

Вопрос № 1

Растровое представление геометрических объектов. Целочисленные алгоритмы для построения графических примитивов

Растровое - это представление объекта в том виде, в котором он будет выглядеть в реальности, то есть его изображение.

Целочисленные алгоритмы:

- Алгоритм Брезенхема для построения отрезков прямых.

Пусть на сетке раstra задан отрезок прямой $(x_1, y_1)-(x_2, y_2)$, тангенс угла наклона которого находится в диапазоне $[0, 1]$. Для построения пэлов используют управляющую переменную d . На каждом шаге d пропорциональна разности между s и t . Для i -го шага, когда пэл P_{i-1} уже известен, требуется определить, какой из пэлов P_i или S_i должен быть выбран. Если $s < t$, то выбираем S_i , как наиболее близко расположенный пэл к реальному отрезку, в противном случае P_i . Начальное значение переменной d определяется как $d = 2 * dy - dx$, где $dy = y_2 - y_1$ и $dx = x_2 - x_1$. Для каждого значения $x_i = x_{i-1} + 1$ проверяем знак управляющей переменной d :

а) если $d > 0$, то выбираем пэл P_i , тогда $y_i = y_{i-1} + 1$ и $d = d + 2 * (dx - dy)$

б) если $d > 0$, то выбираем пэл S_i , тогда $y_i = y_{i-1}$ и $d = d + 2 * dy$

- Алгоритм Брезенхема для построения окружностей.

Аналогичным образом, но немного сложнее строится окружность. Классическая схема алгоритма Брезенхема рассматривается на случай обхода лишь дуги окружности в 45° от $x = 0$ до $x = R/1.41$.

Начальное значение управляющей переменной d определяется как $d = 3 - 2 * R$. Проверяем знак d :

а) $d < 0$, $y_i = y_{i-1}$, $d = d + 4 * x + 6$

б) $d > 0$, $y_i = y_{i-1} - 1$, $d = d + 4 * (x - y) + 10$

Для построения полной окружности используется восьмисторонняя симметрия.

Вопрос № 2

Основные подходы к разработке ПО. Методы программирования и структура ПО

Программное обеспечение подразделяется на базовое, общесистемное и специализированное.

К основным методам программирования, ориентированным на получение надежных, пригодных для отладки, испытаний и сопровождения программ, можно отнести:

- Программирование на языках высокого уровня (на языках программирования, позволяющих разработчику абстрагироваться от особенностей используемой вычислительной машины, оперировать абстрактными типами данных).

- Структурное программирование (разработка программ модульной структуры с использованием ограниченного числа допустимых типов управляющих структур - последовательность, цикл, выбор).

- Программирование с защитой от ошибок (разработка программ, включающих дополнительные проверки входных и промежуточных данных на полноту, допустимость и правдоподобность получаемых значений).

- Программирование в стандартизированном стиле (разработка программ, оформление исходных текстов которых выполняется по единым для участников разработки правилам).

- Нисходящее проектирование (разработка программ путем поэтапного получения исходных модулей сначала верхних, затем нижних уровней иерархии).

Вопрос № 3

Исследовать на экстремум функцию:

$$F_0 = x_1^2 - x_2^2 + 2x_3^2,$$

при условии

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 4$$

Составляем функцию Лагранжа

$$L(\lambda, x) = f_0(x) + \sum_{j=1}^m \lambda_j f_j(x)$$

Достаточное условие:

- равенству нулю частных производных ф-ии Лагранжа по всем переменным.
- матрица вторых производных положительно определена.

$$L = x_1^2 - x_2^2 + 2x_3^2 + \lambda(x_1 + x_2 + x_3 - 4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 0; \frac{\partial L}{\partial x_1} = 2x_1 + \lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 0; \frac{\partial L}{\partial x_2} = -2x_2 + \lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_3} = 0; \frac{\partial L}{\partial x_3} = 4x_3 + \lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = x_1 + x_2 + x_3 - 4 = 0$$

Решая систему, находим $x_1 = 8; x_2 = -8; x_3 = 4; \lambda = -16$.

Матрица вторых производных :

$$H = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow -16 \rightarrow \text{найденная точка является точкой максимума}$$