ORBSLAM3 系列代码讲解

优化问题 专题四

主 讲 人：魏宏宇

公 众 号：3D视觉工坊

主要内容

1 残差构建

2 雅可比矩阵的推导

3 优化函数怎么写

4 讨论与交流

1 残差构建

$$\min_{x} \frac{1}{2}\|f(\boldsymbol{x})\|_2^2.$$

实现轨迹优化的主要因素有两个：
1.构造合理的残差方程
2.推导准确的雅克比矩阵

残差方程构造的根本原理：
理想值= 实际估计值+残差
残差可以由噪声引起，也可以由估计不准确引起

构造残差方程：残差=理想值（观测）-实际估计值

我们的构造残差方程的目的就是，通过不断地改变实际估计值来降低残差，直到残差足够小，此时实际估计值接近理想值，我们认为获得了最优估计。

案例1：BA优化（SFM，相机投影模型）

已知观测通常可以视为理想值：特征点位置$\mathrm{p_i}=[\mathrm{u}_i, v_i]$

状态量：相机空间位置 $T_W^C[R_W^C, t_W^C]$，3D地图点位置$P_i[X_i, Y_i, Z_i]$

根据相机投影模型，2D特征点可以利用投影方程变换到3D地图点，变换规则如下：

$$s_i p_i = K P_{C_i}$$
$$P_i = T_C^W P_{C_i}$$
$$\Longrightarrow \boldsymbol{s_i p_i = K T_W^C P_i}$$

若3D地图点位置准确，相机空间位置估计准确，则此等式应恒成立

但是，在估计过程中，会存在估计误差，因此，此等式的成立需要考虑误差，即：

$$s_i p_i = K T_W^C P_i + res(X)$$

通常这个误差是由于状态估计的不准确导致的，因此，是与估计状态量有关的参数

基于此，BA优化过程中的残差可以写为：

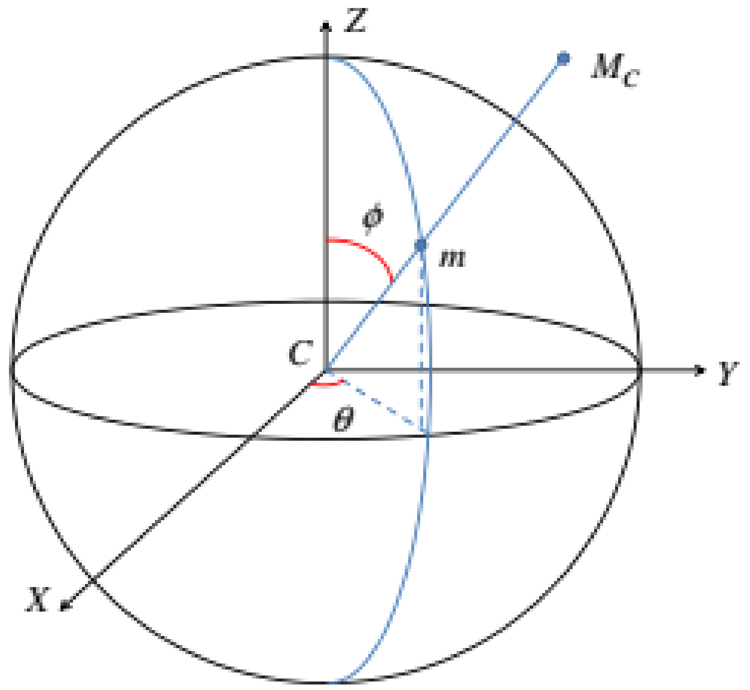
$$\boldsymbol{res(X) = s_i p_i - K T_W^C P_i}$$

观测　　估计

案例2：球面坐标系下的对极几何角度残差

相机中心在C，空间地图点位置在M_c，归一化球面中$m = \frac{M_C}{\|M_C\|}$

世界位置转变为相机位置：$\mathbf{M}_C = \mathbf{R}\mathbf{M}_W + \mathbf{t}$



归一化球面

现有两个来自不同图像（C_1,C_2）的匹配特征点，取C1为世界坐标系原点，$C1 = 0$，根据对极几何原理：

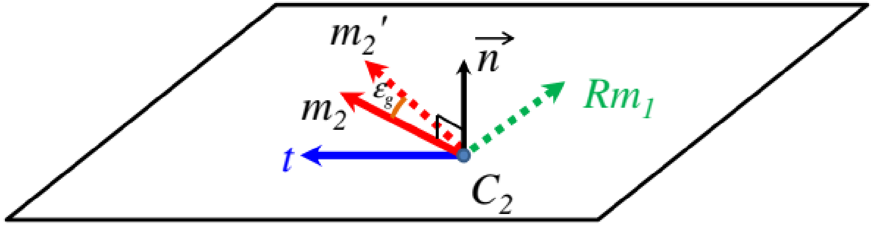
存在对极约束 $\mathbf{m}_2^T\mathbf{E}\mathbf{m}_1 = 0,\ \mathbf{E} = [\mathbf{t}]_\times \mathbf{R}$

现在取向量 $\mathbf{n} = [\mathbf{t}]_\times \mathbf{R}\mathbf{m}_1$ 为t和Rm_1构成的平面的法向量

$$\mathbf{m}_2^T\mathbf{n} = 0$$ m_2垂直于法向量n

如果存在噪声，此等式不会成立，可以将上式理解为角度，取角度的sin值构造残差方程

$$\epsilon_g = \sin^{-1}(\mathbf{m}_2^T\mathbf{E}\mathbf{m}_1)$$



这种误差的优点是，它是在球面上定义的(或等效的角度误差)，而不是在图像平面上。角误差比极距距离更通用，因为它可以独立于投影几何而适用于任何中心相机，并且避免了图像中极距曲线(透视相机的直线，球面图像的大圆)的计算。

案例3：线特征重投影残差

1. 线特征端点重投影残差

构造原理：线段特征存在两个端点，将2个端点视为特征点，将两个端点的世界坐标投影到图像上，端点的2D投影坐标应该在线特征上，点在线上，其点乘为0

$$\mathbf{e}_{ik} = \begin{bmatrix} \mathbf{l}_{ik} \cdot \boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\xi}_{iw}, \mathbf{P}_{wk}) \\ \mathbf{l}_{ik} \cdot \boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\xi}_{iw}, \mathbf{Q}_{wk}) \end{bmatrix}$$

2. 中点到线的距离残差

构造原理：线特征中点到线的距离为0

$$\mathbf{r}_L\left(\mathbf{z}_{\mathcal{L}_j}^{c_i}, \mathcal{X}\right) = \mathbf{d}(\mathbf{m}, \mathbf{l}) = \frac{\mathbf{m}^\top \mathbf{l}}{\sqrt{l_1^2 + l_2^2}} \in \mathbb{R}^1$$

案例4：IMU预积分残差

$$\mathrm{R}_j = \mathrm{R}_i \prod_{k=i}^{j-1} \operatorname{Exp}\left(\left(\tilde{\omega}_k - \mathbf{b}_k^g - \boldsymbol{\eta}_k^{gd}\right)\Delta t\right),$$

$$\mathbf{v}_j = \mathbf{v}_i + \mathbf{g}\Delta t_{ij} + \sum_{k=i}^{j-1} \mathrm{R}_k\left(\tilde{\mathbf{a}}_k - \mathbf{b}_k^a - \boldsymbol{\eta}_k^{ad}\right)\Delta t \tag{32}$$

$$\mathbf{p}_j = \mathbf{p}_i + \sum_{k=i}^{j-1}\left[\mathbf{v}_k\Delta t + \frac{1}{2}\mathbf{g}\Delta t^2 + \frac{1}{2}\mathrm{R}_k\left(\tilde{\mathbf{a}}_k - \mathbf{b}_k^a - \boldsymbol{\eta}_k^{ad}\right)\Delta t^2\right]$$

$$\Delta\mathrm{R}_{ij} \doteq \mathrm{R}_i^{\mathsf{T}}\mathrm{R}_j = \prod_{k=i}^{j-1} \operatorname{Exp}\left(\left(\tilde{\omega}_k - \mathbf{b}_k^g - \boldsymbol{\eta}_k^{gd}\right)\Delta t\right)$$

$$\Delta\mathbf{v}_{ij} \doteq \mathrm{R}_i^{\mathsf{T}}\left(\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i - \mathbf{g}\Delta t_{ij}\right) = \sum_{k=i}^{j-1} \Delta\mathrm{R}_{ik}\left(\tilde{\mathbf{a}}_k - \mathbf{b}_k^a - \boldsymbol{\eta}_k^{ad}\right)\Delta t$$

$$\begin{aligned}\Delta\mathbf{p}_{ij} &\doteq \mathrm{R}_i^{\mathsf{T}}\left(\mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i - \mathbf{v}_i\Delta t_{ij} - \tfrac{1}{2}\mathbf{g}\Delta t_{ij}^2\right)\\ &= \sum_{k=i}^{j-1}\left[\Delta\mathbf{v}_{ik}\Delta t + \frac{1}{2}\Delta\mathrm{R}_{ik}\left(\tilde{\mathbf{a}}_k - \mathbf{b}_k^a - \boldsymbol{\eta}_k^{ad}\right)\Delta t^2\right]\end{aligned} \tag{33}$$

2 雅可比矩阵的推导

雅可比矩阵的推导

$$\frac{d\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}}{d\begin{bmatrix} q1 \\ q2 \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} \frac{dx}{q1} & \frac{dx}{q2} \\ \frac{dy}{q1} & \frac{dy}{q2} \\ \frac{dz}{q1} & \frac{dz}{q2} \end{bmatrix}$$

通常，状态量有角度（四元数或旋转矩阵）、
位移或位置、速度。
分别给出推导方法

3 优化函数怎么写

4 讨论与交流

欢迎关注3D视觉工坊

公众号

我们这里有3D视觉算法、SLAM、点云处理、三维重建、计算机视觉、深度学习、自动驾驶、图像处理、技术干货以及前沿paper分享！

交流群请添加客服

如果你也想成为主讲人，欢迎加入我们。

- 报名方式：请发送邮件至vision3d@yeah.net

微信扫码加入星球

客服微信，咨询课程

3D视觉工坊知识星球

- 课程PPT和注释代码
- 补充知识点　PDF版和视频版
- 答疑

感谢聆听

Thanks for Listening