DOI:10.19343/j.cnki.11-1302/c.2009.10.013
第26卷第10期 统计研究 Vol. 26, No 10
2009年10月 Statistical Research Oct. 2009

基于多目标优化和效用理论的高阶矩动态组合投资*

蒋翠侠 许启发 张世英

内容提要:存在高阶矩风险偏好条件下,组合投资选择必须考虑最大化收益、偏度和最小化方差、峰度四个相互冲突的目标。同时,考虑到高阶矩风险的时变特征,应建立高阶矩动态组合投资模型。基于多目标优化技术和效用理论,讨论了高阶矩动态组合投资模型的构建,并利用MATLAB软件中的非线性优化函数fmincon对模型进行了求解,从理论和实证两个层面对两类模型进行对比。

关键词:动态组合投资;高阶矩;多目标优化;效用函数
中图分类号:O212 文献标识码:A 文章编号:1002-4565(2009)10-0073-07

Dynamic Portfolio Analysis for Higher Moments Based on Multi-objective Programming and Utility Theory

Jiang Cuixia Xu Qifa Zhang Shiying

Abstract: Higher moments risk cannot be neglected in portfolio analysis. The optimal portfolio must address the trade-off between conflicting objectives, such as maximizing the expected rate of return and positive skewness, and simultaneously minimizing the variance and kurtosis. Furthermore, since the higher moments risk is time-variant, it is necessary to consider a dynamic portfolio model. Based on multi-objective programming technique and utility function theory, this paper establishes the dynamic portfolio model under higher moments and solves it using a nonlinear programming function "fmincon" in MATLAB. We also compare the proposed two models from the view of both theory and empiric.

Key words: Dynamic Portfolio; Higher Moments; Multi-objective Programming; Utility Function

一、引言

自Markowitz(1952)创造性地提出用于组合投资决策的均值—方差分析模型以来,组合投资主要基于均值和方差两个参数进行选择[1]。然而,当投资决策被限制在一个有限的时间区间上,Samuelson(1970)证明了组合投资选择与高阶矩有关以及均值—方差有效的不充分性[2]。金融资产收益具有非正态性,往往服从非对称或厚尾分布。如果投资者的效用函数比二次还高或资产收益不服从正态分布[2-5]。一些学者(如:Samuelson(1970), Rubinstein(1973), Scott和Horvath(1980), Konno和Suzuki(1995)等,建议组合投资分析与风险管理需要被扩展到高阶矩风险情形,最近,一些学者利用新技术来讨论高阶矩风险条件下的组合投资选择问题。Lai(1991)和Sunh等(2003)使用了多项式目标优化技术(polynomial goal programming, PGP)研究了带有偏度风险的组合投资问题[6 7]。他们关注金融资产的前三阶矩,即在均值—方差—偏度框架下讨论问题。

实际上,峰度可以反映极值事件的概率,大的峰度意味着极值事件发生的可能性越大。因此,有必要在均值—方差—偏度—峰度框架下构建组合投资选择模型。Jondeau等(2006)通过效用函数,将峰度引入到组合投资决策模型中[8]。Lai等(2006)通过引入投资者的个人偏好和目标,并利用多目标优化技术将这些冲突的目标:最大化收益与偏度、最小化方差和峰度组合在一起形成了M-V-S-K模型来解决

*本文获国家自然科学基金项目(70471050, 70671074);教育部人文社会科学研究青年基金项目(08JC790062);中国博士后科学基金项目(20060400192);全国统计科研计划重点项目(2006B07)的资助。

高阶矩风险条件下的组合投资决策问题[9]。

然而,所有这些讨论只是静态地考虑问题,没有考虑到金融风险的动态特征。Mossin(1968),Li 和 Ng(2000)考虑了均值-方差框架下的动态组合投资选择问题[10,11]。毫无疑问,波动性建模(如 GARCH 类模型)为动态金融风险的测度提供了一种工具[12]。通过在 GARCH 模型结构中引入高阶矩,Harvey 等(1999)提出了自回归条件波动、偏度(GARCHS)模型;Leon 等(2005)提出了自回归条件波动、偏度、峰度(GARCHSK)模型[13,14]。许(2006)提出了 NAGARCHSK-M 模型,并讨论了高阶矩波动性建模的一整套方法[15];更进一步,许和张(2007)提出了多元 GARCHSK(MGARCHSK)模型,并基于独立成分分解技术给出多元条件高阶矩波动率估计方法,使得讨论高阶矩风险下的动态组合投资选择成为可能[16]。基于效用函数的 Taylor 展开,蒋等(2007)讨论高阶矩风险条件下的动态组合投资选择问题[17]。

不同于蒋等(2007)的工作,这里通过多目标优化技术构建动态组合投资选择模型,并利用 PGP 方法进行求解,将 Lai 等(2006)的工作由静态扩展到动态。对基于多目标优化技术和效用理论建立的动态组合投资模型,均利用 MATLAB 软件中的非线性优化函数 fmincon 进行求解。最后,从理论和实证两个层面上对两类模型进行比较。

二、动态高阶矩风险测度

Harvey 和 Siddique(1999)基于非中心 t 分布给出了估计条件偏度的方法[13]。Leon 等(2005)考虑到峰度的时变性,提出了 GARCHSK 模型[14]。通过对误差项的正态密度进行 Gram-Charlier 展开对模型的参数进行估计,该估计方法比非中心 t 分布更为简便。显然,能够成功测度单个金融资产动态高阶矩风险的一元 GARCHSK 模型无法同时测度多个金融资产的高阶矩风险,而这一点对动态组合投资决策至关重要。许和张(2007)提出了多元 GARCHSK 模型,这里对其简述如下。

(一)多元 GARCHSK 模型

多元 GARCHSK 的向量表达如式(1):

$$\begin{cases} Y_t = M_t + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \mid I_{t-1} \sim D(\mathbf{0}, H_t, S_t, K_t) \\ \eta_t = H_t^{-1/2}\varepsilon_t,\ \eta_t \mid I_{t-1} \sim D(\mathbf{0}, I, S_t^{*}, K_t^{*}) \\ \mathrm{vech}(H_t) = B_0 + \sum_{i=1}^{q_1} B_{1,i}\,\mathrm{vech}(\eta_{t-i}\eta'_{t-i}) \\ \quad + \sum_{j=1}^{p_1} B_{2,j}\,\mathrm{vech}(H_{t-j}) \\ \mathrm{vech}(S_t) = \Gamma_0 + \sum_{i=1}^{q_2} \Gamma_{1,i}\,\mathrm{vech}((\eta_{t-i}\eta'_{t-i}) \otimes \eta'_{t-i}) \\ \quad + \sum_{j=1}^{p_2} \Gamma_{2,j}\,\mathrm{vech}(S_{t-j}) \\ \mathrm{vech}(K_t) = \delta_0 + \sum_{i=1}^{q_3} \delta_{1,i}\,\mathrm{vech}((\eta_{t-i}\eta'_{t-i}) \otimes \eta'_{t-i} \\ \quad \otimes \eta'_{t-i}) + \sum_{j=1}^{p_3} \delta_{2,j}\,\mathrm{vech}(K_{t-j}) \end{cases} \tag{1}$$

式(1)中,I_{t-1} 为直到 t 时刻的信息集;$Y_t = (y_{1t}, \cdots, y_{Nt})'$ 是一个 $N\times 1$ 维列向量,其均值向量为 M_t;$\{\varepsilon_t\}$ 为 $N\times 1$ 维向量随机过程,且 $D(\cdot, \cdot, \cdot,)$ 为包括条件偏度和条件峰度的任意分布。$N\times N$ 矩阵 H_t 为条件方差－协方差矩阵(简记:协方差矩阵);$N\times N^2$ 矩阵 S_t 为条件偏度－协偏度矩阵(简记:协偏度矩阵);$N\times N^3$ 矩阵 K_t 为条件峰度－协峰度矩阵(简记:协峰度矩阵);η_t 为由 ε_t 经 $H_t^{-1/2}\varepsilon_t$ 标准化后的向量;I 为单位矩阵;S_t^{*}, K_t^{*} 分别为 η_t 的条件协偏度矩阵和条件协峰度矩阵;B_0, Γ_0, δ_0 分别为 $N^{(H)}\times 1$、$N^{(S)}\times 1$、$N^{(K)}\times 1$ 维列向量;$B_{1,i}$, $B_{2,j}$ 均为 $N^{(H)}$ 维方阵,$\Gamma_{1,i}$, $\Gamma_{2,j}$ 均为 $N^{(S)}$ 维方阵,$\delta_{1,i}$, $\delta_{2,j}$ 均为 $N^{(K)}$ 维方阵,而 $N^{(H)} = N(N+1)/2$, $N^{(S)} = N(N+1)(N+2)/6$, $N^{(K)} = N(N+1)(N+2)(N+3)/24$;$\mathrm{vech}(\cdot)$ 为向量半算子,能将 $N\times N$ 矩阵的下三角部分堆成一个 $[N(N+1)/2]\times 1$ 列向量;$\otimes$ 为 Kronecker 积。

条件协偏度矩阵和条件协峰度矩阵分别定义为:

$$S_t = \mathrm{E}_{t-1}((Y_t - \mathrm{E}_{t-1}(Y_t))(Y_t - \mathrm{E}_{t-1}(Y_t))' \otimes (Y_t - \mathrm{E}_{t-1}(Y_t))') = \{s_{ijm,t}\} \tag{2}$$

$$K_t = \mathrm{E}_{t-1}((Y_t - \mathrm{E}_{t-1}(Y_t))(Y_t - \mathrm{E}_{t-1}(Y_t))' \otimes (Y_t - \mathrm{E}_{t-1}(Y_t))' \otimes (Y_t - \mathrm{E}_{t-1}(Y_t))') = \{k_{ijmn,t}\} \tag{3}$$

矩阵中各元素分别取:$s_{ijm,t} = \mathrm{E}_{t-1}((y_{it} - \mathrm{E}_{t-1}(y_{it}))(y_{jt} - \mathrm{E}_{t-1}(y_{jt}))(y_{mt} - \mathrm{E}_{t-1}(y_{mt})))$ 和 $k_{ijmn,t} = \mathrm{E}_{t-1}((y_{it} - E_{t-1}(y_{it}))(y_{jt} - E_{t-1}(y_{jt})))(y_{mt} - \mathrm{E}_{t-1}(y_{mt}))(y_{nt} - E_{t-1}(y_{nt})))$。

式(3)中,$\mathrm{E}_{t-1}(\cdot)$ 为条件期望算子。多元 *GARCHSK* 模型较多元 *GARCH* 模型存在更为严重的“维数灾难”问题。基于独立成分分解,建立 *IC-GARCHSK* 模型可以解决多元条件高阶矩波动率的估计问题。

(二)IC-GARCHSK 模型

若 $IC_t=(IC_{1t},IC_{2t},\cdots,IC_{Nt})'$ 是收益向量 $\boldsymbol{Y}_t$ 的N 个独立成分,则 IC_{it} 和$IC_{jt}(i\neq j)$是统计独立的,而且存在可逆矩阵 $\boldsymbol{U}$(称作转换矩阵),使得

$$IC_t=UY_t \tag{4}$$

对式(4)两边同时求条件方差、条件偏度和条件峰度可得:

$$\begin{cases}\mathrm{var}(IC_t\mid I_{t-1})=\mathrm{var}(UY_t\mid I_{t-1})\\=U\mathrm{var}(Y_t\mid I_{t-1})U'=UH_tU'\\ \mathrm{skew}(IC_t\mid I_{t-1})=\mathrm{skew}(UY_t\mid I_{t-1})\\=U\mathrm{skew}(Y_t\mid I_{t-1})(U'\otimes U')=US_t(U'\otimes U')\\ \mathrm{kurt}(IC_t\mid I_{t-1})=\mathrm{kurt}(UY_t\mid I_{t-1})\\=U\mathrm{kurt}(Y_t\mid I_{t-1})(U'\otimes U'\otimes U')\\=UK_t(U'\otimes U'\otimes U')\end{cases} \tag{5}$$

式(5)实际上建立起原始时间序列的条件方差－协方差、条件偏度－协偏度、条件峰度－协峰度矩阵与其独立成分的条件方差－协方差、条件偏度－协偏度、条件峰度－协峰度矩阵之间的对应关系。而独立成分的条件方差－协方差、条件偏度－协偏度和条件峰度－协峰度矩阵是对角矩阵,对角线上的元素分别为对应独立成分的条件方差、条件偏度和条件峰度。

因此,一旦得到 $\boldsymbol{Y}_t$ 的独立成分分解 $\boldsymbol{IC}_t=\boldsymbol{UY}_t$,就可以利用一元GARCHSK 模型分别估计各个独立成分的条件方差、条件偏度和条件峰度。

$$\begin{cases}\xi_{lt}^{(H)}=w^{(H)}+\sum_{i=1}^{q_1}\alpha_{li}^{(H)}\left(\eta_{l,t-i}^{(H)}\right)^2+\sum_{j=1}^{p_1}\beta_{lj}^{(H)}\xi_{l,t-j}^{(H)}\\ \xi_{lt}^{(S)}=w^{(S)}+\sum_{i=1}^{q_2}\alpha_{li}^{(S)}\left(\eta_{l,t-i}^{(S)}\right)^3+\sum_{j=1}^{p_2}\beta_{lj}^{(S)}\xi_{l,t-j}^{(S)};\\ \xi_{lt}^{(K)}=w^{(K)}+\sum_{i=1}^{q_3}\alpha_{li}^{(K)}\left(\eta_{l,t-i}^{(K)}\right)^4+\sum_{j=1}^{p_3}\beta_{lj}^{(K)}\xi_{l,t-j}^{(K)}\end{cases}$$

$$(l=1,2,\cdots,N) \tag{6}$$

式(6)中,$\xi_{lt}^{(H)}$, $\xi_{lt}^{(S)}$, $\xi_{lt}^{(K)}$ 分别为第 l 个独立成分的 $IC_{lt}(l=1,2,\cdots,N)$的条件方差、条件偏度和条件峰度。

(三)动态高阶矩风险估计

在获得独立成分的条件高阶矩波动率后,在式(5)各方程的左右两边分别左乘和右乘对应矩阵的逆,从而得到 $\boldsymbol{Y}_t$ 的条件方差－协方差矩阵、条件偏度－协偏度矩阵和条件峰度－协峰度矩阵分别为

$$\begin{cases}H_t=U^{-1}\Xi_t^{(H)}U'^{-1}\\ S_t=U^{-1}\Xi_t^{(S)}(U'\otimes U')^{-1}\\ K_t=U^{-1}\Xi_t^{(K)}(U'\otimes U'\otimes U')^{-1}\end{cases} \tag{7}$$

式中:$l=1,2,\cdots,N$ 分别代表第 l 个独立成分;$\Xi_t^{(H)}=\mathrm{diag}(\xi_{1t}^{(H)},\xi_{2t}^{(H)},\cdots,\xi_{Nt}^{(H)})$、$\Xi_t^{(S)}=\mathrm{diag}(\xi_{1t}^{(S)},\xi_{2t}^{(S)},\cdots,\xi_{Nt}^{(S)})$和 $\Xi_t^{(K)}=\mathrm{diag}(\xi_{1t}^{(K)},\xi_{2t}^{(K)},\cdots,\xi_{Nt}^{(K)})$分别为独立成分条件方差－协方差矩阵、条件偏度－协偏度矩阵和条件峰度－协峰度矩阵,其非主对角线上元素为 0。从而由式(7)可以实现对多元条件高阶矩波动率:条件方差－协方差、条件偏度－协偏度和条件峰度－协峰度的估计。

三、动态组合投资选择

(一)基于多目标优化的动态组合投资模型

1. 动态组合投资模型构建。

这里假定:市场是出清的,没有税收和交易成本的存在,资产具有无限可分性;投资者的财富根据 $t-1$ 时刻的分配比例 $\boldsymbol{X}_{t-1}=(X_{1,t-1},X_{2,t-1},\cdots,X_{N,t-1})'$配置到$N$ 个风险资产上,其 t 时刻的收益向量为 $R_t=(R_{1,t},R_{2,t},\cdots,R_{N,t})'$,这样便形成一个投资组合,且其收益为 $R_{p,t}=\boldsymbol{X}'_{t-1}R_t$。

假设第 $i(i=1,2,\cdots,N)$个风险资产收益 $R_{i,t}$ 的条件期望、方差、偏度、峰度均存在,则投资组合收益的条件期望、方差、偏度、峰度可由下式计算。

$$\begin{cases}\mu_{p,t}(X_{t-1})=\mathrm{E}_{t-1}[R_{p,t}]=X'_{t-1}\mathrm{E}_{t-1}(R_t)=X'_{t-1}\mu_t\\ \sigma_{p,t}^2(X_{t-1})=\mathrm{E}_{t-1}[(R_{p,t}-\mu_{p,t})^2]\\=\mathrm{E}_{t-1}(X'_{t-1}(R_t-\mu_t))^2=X'_{t-1}H_tX_{t-1}\\ s_{p,t}^3(X_{t-1})=\mathrm{E}_{t-1}[(R_{p,t}-\mu_{p,t})^3]\\=\mathrm{E}_{t-1}(X'_{t-1}(R_t-\mu_t))^3=X'_{t-1}S_t(X_{t-1}\otimes X_{t-1})\\ k_{p,t}^4(X_{t-1})=\mathrm{E}_{t-1}[(R_{p,t}-\mu_{p,t})^4]\\=\mathrm{E}_{t-1}(X'_{t-1}(R_t-\mu_t))^4\\=X'_{t-1}K_t(X_{t-1}\otimes X_{t-1}\otimes X_{t-1})\end{cases} \tag{8}$$

式中,$\mu_t=\mathrm{E}_{t-1}(R_t)=(\mathrm{E}_{t-1}R_{1,t},\mathrm{E}_{t-1}R_{2,t},\cdots,\mathrm{E}_{t-1}R_{N,t})'$为风险资产的条件期望收益向量。

在组合投资选择中,式(8)中的四个目标是相互冲突的,现在使用多目标优化技术将这些冲突的目标组合在一起。根据 Scott 和 Horvath(1980)的研究结果:投资者喜欢正的收益和正的偏度而厌恶方差

和峰度,故应让条件期望、偏度最大化而条件方差、峰度最小化,构造带有高阶矩风险的动态组合投资模型[4]。动态M-V-S-K模型表达如下:

$$(\mathrm{P1})\begin{cases}\max \mu_{p,t}(X_{t-1}) = X'_{t-1}\mu_t \\ \min \sigma^2_{p,t}(X_{t-1}) = X'_{t-1}H_tX_{t-1} \\ \max s^3_{p,t}(X_{t-1}) = X'_{t-1}S_t(X_{t-1}\otimes X_{t-1}) \\ \min k^4_{p,t}(X_{t-1}) = X'_{t-1}K_t(X_{t-1}\otimes X_{t-1}\otimes X_{t-1}) \\ \text{s.t.}\quad X'_{t-1}\boldsymbol{I} = 1 \\ \qquad X_{i,t-1}\geqslant 0\,(i=1,2,\cdots,N)\end{cases} \tag{9}$$

式中,$1=(1,1,\cdots,1)'$为元素均为1的$N\times 1$向量。

2. 基于PGP方法的求解。

对于问题(P1)的求解,一个简单而有效的办法就是将多目标问题转化为单目标问题,分别考虑不同的目标,最后再将这些单目标组合在一起。Lai等(2006)提出了多项式目标优化方法来组合这些目标[9]。不同于他们的工作,这里考虑到风险的时变特征,提出了带有高阶矩风险条件下的动态组合投资选择模型。

让$d_{1,t}$, $d_{2,t}$, $d_{3,t}$, $d_{4,t}$为目标变量,分别代表最优条件期望$\mu_{p,t}$、方差$\sigma^2_{p,t}$、偏度$s^3_{p,t}$、峰度$k^4_{p,t}$与t时刻满意水平$\tilde{\mu}_{p,t}$, $\tilde{\sigma}^2_{p,t}$, $\tilde{s}^3_{p,t}$, $\tilde{k}^4_{p,t}$之间的偏差。t时刻的满意水平表示在不考虑其他目标条件下一个特定单目标的最优水平,而这些满意水平可以由下面四个独立的子问题来确定。

$$(\mathrm{P2a})\begin{cases}\max \tilde{\mu}_{p,t}(X_{t-1}) = X'_{t-1}\mu_t \\ \text{s.t.}\quad X'_{t-1}1 = 1 \\ \qquad X_{i,t-1}\geqslant 0\,(i=1,2,\cdots,N)\end{cases} \tag{10}$$

$$(\mathrm{P2b})\begin{cases}\min \tilde{\sigma}^2_{p,t}(X_{t-1}) = X'_{t-1}H_tX_{t-1} \\ \text{s.t.}\quad X'_{t-1}1 = 1 \\ \qquad X_{i,t-1}\geqslant 0\,(i=1,2,\cdots,N)\end{cases} \tag{11}$$

$$(\mathrm{P2c})\begin{cases}\max \tilde{s}^3_{p,t}(X_{t-1}) = X'_{t-1}S_t(X_{t-1}\otimes X_{t-1}) \\ \text{s.t.}\quad X'_{t-1}1 = 1 \\ \qquad X_{i,t-1}\geqslant 0\,(i=1,2,\cdots,N)\end{cases} \tag{12}$$

$$(\mathrm{P2d})\begin{cases}\min \tilde{k}^4_{p,t}(X_{t-1}) = X'_{t-1}K_t(X_{t-1}\otimes X_{t-1}\otimes X_{t-1}) \\ \text{s.t.}\quad X'_{t-1}1 = 1 \\ \qquad X_{i,t-1}\geqslant 0\,(i=1,2,\cdots,N)\end{cases} \tag{13}$$

这样问题(P1)中的多目标决策可以利用PGP方法转化为单目标决策,其模型如下

$$(\mathrm{P3})\begin{cases}\min Z_t = \left|\dfrac{d_{1,t}}{\tilde{\mu}_{p,t}}\right|^{\lambda_1} + \left|\dfrac{d_{2,t}}{\tilde{\sigma}^2_{p,t}}\right|^{\lambda_2} + \left|\dfrac{d_{3,t}}{\tilde{s}^3_{p,t}}\right|^{\lambda_3} + \left|\dfrac{d_{4,t}}{\tilde{k}^4_{p,t}}\right|^{\lambda_4} \\ \text{s.t.}\quad X'_{t-1}\mu_t + d_{1,t} = \tilde{\mu}_{p,t}(X_{t-1}) \\ \qquad X'_{t-1}H_tX_{t-1} - d_{2,t} = \tilde{\sigma}^2_{p,t}(X_{t-1}) \\ \qquad X'_{t-1}S_t(X_{t-1}\otimes X_{t-1}) + d_{3,t} = \tilde{s}^3_{p,t}(X_{t-1}) \\ \qquad X'_{t-1}K_t(X_{t-1}\otimes X_{t-1}\otimes X_{t-1}) - d_{4,t} = \tilde{k}^4_{p,t}(X_{t-1}) \\ \qquad X'_{t-1}1 = 1 \\ \qquad X_{i,t-1}\geqslant 0\,(i=1,2,\cdots,N) \\ \qquad d_{j,t}\geqslant 0\,(j=1,2,3,4)\end{cases} \tag{14}$$

式中,引入的四个参数λ_1、λ_2、λ_3、λ_4分别体现投资者对均值、方差、偏度和峰度风险的不同偏好;在目标函数中,为了消除时变的均值、方差、偏度、峰度等量纲的差异,采用了让偏差与对应的满意水平作比值,即$\dfrac{d_{1,t}}{\tilde{\mu}_{p,t}}$, $\dfrac{d_{2,t}}{\tilde{\sigma}^2_{p,t}}$, $\dfrac{d_{3,t}}{\tilde{s}^3_{p,t}}$, $\dfrac{d_{4,t}}{\tilde{k}^4_{p,t}}$。

根据Lai(1991)的工作,问题(P3)求解由两个步骤来完成[6]。首先,由问题(P2a)至问题(P2d)得到t时刻满意水平$\tilde{\mu}_{p,t}$、$\tilde{\sigma}^2_{p,t}$、$\tilde{s}^3_{p,t}$和$\tilde{k}^4_{p,t}$。其次,将这些满意水平代入问题(P3),得到t时刻Z_t的最小值。而由问题(P3)求得的时变权重$\boldsymbol{X}_{t-1}=(X_{1,t}, X_{2,t}, \cdots, X_{N,t})'$就构成了高阶矩风险条件下最优动态组合投资选择的基础。

(二)基于效用理论的动态组合投资模型

1. 效用函数与高阶矩风险。

现在从投资者的效用函数出发进行有关讨论。假定投资者期初财富为1、第t期末财富为W_t,并基于期末财富W_t的效用$U(W_t)$最大化进行资产配置。为了获得条件高阶矩对组合投资的影响,对效用函数进行Taylor展开,得到

$$U(W_t) = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{U^{(k)}(\overline{W}_t)(W_t-\overline{W}_t)^k}{k!} \tag{15}$$

式中,$\overline{W}_t = E_{t-1}(W_t) = E_{t-1}(1+R_{p,t}) = E_{t-1}(1+X'_{t-1}R_t) = 1+X'_{t-1}\mathrm{E}_{t-1}(R_t) = 1+X'_{t-1}\mu_t = 1+\mu_{p,t}$为第$t$期末的期望财富。对式(15)两边取条件期望,可以得到条件期望效用为

$$\mathrm{E}_{t-1}(U(W_t)) = \mathrm{E}_{t-1}\left(\sum_{k=0}^{\infty}\frac{U^{(k)}(\overline{W}_t)(W_t-\overline{W}_t)^k}{k!}\right) = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{U^{(k)}(\overline{W}_t)}{k!}\mathrm{E}_{t-1}((W_t-\overline{W}_t)^k) \tag{16}$$

因此,条件期望效用取决于期末财富分布的所有条

件中心矩。对式(16)进行四阶截断,得到

$$E_{t-1}(U(W_t)) = U(\overline{W}_t) + U^{(1)}(\overline{W}_t)E_{t-1}(W_t - \overline{W}_t) + \frac{1}{2}U^{(2)}(\overline{W}_t)E_{t-1}((W_t-\overline{W}_t)^2)+\frac{1}{3!}U^{(3)}(\overline{W}_t)E_{t-1}((W_t-\overline{W}_t)^3)+\frac{1}{4!}U^{(4)}(\overline{W}_t)E_{t-1}((W_t-\overline{W}_t)^4)+O(W_t^4) \tag{17}$$

因为,$W_t - \overline{W}_t = (1+R_{p,t}) - (1+\mu_{p,t}) = R_{p,t} - \mu_{p,t}$。所以,财富的条件中心矩和投资组合收益率的条件中心矩①之间存在如下关系

$$\begin{cases} \mu_{p,t} = E_{t-1}(R_{p,t}) = \boldsymbol{X}'_{t-1}\mu_t \\ \sigma^2_{p,t} = E_{t-1}((R_{p,t}-\mu_{p,t})^2) = E_{t-1}((W_t-\overline{W}_t)^2) \\ s^3_{p,t} = E_{t-1}((R_{p,t}-\mu_{p,t})^3) = E_{t-1}((W_t-\overline{W}_t)^3) \\ k^4_{p,t} = E_{t-1}((R_{p,t}-\mu_{p,t})^4) = E_{t-1}((W_t-\overline{W}_t)^4) \end{cases} \tag{18}$$

因此,式(17)可以转化为由投资组合收益率的条件高阶矩来近似,即

$$E_{t-1}(U(W_t)) \approx U(\overline{W}_t) + \frac{1}{2}U^{(2)}(\overline{W}_t)\sigma^2_{p,t} + \frac{1}{3!}U^{(3)}(\overline{W}_t)s^3_{p,t} + \frac{1}{4!}U^{(4)}(\overline{W}_t)k^4_{p,t} \tag{19}$$

2. 动态组合投资模型构建。

为了获得投资者在 N 个风险资产上的时变投资组合权重,需要对效用函数进行具体设定。这里,考虑一个常绝对风险厌恶(constant absolute risk aversion, CARA)效用函数 $U(W_t) = -\exp(-\rho W_t)$,这里 ρ 为投资者常绝对风险厌恶的测度参数。则条件期望效用函数可具体化为

$$E_{t-1}[U(W_t)] \approx -\exp(-\rho\overline{W}_t)\left[1+\frac{\rho^2}{2}\sigma^2_{p,t} - \frac{\rho^3}{3!}s^3_{p,t} + \frac{\rho^4}{4!}k^4_{p,t}\right] = -\exp[-\rho(1+\mu_{p,t})]\left[1+\frac{\rho^2}{2}\sigma^2_{p,t} - \frac{\rho^3}{3!}s^3_{p,t} + \frac{\rho^4}{4!}k^4_{p,t}\right] \tag{20}$$

这样,基于效用理论可以构造高阶矩风险条件下动态组合投资模型为下面的最优化问题:

$$\begin{cases} \max\limits_{X_{t-1}} E_{t-1}(U(W_t)) = E_{t-1}(U(\mu_{p,t}, \sigma^2_{p,t}, s^3_{p,t}, k^4_{p,t})) \\ = -e^{-\rho(1+\mu_{p,t})}\left(1+\frac{\rho^2}{2}\sigma^2_{p,t} - \frac{\rho^3}{3!}s^3_{p,t} + \frac{\rho^4}{4!}k^4_{p,t}\right) \\ \text{s.t.}\ X'_{t-1}I = 1 \\ \quad X_{i,t} \geqslant 0 (i=1,2,\cdots,N) \end{cases} \tag{21}$$

式中,投资组合的条件期望 $\mu_{p,t}$、条件方差 $\sigma^2_{p,t}$、条件偏度 $s^3_{p,t}$、条件峰度 $k^4_{p,t}$ 均为组合权重 $\boldsymbol{X}_{t-1}$ 的函数。

四、实证研究

(一)数据选取与分析

选择五个证券指数作为研究对象,分别用符号:S&P500、HKHS、JN、STI 和 CISSM 代表标准普尔 500 指数、香港恒生指数、日经指数、海峡指数和上证综合指数的日度收盘价,样本区间为 2004 年 1 月 5 日至 2007 年 4 月 27 日,剔除节假日和非同步交易日,样本容量为:$N=752$。数据来自雅虎金融网站:http://finance.yahoo.com/和 http://cn.finance.yahoo.com/,证券指数收益由 $r_t = \ln P_t - \ln P_{t-1}$ 得到,其中 P_t 为 t 时刻各指数按照派息和拆股调整后的收盘价。

表 1 给出各证券指数收益序列的基本统计性质。由表 1 可知,在样本观察期间内,各证券价格指数的平均收益均为正;除了 CISSM 以外,其他证券指数收益偏度统计值为负,意味着收益存在着巨大下跌的可能;峰度统计值表明各指数收益分布具有比正态分布更肥的尾部。服从 $\chi^2(2)$ 分布的 Jarque-Bera 统计检验结果,拒绝了收益序列服从正态分布的假定。因此,仅从收益序列的前二阶矩进行组合投资,存在一定的局限性,只有从高阶矩的角度研究组合投资选择问题,才能较好地避免金融风险的影响。

表 1　收益序列基本统计特征

	S&P500	HKHS	JN	STI	CISSM
平均值	0.0004	0.0006	0.0006	0.0008	0.0012
标准差	0.0071	0.0096	0.0113	0.0085	0.0157
偏度	-0.1135	-0.384	-0.3298	-0.6519	0.2542
峰度	4.333	4.5168	4.2311	5.7543	7.4913
Jarque-Bera 检验	56.247*	89.242*	60.117*	287.74*	633.68*

注:* 表示 1% 显著性水平下显著。

(二)动态高阶矩风险测度与表现

首先,利用 Hyvärinen 等(1997)的不动点算法进行独立成分分解[18],得到五支股票价格指数收益的五个独立成分(IC1, IC2, IC3, IC4, IC5)的分解结果。

其次,根据 Leon 等(2005)的工作,可以分别得到五个独立成分的一元 GARCHSK(1, 1; 1, 1; 1, 1)的估计结果见表 2。

① 这里偏度与峰度采用金融上的定义,将其定义为高阶中心矩,而不是统计上的标准化的高阶中心矩。

表2 GARCHSK(1,1;1,1;1,1)模型估计结果

	参数	IC1	IC2	IC3	IC4	IC5
方差方程	β_0	0.0135	0.0645	0.0212	0.0355	0.0305
	β_1	0.0312	0.0407	0.0558	0.0705	0.0415
	β_2	0.9547	0.8950	0.9256	0.8953	0.9277
偏度方程	γ_0	0.0222	0.0234	0.0462	0.0173	0.0506
	γ_1	0.2455	0.0840	0.1967	0.0338	0.1328
	γ_2	0.6064	0.6987	0.6792	0.4967	0.7427
峰度方程	δ_0	0.0433	0.0032	0.0205	0.0174	0.0570
	δ_1	0.0943	0.0352	0.0531	0.0411	0.0590
	δ_2	0.5275	0.5709	0.4985	0.5622	0.6109
对数似然函数值		−93.45	−112.84	−116.25	−115.61	−91.73

接着可以得到五个独立成分的条件高阶矩波动率估计 $\Xi_t^{(H)}$,$\Xi_t^{(S)}$ 和 $\Xi_t^{(K)}$。

最后,将 $\Xi_t^{(H)}$,$\Xi_t^{(S)}$ 和 $\Xi_t^{(K)}$ 分别代入式(7),则可以得到用于描述五支股票收益动态高阶矩风险的条件协方差矩阵 $\boldsymbol{H}_t$、条件协偏度矩阵 $\boldsymbol{S}_t$ 和条件协峰度矩阵 K_t 的估计。根据前面的讨论,当 $N=5$ 时,在 t 时刻条件协方差矩阵 H_t 中有 $N^{(H)}=15$ 个方差和协方差;条件协偏度矩阵 S_t 中有 $N^{(S)}=35$ 个偏度和协偏度;条件协峰度矩阵 K_t 中有 $N^{(K)}=70$ 个峰度和协峰度。

估计结果显示,类似于条件方差的时变性,条件偏度和条件峰度中也存在"大幅波动后面紧跟着大幅波动,而小幅波动后面紧跟着小幅波动"的现象。即条件高阶矩风险也存在波动聚集性。

(三)动态组合投资模型求解

在基于多目标优化构造的高阶矩动态组合投资模型中,四个参数 λ_1, λ_2, λ_3, λ_4 体现了投资者对收益、方差、偏度和峰度的不同偏好,其取值称为偏好集。当 λ_1, λ_2, λ_3, λ_4 取(1, 1, 1, 1)时,意味着投资者将收益、方差、偏度和峰度四个因素视为同等重要;当 λ_1, λ_2, λ_3, λ_4 取(1, 1, 0, 0)时,意味着投资者只考虑收益与方差,这是Markowitz(1952)的均值-方差模型在动态条件下的推广;当 λ_1, λ_2, λ_3, λ_4 取(3, 1, 1, 1)时,意味着投资者更加看重收益;当 λ_1, λ_2, λ_3, λ_4 取(1, 3, 1, 1)时,意味着投资者更加看重方差风险;当 λ_1, λ_2, λ_3, λ_4 取(1, 1, 3, 3)时,意味着投资者更加看重偏度风险和峰度风险。

实证中,首先利用单目标优化技术对问题(P2a)至问题(P2d)在MATLAB中进行编程[①]计算,得到条件均值、条件方差、条件偏度和条件峰度的满意水平取值。将偏好集中的这些取值分别代入式(14)中,再次利用MATLAB语言进行编程求解,得到其最优组合投资权重、最优收益与风险的计算结果。

为反映动态组合投资的效果,这里将其与等权静态组合投资进行对比。假定某个投资者将其财富均匀地分配在五个金融资产上,投资期内组合投资权重始终保持不变,即 $w_t=(1/5, 1/5, 1/5, 1/5, 1/5)'$, $t=2, 3, \cdots, T$。根据不同的组合投资策略,可以得到其在所有时刻的收益、方差、偏度、峰度,为比较其组合投资效果,计算样本区间内收益、方差、偏度、峰度的均值和标准差,结果见表3。

由表3,就整个动态组合投资期间内各指标的平均值来看,总体上方差风险、偏度风险和峰度风险得到了较好的分散,其大小较单个股指收益对应的各阶矩风险低若干个数量级;基于动态M-V-S-K模型得到的平均收益均为正值,并且高于由等权模型得到的平均收益,而由效用函数模型得到的平均收益均为负值;由等权模型得到的方差最小,基于动态M-V-S-K模型得到的方差次小,而由效用函数模型得到的方差最大;由动态M-V-S-K模型得到的偏度最大,等权模型得到的偏度次之,而由效用函数模型得到的偏度为负值;基于动态M-V-S-K模型得到的峰度小于等权模型的峰度(除A2与A3两种组合外),而由效用函数模型得到的峰度最大。就整个动态组合投资期间内各指标的标准差来看,基于效用函数模型得到的各指标的标准差均高于其他两个模型得到的结果,而基于动态M-V-S-K模型得到的各指标的标准差比基于等权模型得到的结果还要低(除A2组合外)。综上述,与其他两个模型相比,基于动态M-V-S-K模型进行动态组合投资能够使各指标的结果达到最优,并且取得的效果最为稳定。

在动态M-V-S-K模型中,对于组合A2,由于没有考虑风险的影响,投资者追求收益最大化,导致投资者得到最大的平均投资组合收益为 6.1164×10^{-3},然而其各阶矩风险也是最高的,尤其是平均峰度风险达到 10.3350×10^{-10};将组合A3、A4、A5进行对比,当投资者将更关注收益转变到更关注风险时,得到的投资组合收益在不断减小,同时各阶矩风险也在降低(偏度值在增大,这是投资者希望看到的)。

① 在进行优化求解时,使用了非线性优化函数"fmincon"。

表 3　　组合投资效果比较

模型	类型		均值		方差		偏度		峰度	
M-V-S-K 模型	组合	λ_1, λ_2, λ_3, λ_4	平均值 $\times10^{-3}$	标准差 $\times10^{-3}$	平均值 $\times10^{-5}$	标准差 $\times10^{-5}$	平均值 $\times10^{-8}$	标准差 $\times10^{-8}$	平均值 $\times10^{-10}$	标准差 $\times10^{-10}$
	A1	(1, 1, 1, 1)	3.3689	5.2099	4.7117	1.7610	3.7637	17.5680	3.7190	9.0006
	A2	(1, 1, 0, 0)	6.1164	5.8819	5.0296	2.0286	9.3749	40.5380	10.3350	32.0630
	A3	(3, 1, 1, 1)	3.7779	4.9774	4.8246	1.8928	3.4267	16.8940	3.9739	9.8990
	A4	(1, 3, 1, 1)	3.5744	5.3492	4.7406	1.8138	3.7016	17.0620	3.6757	8.8102
	A5	(1, 1, 3, 3)	3.5283	5.3403	4.7346	1.8030	3.8817	17.6920	3.6464	8.2211
效用函数模型	组合	ρ	平均值 $\times10^{-3}$	标准差 $\times10^{-3}$	平均值 $\times10^{-5}$	标准差 $\times10^{-5}$	平均值 $\times10^{-8}$	标准差 $\times10^{-8}$	平均值 $\times10^{-10}$	标准差 $\times10^{-10}$
	B1	0.1	−4.5783	11.2190	7.3082	7.5192	−33.8730	380.4600	82.1100	575.5800
	B2	0.5	−8.6655	10.4900	11.1710	10.6660	−27.8690	477.5300	130.1900	669.5800
	B3	1.0	−8.8751	10.3970	11.6650	11.0160	−26.7940	479.5700	133.3200	669.5300
	B4	2.0	−8.5541	10.5570	10.9690	10.6240	−28.0120	476.3900	128.2400	669.5200
	B5	5.0	−10.2448	8.3108	5.9904	4.3807	−8.5846	248.5500	24.7990	463.2600
等权模型	—		平均值 $\times10^{-3}$	标准差 $\times10^{-3}$	平均值 $\times10^{-5}$	标准差 $\times10^{-5}$	平均值 $\times10^{-8}$	标准差 $\times10^{-8}$	平均值 $\times10^{-10}$	标准差 $\times10^{-10}$
	—		0.7721	6.8081	4.6763	1.4329	3.6870	18.7330	3.8958	9.1280

在效用函数模型中，当投资者的风险厌恶程度由低到高时（ρ 的取值逐渐增加），投资者有效地规避了相应的高阶矩风险，同时获得的投资组合收益也在逐渐减少。

五、结论

在动态高阶矩风险测度的基础上，基于多目标优化技术和效用理论分别建立了带有非负权重约束的高阶矩动态组合投资模型，并对全球几个主要的股票市场进行了实证研究。结果显示，金融市场不仅存在高阶矩风险，而且高阶矩风险具有时变性；高阶矩风险对组合投资决策存在显著影响，要有效地规避其动态影响，必须实施考虑高阶矩风险的动态组合投资决策。文中所建立的高阶矩动态组合投资模型能够较好地分散高阶矩风险，并且由动态 M-V-S-K 模型得到的动态组合投资效果最优。

参考文献

[1] Markowitz H M. Portfolio selection[J]. The Journal of Finance, 1952, 7(1): 77—91.

[2] Samuelson P. The fundamental approximation of theorem of portfolio analysis in terms of means, variance and higher moments[J]. Review of Economics Studies, 1970(37): 537—542.

[3] Rubinstein M E. A comparative statics analysis of risk premiums[J]. The Journal of Business, 1973(12): 605—615.

[4] Scott R C, Horvath P A. On the direction of preference for moments of higher than the variance[J]. Journal of Finance, 1980(35): 915—919.

[5] Konno H, Suzuki K. A mean-variance-skewness optimization model[J]. Journal of the Operations Research of Japan, 1995(38): 137—187.

[6] Lai T Y. Portfolio selection with skewness: a multiple-objective approach[J]. Review of Quantitative Finance and Accounting, 1991(1): 293—305.

[7] Sunh Q, Yan Y. Skewness persistence with optimal portfolio selection[J]. Journal of Banking and Finance, 2003(27): 1111—1121.

[8] Jondeau E, Rockinger M. Optimal portfolio allocation under higher moments[J]. European Financial Management, 2006, 12(1): 29—55.

[9] Lai K K, Yu L, Wang S Y. Mean-variance-skewness-kurtosis-based portfolio optimization[A]. in: proceedings of the first international multi-symposiums on computer and computational Sciences[C]. 2006, 2: 292—297.

[10] Mossin J. Optimal multi-period portfolio policies[J]. Journal of Business, 1968(41): 215—229.

[11] Li D, Ng W L. Optimal dynamic portfolio selection: multiperiod mean-variance formulation[J]. Mathematical Finance, 2000, 10(3): 387—406.

[12] Bollerslev T. Generalized autoregressive conditional heteroskedastisity[J]. Journal of Econometrics, 1986(31): 307—327.

[13] Harvey C R, Siddique A. Autoregressive conditional skewness[J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1999, 34(4): 465—487.

[14] Leon A, Rubio G, Serna G. Autoregresive conditional volatility, skewness and kurtosis[J]. The Quarterly Review of Economics and Finance, 2005(45): 599—618.

[15] 许启发. 高阶矩波动性建模[J]. 数量经济技术经济研究, 2006, 23(12): 135—145.

[16] 许启发, 张世英. 多元条件高阶矩波动性建模[J]. 系统工程学报, 2007, 22(1): 1—8.

公开信息和私人信息的识别与中国股市的过度自信研究*

王 郧 欧阳红兵

内容提要:本文是对中国股票市场过度自信问题所作的实证研究。本文在投资者对公开信息和私人信息有不同反应的假设基础上,建立一个两变量向量自回归模型,着重考察了A股市场价值加权和平均加权的股票收益率和交易量对私人信息和公开信息冲击的不同反应。实证结果表明:与美国股市的情况类似,中国A股市场上投资者对公开信息反应不足,而对私人信息反应过度,并且私人信息短期内可以造成剧烈冲击,而公开信息冲击较小且不持久,投资者确实存在过度自信现象。

关键词:过度自信;交易量;公开信息;私人信息
中图分类号:C812　　文献标识码:A　　文章编号:1002—4565(2009)10—0080—08

On the Identification of Public Information and Private Information and the Overconfidence in China's Stock Markets

Wang Yun &Ouyang Hongbing

Abstract: This paper is an empirical study on the overconfidence effects in China's stock markets. Based on the assumption that investors react differently to public and private information, we set up a Bivariate Vector Auto-regression Model (BVAR) to examine different responses of value-weighted and equal-weighted stock returns and trading volume from public and private information shocks. The results show that, similar with the case in US stock markets, investors under-react to public information and over-react to private information in A-share market. Private information shocks may bring great volatility in the short-run, while private information shocks are weak and cannot persist, i. e., investors have overconfidence features indeed.

Key words: Overconfidence; Trading Volume; Public Information; Private Information

大量认知心理学的文献表明,人是过度自信的,尤其对于其自身知识的准确性过度自信,从而会系统性地低估某类信息并高估其它信息(Gervaris, Heaton &Odean, 2002)。这种现象已成为当代行为金融学的基本假定之一,有关研究不仅显示出证券市场上过度自信的存在,而且可以较好地解释一些

*本文获国家自然科学基金课题"公司治理与内幕交易行为及监管创新研究"(70573034)以及国家985项目"科技发展与人文精神创新基地"资助。

[17] 蒋翠侠,许启发,张世英.金融市场条件高阶矩风险与动态组合投资[J].中国管理科学,2007,15(1):27—33.
[18] Hyvärinen A, Oja E. A fast fixed-point algorithm for independent component analysis[J]. Neural Computation, 1997(9): 1483—1492.

作者简介

蒋翠侠,女,1973年生,安徽砀山人,山东工商学院数学与信息科学学院讲师,获管理学博士学位,研究方向:金融计量与金融工程。

许启发,男,1975年生,安徽和县人,山东工商学院统计学院副教授,获管理学博士学位,研究方向:金融计量与金融工程。

张世英,男,1936年生,北京人,天津大学管理学院教授,博士生导师,研究方向:复杂系统控制与决策、数量经济等。

(责任编辑:周 晶)