数据结构与算法（6）：B树、B+树

具体讲解之前，有一点，再次强调下：B-树，即为B树。因为B树的原英文名称为B-tree，而国内很多人喜欢把B-tree译作B-树，其实，这是个非常不好的直译，很容易让人产生误解。如人们可能会以为B-树是一种树，而B树又是一种一种树。而事实上是，B-tree就是指的B树。特此说明。

一、B树

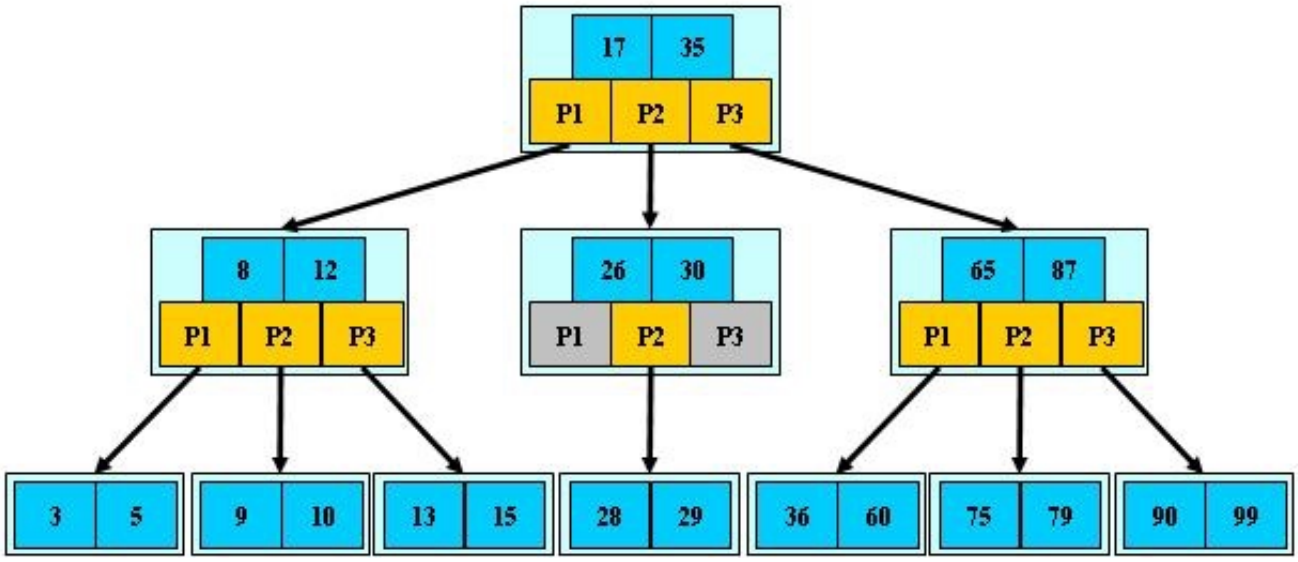
B树（B-tree）是一种树状数据结构，能够用来存储排序后的数据。这种数据结构能够让查找数据、循序存取、插入数据及删除的动作，都在对数时间内完成。B树，概括来说是一个一般化的二叉查找树，可以拥有多于2个子节点。与自平衡二叉查找树不同，B-树为系统最优化大块数据的读和写操作。B-tree算法减少定位记录时所经历的中间过程，从而加快存取速度。这种数据结构常被应用在数据库和文件系统的实作上。

在B树中查找给定关键字的方法是，首先把根结点取来，在根结点所包含的关键字K1,…,Kn查找给定的关键字（可用顺序查找或二分查找法），若找到等于给定值的关键字，则查找成功；否则，一定可以确定要查找的关键字在Ki与Ki+1之间，Pi为指向子树根节点的指针，此时取指针Pi所指的结点继续查找，直至找到，或指针Pi为空时查找失败。

B树作为一种多路搜索树（并不是二叉的）：

- 定义任意非叶子结点最多只有M个儿子；且M>2；
- 根结点的儿子数为[2, M]；
- 除根结点以外的非叶子结点的儿子数为[M/2, M]；
- 每个结点存放至少M/2-1（取上整）和至多M-1个关键字；(至少2个关键字)
- 非叶子结点的关键字个数=指向儿子的指针个数-1；
- 非叶子结点的关键字：K[1], K[2], …, K[M-1]；且K[i] < K[i+1]；
- 非叶子结点的指针：P[1], P[2], …, P[M]；其中P[1]指向关键字小于K[1]的子树，P[M]指向关键字大于K[M-1]的子树，其它P[i]指向关键字属于(K[i-1], K[i])的子树；
- 所有叶子结点位于同一层；

如下图为一个M=3的B树示例：

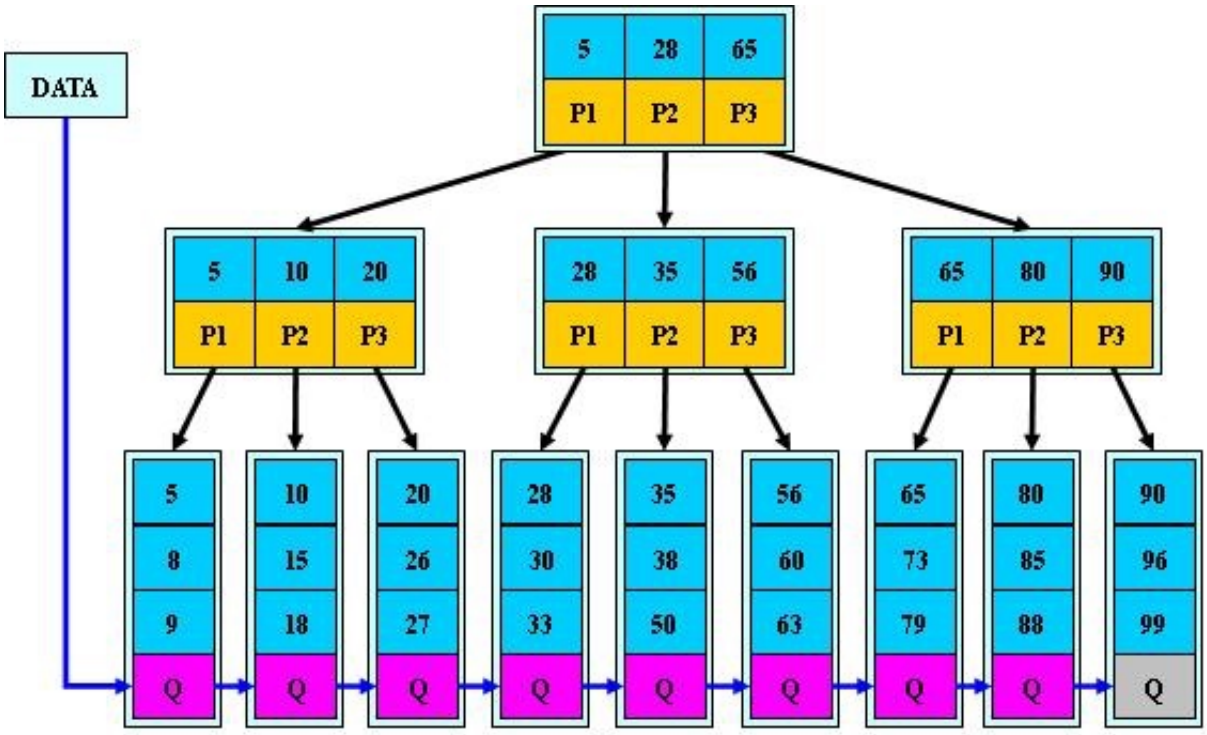


二、B+树

B+树是B树的变体，也是一种多路搜索树，其定义基本与B-树相同，除了：

- 1）非叶子结点的子树指针与关键字个数相同；
- 2）非叶子结点的子树指针P[i]，指向关键字值属于[K[i], K[i+1])的子树（B-树是开区间）；
- 3）为所有叶子结点增加一个链指针；
- 4）所有关键字都在叶子结点出现；

下图为M=3的B+树的示意图：



B+树的搜索与B树也基本相同，区别是B+树只有达到叶子结点才命中（B树可以在非叶子结点命中），其性能也等价于在关键字全集做一次二分查找；

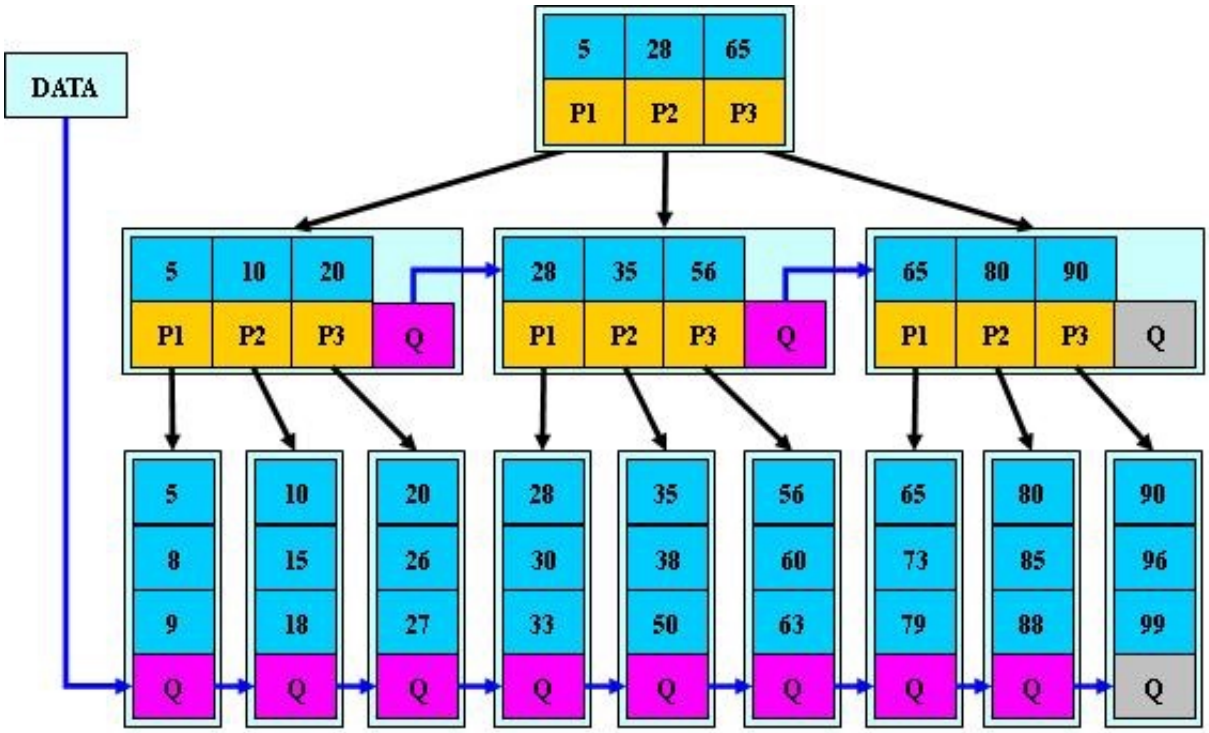
B+树的性质：

- 1.所有关键字都出现在叶子结点的链表中（稠密索引），且链表中的关键字恰好是有序的；
- 2.不可能在非叶子结点命中；
- 3.非叶子结点相当于是叶子结点的索引（稀疏索引），叶子结点相当于是存储（关键字）数据的数据层；
- 4.更适合文件索引系统。

三、B*树

B^* 树是B+树的变体，在B+树的非根和非叶子结点再增加指向兄弟的指针，将结点的最低利用率从1/2提高到2/3。

B^* 树如下图所示：



B^* 树定义了非叶子结点关键字个数至少为 $\frac{2}{3}M$，即块的最低使用率为2/3（代替B+树的1/2）；

B+树的分裂：当一个结点满时，分配一个新的结点，并将原结点中1/2的数据复制到新结点，最后在父结点中增加新结点的指针；B+树的分裂只影响原结点和父结点，而不会影响兄弟结点，所以它不需要指向兄弟的指针；

B^* 树的分裂：当一个结点满时，如果它的下一个兄弟结点未满，那么将一部分数据移到兄弟结点中，再在原结点插入关键字，最后修改父结点中兄弟结点的关键字（因为兄弟结点的关键字范围改变了）；如果兄弟也满了，则在原结点与兄弟结点之间增加新结点，并各复制1/3的数据到新结点，最后在父结点增加新结点的指针；

所以，B^* 树分配新结点的概率比B+树要低，空间使用率更高。