

# homework3-3

## 1 问题

设  $\hat{P}_1, \hat{P}_2 \in \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z\}$ , 计算:

$$f(\theta) = \langle 0 | e^{-i\theta/2\hat{P}_1} \hat{P}_2 e^{i\theta/2\hat{P}_1} | 0 \rangle$$

其中  $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ 。

## 2 通用化简方法

利用泡利矩阵的旋转公式:

$$e^{-i\theta/2\hat{P}_1} \hat{P}_2 e^{i\theta/2\hat{P}_1} = \hat{P}_2 \cos \theta + i[\hat{P}_2, \hat{P}_1] \sin \theta$$

对易子  $[\hat{P}_2, \hat{P}_1] = \hat{P}_2\hat{P}_1 - \hat{P}_1\hat{P}_2$ 。

## 3 九种组合解析结果

$\hat{P}_1$	$\hat{P}_2$	$f(\theta)$ 化简	周期性
$\sigma_x$	$\sigma_x$	0	常数
$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sin \theta$	$2\pi$
$\sigma_x$	$\sigma_z$	$\cos \theta$	$2\pi$
$\sigma_y$	$\sigma_x$	0	常数
$\sigma_y$	$\sigma_y$	0	常数
$\sigma_y$	$\sigma_z$	$\cos \theta$	$2\pi$
$\sigma_z$	$\sigma_x$	0	常数
$\sigma_z$	$\sigma_y$	0	常数
$\sigma_z$	$\sigma_z$	1	常数

## 4 性质分类

- 非零周期结果 (3 种):  $\sin \theta$  或  $\cos \theta$  形式
- 恒为零结果 (5 种):  $\hat{P}_2$  为  $\sigma_x$  或  $\sigma_y$  且不对易
- 恒为 1 结果 (1 种):  $(\sigma_z, \sigma_z)$  组合

## 5 参数平移法

严格成立条件:  $\tau = 2 \sin \delta$ , 对非常数情况成立. 其余情况所有  $\delta$ , 非零  $\tau$