basta" $\Rightarrow \frac{q}{\epsilon_0 \epsilon_r}$; ϵ_r tiene conto di come reagisce la materia al campo ?

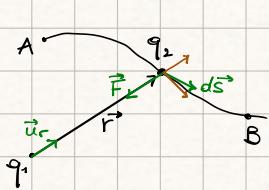
$$\phi_s(\vec{E}) = \frac{Q}{\epsilon_0} ; \quad Q = \sum q_i \quad \text{oppure} = \int d\vec{q}$$

↳ se distribuzione continua

(sopraposizione degli effetti)

- > 0 se c'è un eccesso di cariche positive
- < 0 se c'è un eccesso di cariche negative

⇒ campo conservativo ⇒ ✓ ENERGIA POTENZIALE



$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_r \quad ; \quad \vec{u}_r \cdot d\vec{s} = dr$$

$$\delta W = \vec{F} \cdot d\vec{s} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2}$$

$$W = \int_A^B \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_A^B = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_B} + \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_A}$$

dipende solo da p. iniz. ↗ p. finale

$$\Rightarrow W_{AB} = -\Delta E_p$$

$$E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r}$$

$$\rightarrow r \rightarrow +\infty : E_p \rightarrow 0$$

$$\vec{F} = -\operatorname{grad} E_p$$

$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \text{circuito lungo percorso chiuso} = 0 \quad (\text{CAMPO CONSERVATIVO})$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

$$\psi = \frac{E_p}{q} \quad \text{potenziale elettostatico}$$

$$\Delta\psi_{AB} = \frac{\Delta E_p}{q} \quad \text{differenza di potenziale} \quad (\text{differenza di } E_p \text{ se } \Delta\psi \neq 0, \text{ cioè potenziale diverso})$$

$$\psi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

FORZA MAGNETICA

→ CAMPO MAGNETICO \vec{B} :

$$\vec{F} \text{ di Lorentz : } \vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

\downarrow

$\perp \vec{v} \Rightarrow \vec{F} \perp \text{traiettoria}$

- non conservativo
- statico
- sorconti = correnti elettriche (anche in movimento)
- si avvolge intorno alle correnti sorprese
- non puntiformi
- linee di forza = chiuse

⇒ \vec{F}_{Lorentz} non compie lavoro

⇒ solo ac., no a tangenziale (non agisce sul modulo della v , ma solo sulla sua direzione.)