

homework3-2

1 参数平移法对正弦函数的精确微分

设目标函数：

$$f(x) = A \sin(x + B) + C$$

1.1 解析导数

$$f'(x) = A \cos(x + B)$$

1.2 中心差分公式

$$f'(x) \approx \frac{f(x + \delta) - f(x - \delta)}{\tau}$$

展开差分项：

$$\frac{A \sin(x + B + \delta) - A \sin(x + B - \delta)}{\tau} = \frac{2A \cos(x + B) \sin \delta}{\tau}$$

1.3 精确匹配条件

令差分等于解析导数：

$$\frac{2A \sin \delta}{\tau} \cos(x + B) = A \cos(x + B) \implies \tau = 2 \sin \delta$$

1.4 结论

当选择参数满足 $\tau = 2 \sin \delta$ 时，数值差分精确等于解析导数：

$$\frac{f(x + \delta) - f(x - \delta)}{2 \sin \delta} = f'(x)$$