Министерство транспорта Российской Федерации
Федеральное агентство железнодорожного транспорта
ГОУ ВПО «Дальневосточный государственный
университет путей сообщения»

Кафедра «Высшая математика»

Э.Д. Кононенко С.В. Коровина

# ВЫБОРОЧНЫЙ МЕТОД

Методические указания
для выполнения лабораторной работы

Хабаровск
Издательство ДВГУПС
2008

УДК 519.2 (075.8)
ББК В 17 Я 73
К 647

Рецензент:

Доцент кафедры «Высшая математика»
Дальневосточного государственного университета путей сообщения,
кандидат физико-математических наук
*Г.П. Кузнецова*

**Кононенко, Э. Д.**
**К 647** Выборочный метод : метод. указания для выполнения лабораторной работы / Э. Д. Кононенко, С. В. Коровина. – Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 2008. – 18 с.

Данные методические указания соответствуют государственному образовательному стандарту высшего профессионального образования курса математики по разделу «Выборный метод».

Содержат варианты индивидуальных заданий, теоретические положения и примеры для самоконтроля.

Методические указания предназначены для студентов 2 курса всех технических и экономических специальностей дневной формы обучения.

***Отпечатано с авторского оригинала***

**УДК 519.2 (075.8)**
**ББК В 17 Я 73**

## ВВЕДЕНИЕ

Основное отличие математической статистики от теории вероятности в том, что в теории вероятности рассматривается, в основном, действие над законом распределения случайных величин и их числовыми характеристиками, а в математической статистике рассматриваются приближенные методы для нахождения этих законов и числовых характеристик по результатам наблюдений.

Пусть X – некоторая случайная величина. Результаты n наблюдений (измерений) $x_1, x_2, ... x_n$ этой случайной величины в математической статистике принято называть *выборкой*, а сама величина X называется *генеральной случайной величиной*.

Основная задача математической статистики: как по выборке из случайной величины, извлекая максимум информации, сделать то или иное содержательное заключение о самой случайной величине.

Результат $x_i$-го наблюдения можно интерпретировать двояко: либо апостериори, либо априори. В первом случае предполагается, что *i*-е измерение фактически произведено, в этом случае $x_i$ есть конкретное, т. е. детерминированное, не случайное число. Во втором случае предполагаем, что *i*-е измерение не произведено, а так как априори *i*-е измерение предсказать невозможно, то $X_i$ есть случайная величина $(X_1, X_2, ... X_n)$ с законом распределения, совпадающим с законом распределения самой генеральной величины X.

В приложениях математической статистики часто используется следующая схема и соответствующая терминология. Имеется некоторая совокупность предметов или явлений, называемая *генеральной совокупностью*. Для исследования ее выбирается наугад часть этой совокупности, так как сплошное обследование по каким-либо причинам неприемлемо, иначе говоря, проводится выборка.

Естественно, выборку надо иметь такую, чтобы в ней были отражены основные свойства генеральной совокупности. Этого можно добиться, обеспечив равную возможность попасть в выборку для каждого элемента генеральной совокупности, т. е. выборка должна быть репрезентативной (представительной), случайной. Объем выборки *n* должно быть достаточно большим. Выборка бывает повторной (с возвратом) и бесповторной (без возврата).

В дальнейшем под выборкой будем понимать либо выборку из генеральной совокупности, либо данные наблюдений.

В математической статистике случайную величину X называют *признаком* (она может характеризовать количество или качество), а значения ее $x_i$ – *вариантами*.

Элементы выборки иногда упорядочивают в порядке возрастания, т. е. строят ранжированный вариационный ряд: в одной строке записывают варианты $x_i$ (или интервал $(x_i, x_{i+1})$), а в другой строке частоты $n_i$, с какой появилась варианта $x_i$. Тогда объем выборки

$$n = n_1 + n_2 + \cdots + n_m; \tag{1}$$

(2)

| $x_i$ | $x_1$ | $x_2$ | ... | $x_m$ |
|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | $n_1$ | $n_2$ | ... | $n_m$ |

## ТОЧЕЧНЫЕ ОЦЕНКИ

Одной из важнейших областей математической статистики является теория оценивания, задачи которой в общем виде можно определить следующим образом.

Имеется некоторая случайная величина X, которую мы можем наблюдать, и характеристики которой неизвестны. Характеристиками могут быть: функция распределения $F(x)$, плотность распределения $f(x)$, моменты, параметры функции распределения $M[X], D[X], \sigma[X]$ и т. д. Возникает задача: по результатам наблюдений (выборки) найти указанные характеристики. Приближенные значения параметров, входящих в закон распределения генеральной случайной величины, найденные каким-нибудь образом по выборке из этой случайной величины называются *оценками*, причем, если эта оценка определяется одним числом, то ее называют *точечной*. Пусть $a$ – неизвестная характеристика, а $\tilde{a} = \tilde{a}(x_1, x_2, ... x_n)$ ее точечная оценка близкая к неизвестной характеристике $a$. Для того, чтобы построить оценку, нужно иметь критерий, по которому можно судить о качестве оценки. Сформулируем некоторые свойства оценки, позволяющие разумным образом выбирать оценки.

1. Оценка $\tilde{a}$ называется *несмещенной*, если ее математическое ожидание равно оцениваемой величине: $M[\tilde{a}] = a$, т. е. если она не дает систематической ошибки $M[\textit{ошибки}] = M[a - \tilde{a}] = 0$.

2. Оценка называется *состоятельной*, если при увеличении числа наблюдений оценка $\tilde{a}$ сходится по вероятности к исходной величине $a$, т. е. для любого сколь угодно малого $\varepsilon > 0$ $\lim\limits_{n \to \infty} P(|\tilde{a}(x_1, x_2, ..., x_n) - a| < \varepsilon) = 1$.

Если известно, что оценка $\tilde{a}$ несмещенная, то для проверки ее состоятельности удобно пользоваться условием: дисперсия оценки $\tilde{a}$ стремится к нулю при увеличении n, т. е. $D(\tilde{a}\,(x_1, x_2, ..., x_n)) \to 0$ при $n \to \infty$. Если последнее условие выполнено, то из неравенства Чебышева

$$P(|\tilde{a} - a| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{D[\tilde{a}]}{\varepsilon^2} \to 1, \text{ если } D[\tilde{a}] \to 0 \text{ при } n \to \infty,$$

т. е. из неравенства Чебышева следует, что оценка состоятельная. Иными словами, состоятельность означает, что оценка, построенная по большому числу наблюдений, имеет меньший разброс $\sigma[\tilde{a}]$ ( $D[\tilde{a}] \underset{n \to \infty}{\to} 0$), где $\sigma[\tilde{a}]$ – среднее квадратическое отклонение ($\sigma[\tilde{a}] = \sqrt{D[\tilde{a}]}$).

3. Желательно иметь оценки, которые имеют наименьшую дисперсию среди всех оценок, построенных по $n$ наблюдениям. Такие оценки называют *эффективными*. Однако сравнительно редко удается доказать, что предполагаемая оценка эффективна.

Следует отметить, что названные свойства являются желательными свойствами оценок, но не всегда разумно требовать, чтобы оценка обладала этими свойствами. Например, может быть предпочтительнее оценка, хотя и имеющая небольшое смещение, но имеющая значительно меньший разброс, нежели несмещенная оценка.

Самыми распространенными методами оценок $\tilde{a}$ неизвестных характеристик $a$ являются: 1) метод моментов; 2) метод наибольшего правдоподобия.

## МЕТОД МОМЕНТОВ

Пусть $(x_1, x_2, ... x_n)$ выборка из случайной величины X. Согласно методу моментов вместо неизвестных (истинных или генеральных) начальных $\nu_\kappa$ и центральных $M_\kappa$ моментов можно использовать соответственные известные (находимые по выборке) выборочные моменты $\tilde{\nu}_k$, $\tilde{M}_k$.

Пусть из генеральной совокупности объема $N$ (где $x_i$ встречается с частотой $N_i$) взята выборка (1), (2).

$\tilde{\nu}_\kappa = \frac{1}{n}\sum_i n_i x_i^k$ – выборочный начальный момент $k$-го порядка.

$\tilde{M}_\kappa = \frac{1}{n}\sum_i n_i (x_i - \tilde{\nu}_1)^k$ – выборочный центральный момент $k$-го порядка.

Аналогично,

$\nu_k = \frac{1}{N} \sum_i N_i x_i^k$ – генеральный начальный момент *k*-го порядка.

$M_k = \frac{1}{N} \sum_i N_i (x_i - \nu_1)^k$ – генеральный центральный момент *k*-го порядка.

Особо важную роль играет $\tilde{\nu}_1$ – он называется *выборочным средним* и обозначается $\overline{x_B}$ для выборки (1), (2), ($\overline{x_\Gamma}$ – генеральное среднее), что является оценкой математического ожидания $M[X]$ ($\overline{x_\Gamma}$).

$$\overline{x_B} = \frac{1}{n} \sum_i x_i n_i ; \qquad (\overline{x_\Gamma} = \frac{1}{N} \sum_i x_i N_i ).$$

Легко видеть, что $\tilde{M}_1 = 0$ всегда. Важную роль играет момент $\tilde{M}_2$, который является оценкой для дисперсии $D[X](D_\Gamma)$. Он называется *выборочной дисперсией* и обозначается $D_B$ для выборки (1), (2). ($D_\Gamma$ для генеральной совокупности).

$$D_B = \frac{1}{n} \sum_i n_i (x_i - \overline{x_B})^2 = \overline{x_B^2} - (\overline{x_B})^2 , \qquad \text{где } \overline{x_B^2} = \frac{1}{n} \sum_i n_i x_i^2 .$$

$$(D_\Gamma = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} N_i (x_i - \overline{x_\Gamma})^2 ).$$

Если

$$M\left[\overline{x_B}\right] = \overline{x_\Gamma}, \quad M\left[D_B\right] = \frac{n-1}{n} D_\Gamma,$$

то можно сделать вывод, что $\overline{x_B}$ является несмещенной характеристикой для $\overline{x_\Gamma}$, а $D_B$ является смещенной характеристикой для $D_\Gamma$. Чтобы исправить последнее, вводят исправленную дисперсию $S^2$:

$$S^2 = \frac{n}{n-1} D_B,$$

которая обладает свойством $M[S^2] = D_\Gamma$, т. е. $S^2$ является несмещенной оценкой для $D_\Gamma$.

Анализ формул

$$D_B=\frac{1}{n}\sum_i n_i(x_i-\overline{x_B})^2 \quad \text{и} \quad S^2=\frac{1}{n-1}\sum_i n_i(x_i-\overline{x_B})^2$$

показывает, что при $n\to\infty$ $D_B\approx S^2$. Поэтому $S^2$ используют для оценки $D_Г$, когда *n* мало (*n* < 30).

Тогда среднее квадратическое отклонение $\sigma_B$ выборки (1), (2) берут

$$\sigma_B=\begin{cases}\sqrt{D_B}, n\ge 30\\ \sqrt{S^2}=S, n<30.\end{cases}$$

## ОШИБКИ ВЫБОРКИ

Разность $(a-\tilde{a})$ между характеристикой выборки $\tilde{a}$ и генеральной совокупности $a$ называются *ошибками репрезентативности* (полными ошибками выборки). Изучение этих ошибок является главной целью математической теории выборочного метода. Прибавим и отнимем $M[\tilde{a}]$ к ошибке выборки

$$\underbrace{a-\tilde{a}}_{\text{полная ошибка выборки}} = \underbrace{\lfloor a-M[\tilde{a}]\rfloor}_{\text{систематическая ошибка}} + \underbrace{\lfloor M[\tilde{a}]-\tilde{a}\rfloor}_{\text{случайная ошибка}}$$

Задача математической статистики: предусмотреть возможность возникновения систематических ошибок и добиться их ликвидации или сведения к минимуму. Если $\tilde{a}$ – несмещенная оценка параметра $a$, то систематическая оценка равна нулю. Например, для $D_B$ систематическую ошибку учли, введя $S^2$.

Случайные ошибки – такие, которые являются результатом взаимодействия большого числа незначительных в отдельности факторов и имеют в каждом отдельном случае различные значения. Случайная ошибка всегда есть и отлична от нуля, среднее ее значение, вообще говоря, равно нулю. Гаусс изучал случайные ошибки и обнаружил, что они подчиняются закону нормального распределения. Рассматривают различные характеристики случайных величин: средние, средние квадратические, вероятностные, предельные. В качестве примера рассмотрим $\overline{x_{\Gamma}} \approx \overline{x_B}$. Будем рассматривать $\overline{x_B}$ как случайную величину.

*Средней квадратической ошибкой* $m$ называется среднее квадратическое отклонение средней $\overline{x_B}$

$$m = s\left[\overline{x_B}\right].$$

Отметим, что $m$ различно при повторной (с возвратом) и бесповторной (без возврата) выборках. В практике обычно встречается бесповторная выборка. Можно показать, что

$s\left[\overline{x_B}\right] = \frac{s_{\Gamma}}{\sqrt{n}}$ для повторной выборки и

$s\left[\overline{x_B}\right] = \frac{s_{\Gamma}}{\sqrt{n}}\sqrt{1-\frac{n}{N}}$ для бесповторной выборки, где $n$ – объем выборки, а $N$ – объем генеральной совокупности.

Анализ последних двух формул позволяет сказать, что точность выборки зависит от $s_{\Gamma}$, от объема $n$ и от величины $\sqrt{1-\frac{n}{N}}$, которая в повторной выборке равна единице. Когда объем выборки $N$ (а в практике чаще всего $n$ не превышает 10 % от N), то при этом условии $\frac{n}{N} = 0{,}1$ и $1-\frac{n}{N} = 0{,}9$, а $\sqrt{1-\frac{n}{N}} \approx 0{,}95$. Если $\frac{n}{N} < 0{,}1$, то $\sqrt{1-\frac{n}{N}} > 0{,}95$. Поэтому различие между средними квадратическими погрешностями в повторной и бесповторной выборках практического значения не имеют. Учитывая это, можно полагать, что точность выборочной средней обратно пропорционально $\sqrt{n}$. Все это означает, что небольшое увеличение объема выборки $n$ почти не изменяет точности. Найденные $s\left[\overline{x_B}\right] = m$ выражаются через $s_{\Gamma}$, величина которого обычно неизвестна. Поэтому, на практике пользуются вместо $s_{\Gamma}$ величиной $s_B$.

Итак,

$m \approx \frac{s_B}{\sqrt{n}}$ для повторной выборки,

$m \approx \frac{s_B}{\sqrt{n}} \sqrt{1 - \frac{n}{N}}$ для бесповторной выборки.

Средней ошибкой выборки называют $E = \frac{E_{cp}}{\sqrt{n}}$, где $E_{cp}$ есть среднее значение модулей отклонений выборки

$$E_{cp} = \frac{1}{n} \sum_i n_i \left| x_i - \overline{x_B} \right|.$$

Оказывается, что $\frac{m}{E} \approx 1{,}25$. Вероятной ошибкой называют $r \approx \frac{2}{3} m$.

Так как случайные ошибки подчиняются нормальному распределению, то можно вести речь об аналоге правила трех сигм (предельная ошибка выборки): с вероятностью $g = 0{,}9973$ можно утверждать, что $\overline{x_\Gamma} \in (\overline{x_B} - 3m; \overline{x_B} + 3m)$.

## МЕТОД ПРОИЗВЕДЕНИЙ

Этот метод есть не что иное, как метод моментов, но просчитанных не для вариант $x_i$, а для условных вариант $U_i$ (метод нахождения $U_i$ изложен в п. 4). Метод произведений применяется для равноотстоящих вариант $x_i$. Поэтому, если $x_i$ не является равностоящими, то надо в выборке перейти к равноотстоящим вариантам. Для этого выполняют следующие процедуры.

1. В ранжированном вариационном ряде (1), (2) надо перейти к равноотстоящем вариантам $y_i$, если $x_i$ не являются равноотстоящими, что обычно бывает на практике. Для этого размах варьирования $R = x_{\max} - x_{\min}$ делят на несколько частичных интервалов $(y_i^*; y_{i+1}^*)$. Число частичных интервалов произвольно (обычно оно равно $\approx \sqrt{n}$). На практике в каждый

частичный интервал должно попасть не менее 6–8 вариант $x_i$. Предполагаемая лабораторная работа является учебной, цель ее – изучить суть выборочного метода и последнее требование относительно числа первоначальных вариант $x_i$ в частичных интервалах не будет соблюдено, так как число первоначальных вариант в заданиях невелико.

2. Находят середины частичных интервалов, которые и образуют последовательность равноотстоящих вариант $y_i = \dfrac{y_i^* + y_{i+1}^*}{2}$.

3. В качестве новой частоты $n_i'$ полученной равноотстоящей варианты $y_i$ принимают общее число первоначальных вариант, попавших в соответствующий частичный интервал. При этом, если некоторая первоначальная варианта одновременно является концом *i*-го и началом (*i*+1)-го частичных интервалов, то ее частота примерно поровну распределяется между *i*-м и (*i* +1)-м частичными интервалами.

**Замечание 1.** Если для равноотстоящих вариант $y_i$ в реальных задачах встречаются малозначащие разряды, то соседние интервалы объединяются в один. Этого в данной лабораторной работе не требуется, так как в ней *n* невелико.

**Замечание 2.** Замена первоначальных вариант $x_i$ серединами частичных интервалов $y_i$ сопровождается ошибками. Однако эти ошибки будут в основном погашаться, поскольку они имеют разные знаки. Этот метод позволяет упростить вычисления.

**Пример 1.** В выборке перейти к равноотстоящим вариантам.

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_i$ | 1 | 1,03 | 1,05 | 1,06 | 1,08 | 1,10 | 1,12 | 1,15 | 1,16 | 1,19 | 1,20 | 1,23 | 1,25 | 1,26 | 1,29 | 1,30 |
| $n_i$ | 1 | 3 | 6 | 4 | 2 | 4 | 3 | 6 | 5 | 2 | 3 | 4 | 8 | 4 | 4 | 6 |

2+2 2+1

*n* = 1 + 3 + 6 + 4 + 2 + 4 + 3 + 6 + 5 + 2 + 3 + 4 + 8 + 4 + 4 + 6 = 65
*R* = 1,30 – 1 = 0,3
Разобьем интервал (1;1,3) на три интервала.

| $y_i$ | 1,05 | 1,15 | 1,25 |
|---|---|---|---|
| $(y_i^*; y_{i+1}^*)$ | (1,00; 1,10) | (1,10; 1,20) | (1,20; 1,30) |
| $n_i'$ | 1 + 3 + 6 + 4 + 2 + 2 = 18 | 2 + 3 + 6 + 5 + 2 + 2 = 20 | 1 + 4 + 8 + 4 + 4 + 6 = 27 |

4. От вариант равноотстоящих $y_i$ переходим к условным вариантам $U_i$

$U_i = \frac{y_i - c}{h}$, где $h$ – шаг, т. е. разность между двумя соседними вариантами $y_i$, $c$ – «ложный нуль». Это обычная замена переменного. Вообще, в качестве $c$ можно взять любую варианту $y_i$, обычно берут варианту, у которой максимальная частота. Подчеркнем, что варианте принятой в качестве ложного нуля, соответствует условная варианта, равная нулю.

**Пример 2.** В выборке равноотстоящих вариант $y_i$ перейти к условным вариантам $U_i$.

| $y_i$ | 10,2 | 10,4 | 10,6 | 10,8 | 11 | 11,2 | 11,4 | 11,6 | 11,8 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 2 | 3 | 8 | 13 | 35 | 20 | 12 | 10 | 6 | 1 |
| $U_i = \frac{y_i - 11}{0,2}$ | –4 | –3 | –2 | –1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

5. Вычисляем условные эмпирические моменты порядка $k$ для равноотстоящих вариант $U_i$, соответствующих выборкам (1), (2), обозначим их $M_k^*$.

$$M_k^* = \frac{\sum_i n_i U_i^k}{n}$$

В частности,

$$M_1^*=\frac{\sum\limits_i n_iU_i}{n}=\frac{\sum\limits_i n_i\left(\frac{x_i-c}{h}\right)}{n}=\frac{1}{h}\left[\frac{\sum\limits_i x_in_i}{n}-c\frac{\sum\limits_i n_i}{n}\right]=\frac{1}{h}(\overline{x_B}-c\frac{n}{n})=\frac{1}{h}(\overline{x_B}-c)$$

откуда следует

$$\overline{x_B}=M_1^*h+c. \tag{3}$$

Можно показать, что

$$D_B=[M_2^*-(M_1^*)^2]h^2. \tag{4}$$

Метод произведений вычисления $\overline{x_B}$ и $D_B$ сводится к обработке таблицы для равноотстоящих вариант $x_i$. Если $x_i$ – неравноотстоящие, то их заменяют на $y_i$. Первый столбец – варианты равноотстоящие $x_i$, второй – частоты $n_i$, третий – $U_i$, четвертый $n_iU_i$, пятый $n_iU_i^2$, шестой – $n_i\left(U_i+1\right)^2$. Последний столбец является контролем верности составления таблицы, так как

$$\sum_i n_i(U_i+1)^2=\sum_i n_iU_i^2+2\sum_i n_iU_i+n.$$

**Пример 3.** По данным выборки равноотстоящих вариант $x_i$ просчитать оценки числовых характеристик $\bar{x}_B, D_B, s_B$ и среднеквадратическую ошибку $m$ выборки, если она сделана из генеральной совокупности объема *N* = 1000.

| $x_i$ | $n_i$ | $U_i$ | $n_i U_i$ | $n_i U_i^2$ | $n_i\left(U_i+1\right)^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 10,2 | 2 | –4 | –8 | 32 | 18 |
| 10,4 | 3 | –3 | –9 | 27 | 12 |
| 10,6 | 8 | –2 | –16 | 32 | 8 |
| 10,8 | 13 | –1 | –13 | 13 | 0 |
| *c* = 11,0 | 25 | 0 | 0 | 0 | 25 |
| 11,2 | 20 | 1 | 20 | 20 | 80 |
| 11,4 | 12 | 2 | 24 | 48 | 108 |
| 11,6 | 10 | 3 | 30 | 90 | 160 |
| 11,8 | 6 | 4 | 24 | 96 | 150 |
| 12,0 | 1 | 5 | 5 | 25 | 36 |
| | $\sum_i n_i = 100 = n$ | | $\sum_i n_i U_i = 57$ | $\sum_i n_i U_i^2 = 383$ | $\sum n_i (U_i + 1)^2 = 597$ |

Контроль счета: 383 + 2 · 57 + 100 = 597

$$M_1^* = \frac{\sum_i n_i U_i}{n} = \frac{57}{100} = 0{,}57 \qquad M_2^* = \frac{\sum_i n_i U_i^2}{n} = \frac{383}{100} = 3{,}83$$

$h$ = 10,4 – 10,2 = 0,2, $c$ = 11

$\overline{x}_B$ = 0,57 · 0,2 + 11 = 1,114

$D_B$ = [3,83 – 0,57$^2$] · 0,2$^2$ = 0,14

$$s_B = \sqrt{0{,}14} \approx 0{,}374$$

$$m \approx \frac{s_B}{\sqrt{n}}\sqrt{1-\frac{n}{N}} = \frac{0{,}374}{\sqrt{100}}\sqrt{1-\frac{100}{1000}} = \frac{0{,}374}{10}\sqrt{1-0{,}1} = \frac{0{,}374}{10}\cdot 0{,}95 \approx 0{,}03553$$

Если $n$ < 30, то $D_B$ надо заменить на $S^2$.

**Замечание.** Использование условных вариант $U_i$ упрощает счет, так как $U_i$ – маленькие числа и числа разных знаков. Конечно, оценки $\overline{x}_B, D_B(S^2), s_B$ можно считать и не переходя к условным вариантам, как это было изложено в методе моментов.

## ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Дана выборка объема *n* = 20 вариант $x_i$, взятая из генеральной совокупности объема *N* = 200. Построить ранжированный вариационный ряд, перейти к равноотстоящим, а потом к условным вариантам в данной выборке. Методом произведений найти оценки числовых характеристик $\overline{x_B}$, $D_B$, $S^2$, $s_B$. Найти среднюю квадратическую ошибку $m$.

Вариант 1

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 340 | 312 | 302 | 304 | 298 |
| 322 | 398 | 324 | 380 | 338 |
| 331 | 342 | 341 | 344 | 324 |
| 344 | 294 | 368 | 298 | 296 |

Вариант 2

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 345 | 314 | 338 | 320 | 368 |
| 290 | 338 | 340 | 316 | 324 |
| 312 | 314 | 343 | 348 | 342 |
| 312 | 363 | 324 | 334 | 354 |

Вариант 3

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 341 | 292 | 304 | 321 | 304 |
| 332 | 304 | 314 | 328 | 298 |
| 331 | 292 | 341 | 354 | 322 |
| 313 | 364 | 362 | 348 | 302 |

Вариант 4

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 354 | 348 | 336 | 322 | 381 |
| 298 | 314 | 326 | 354 | 296 |
| 360 | 302 | 338 | 304 | 324 |
| 298 | 332 | 314 | 336 | 298 |

Вариант 5

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 324 | 342 | 314 | 321 | 368 |
| 352 | 326 | 323 | 324 | 304 |
| 296 | 322 | 234 | 321 | 334 |
| 321 | 336 | 304 | 384 | 368 |

Вариант 6

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 332 | 344 | 323 | 298 | 312 |
| 304 | 324 | 324 | 322 | 316 |
| 322 | 290 | 323 | 398 | 343 |
| 314 | 332 | 314 | 326 | 322 |

Вариант 7

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 294 | 372 | 312 | 366 | 354 |
| 332 | 314 | 324 | 310 | 282 |
| 342 | 328 | 304 | 314 | 326 |
| 334 | 314 | 334 | 304 | 308 |

Вариант 8

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 368 | 324 | 324 | 304 | 362 |
| 318 | 342 | 350 | 334 | 332 |
| 323 | 340 | 314 | 326 | 332 |
| 324 | 334 | 350 | 334 | 376 |

Вариант 9

328 354 336 381 354
326 304 334 292 332
324 316 328 294 324
332 310 354 292 324

Вариант 10

296 360 312 362 302
322 308 332 304 302
338 321 318 296 296
339 282 332 352 302

Вариант 11

332 296 342 360 314
312 321 362 368 302
352 322 326 308 323
332 321 302 302 308

Вариант 12

332 298 348 336 384
326 304 334 292 352
296 354 302 292 368
322 308 376 324 302

Вариант 13

339 294 363 364 332
366 332 314 334 310
368 324 362 312 364
314 334 350 354 332

Вариант 14

296 324 342 322 324
321 343 326 332 324
296 344 312 314 298
334 314 334 324 332

Вариант 15

341 343 341 338 324
323 304 314 238 318
344 348 354 304 321
398 314 326 294 296

Вариант 16

331 312 331 312 331
360 304 322 342 324
325 338 342 314 292
302 338 342 314 292

Вариант 17

380 316 328 354 324
322 310 334 292 304
338 324 298 296 296
316 282 332 342 302

Вариант 18

340 341 314 354 326
322 332 314 324 364
334 362 350 348 334
302 376 341 364 314

Вариант 19

362 298 368 304 381
368 312 334 362 356
302 322 290 332 298
352 304 332 318 326

Вариант 20

360 302 338 304 336
314 323 312 324 336
312 304 320 321 322
321 298 366 304 381

Вариант 21

340 345 342 354 324
332 294 368 328 296
312 314 292 348 342
343 372 342 354 360

Вариант 22

338 320 368 290 338
340 316 324 312 314
343 348 342 312 353
324 334 354 320 324

Вариант 23

324 368 324 324 366
332 323 312 323 332
294 364 310 304 314
368 362 334 314 334

Вариант 24

328 356 292 328 310
296 302 304 318 282
312 322 338 344 368
314 290 324 344 324

Вариант 25

292 332 298 354 362
348 298 296 304 312
342 352 296 321 304
344 304 316 398 314

Вариант 26

372 332 282 314 334
324 318 332 326 350
354 326 342 294 354
360 322 302 296 332

Вариант 27

302 398 331 324 298
338 338 312 342 334
304 304 331 322 348
336 314 360 324 336

Вариант 28

314 326 304 321 384
323 324 322 343 326
312 314 342 326 304
324 342 324 332 334

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В. Е. Гмурман. – М. : Высш. шк., 1977. – 480 с.

2. Карасев, А. И. Теория вероятностей и математическая статистика / А. И. Карасев. – М. : Статистика, 1977. – 450 с.

3. Коваленко, И. Н.Теория вероятностей и математическая статистика / И. Н. Коваленко, А. А. Филиппова. – М. : Высш. шк., 1982. – 380 с.

4. Козлова, Л. Д. Методические указания к проведению лабораторных занятий по теме «Выборочный метод» / Л. Д. Козлова. – ХабИИЖТ, 1986. – 12 с.

5. Колмагоров, А. Н. Теория вероятностей и математическая статистика / А. Н. Колмагоров. – М. : Наука, 1986. – 354с.

6. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1968. – 720 с.

7. Пугачев, В. С. Теория вероятностей и математическая статистика / В.С. Пугачев. – М. : Наука, 1979. – 368 с.

8. Смирнов, Н. В. Краткий курс математической статистики для технических приложений [Текст] / Н. В. Смирнов, И. В. Дунин-Барковский. – М. : Физматгиз, 1959. – 433 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

Учебное издание

**Кононенко** Элеонора Дмитриевна
**Коровина** Светлана Викторовна

**ВЫБОРОЧНЫЙ МЕТОД**

Методические указания для
выполнения лабораторной работы

Технический редактор *С.С. Заикина*

***Отпечатано методом прямого репродуцирования***

План 2008 г.
Сдано в набор 04.12.2007. Подписано в печать 09.01.2008.
Формат 60х84$^{1}/_{16}$. Бумага тип. № 2. Гарнитура «Arial». Печать RISO.
Уч.-изд. 0,4. Усл. печ. л. 1,1. Зак. 1. Тираж 300 экз. Цена 14 руб.

Издательство ДВГУПС
680021, г. Хабаровск, ул. Серышева, 47.