学校代码：10488
学　　号：201105710015

武漢科技大学

硕士学位论文

题　　目	基于多目标规划下的风险组合投资模型的应用研究
专　　业	管理科学与工程
研究方向	金融工程
姓　　名	孟祥环
导　　师	张鹏　教授

定稿日期：　2013 年 11 月 15 日

武汉科技大学
研究生学位论文创新性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文是本人在导师指导下，独立进行研究所取得的成果。除了文中已经注明引用的内容或属合作研究共同完成的工作外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。

申请学位论文与资料若有不实之处，本人承担一切相关责任。

论文作者签名： 高祥林 **日期：** 2013年12月3日

研究生学位论文版权使用授权声明

本论文的研究成果归武汉科技大学所有，其研究内容不得以其它单位的名义发表。本人完全了解武汉科技大学有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向有关部门(按照《武汉科技大学关于研究生学位论文收录工作的规定》执行)送交论文的复印件和电子版本，允许论文被查阅和借阅，同意学校将本论文的全部或部分内容编入学校认可的国家相关数据库进行检索和对外服务。

论文作者签名： 高祥林

指导教师签名： 张鹏

日　　　期： 2013年12月3日

分类号：　　　　　　　　　　　　　　　　　　密级：

UDC ：

武漢科技大学

硕 士 学 位 论 文

基于多目标规划下的风险组合投资模型的应用研究

The Applied Research of Risk Portfolio based on Multi-objective Programming Model

孟祥环

指导教师姓名：张鹏 教授

武汉科技大学管理学院

申请学位级别：硕士　　专业名称：管理科学与工程

论文定稿日期：2013-11-15　　论文答辩日期：2013-11-29

学位授予单位：武汉科技大学

学位授予日期：

答辩委员会主席：周　勇　　教授

评　　阅　　人：邓旭东　　教授

冯　军　　副教授

摘 要

论文主要研究方向是投资组合风险的度量问题，马科维兹最早提出的投资组合理论作为一个开放性问题成为近现代学者研究的主要领域。其中，方差、下半方差以及绝对偏差是对收益变量波动大小的度量；VaR、CVaR 则是对资产最坏损失情况的度量。另外，下行风险度量模型包括下半方差、VaR、CVaR 等等。现实中，投资决策所考虑的元素有收益大小和风险大小，收益只需要考虑收入和支出的差额，即为收益。传统意义下的投资组合模型，只是针对风险度量方法的创新，而且风险度量方法的选取相对单一，所以，每种投资组合模型只能针对特定投资群体来应用。

本篇论文的创新之处在于，通过考虑不同风险度量方法的性质，为了扩大投资组合模型的适用范围，我们对几种传统风向度量方法进行组合，从而提出了三种创新模型，即均值-方差-CVaR 模型、均值-绝对偏差-VaR 模型、均值-绝对偏差-CVaR 模型。它们所具有的优势是同时考虑了收益的波动风险和投资者最关心的资产最坏损失风险，这就意味着模型更加贴近现实情况，风险度量更加科学。尤其绝对偏差与 CVaR 的风险组合不仅简化了计算量，同时避免了传统 VaR 所不具有的次可加性，从而使模型更加有效。

论文建立的几组创新模型为多目标决策问题，根据模型特点和实际需要，论文选用了多目标决策方法——约束法，投资者可根据个人偏好选择目标函数，从而增加了模型的应用范围，最后论文结合我国股票市场进行实证研究，最后得出模型可以同时降低波动风险和最坏损失风险，从而降低整体风险，并证明了模型的有效性。

关键词： 均值；绝对偏差；VaR；CVaR；多目标规划；

Abstract

The paper mainly study risk quantification along one of the direction of the portfolio theory research, Markowitz hereby put forward about the investment portfolio risk quantification as an open problem， which have been studied by Many scholars. The traditional risk quantification way pay the most attention to volatility risk of assets; besides，VaR and CVaR are the way of the worst loss risk measurement. In addition, the downside risk measurement model includes semivariance, VaR and CVaR. Reality, revenue and risk could be considered simultaneously, revenue could be calculated by output and input, namely the earnings. The traditional portfolio model only was the innovation of the risk measurement methods,and selection of risk measurement method is relatively single,so,each portfolio model could be applied for a specific investment group.

The innovation of the paper is to expand the scope of application of portfolio model by considering the properties of the different risk measurement method,thus,the paper build three pieces of portfolio model, respectively the mean - variance - CVaR model,the mean-absolute deviation - VaR model，the mean-absolute deviation - CVaR models.The new model have the advantage of considering volatility risk of assets and the worst loss risk at the same time,this means that the model is more close to reality, new methods of risk measurement is more scientific.Especially absolute deviation and the risk of CVaR combination not only simplifies the calculation,but its could improve unsubadditivity of VaR,so as to make more effective model.

The thesis established several groups of innovation model which are multi-objective decision-making problems, according to the characteristics and actual needs, the paper chooses the constraint method which is the solution of multi-objective decision-making problems, investors could make choice by personal preferences, thus increasing the range of application of the mode. combined with the empirical study on the stock market in China, the paper make a conclusion that the new model could reduce the risk of volatility and the worst loss risk, so as to reduce the overall risk, finally the paper proves the validity of the new model.

Keyword : Mean/ Absolute Deviation/VaR/ CVaR/ Multi-objective programming

目 录

第一章 绪论

1.1 研究背景及意义

人们总是在寻找好的投资方法来改善自己的资产状况，当投资者面临投资决策时，那么投资者必定寻求最好的机会进行投资。现实中存在两种基本标准供投资者考虑，一是投资选择一定能带来最大的收益；二是所得收益是稳定，即没有太大风险。如何构建稳定性的风险测量方法一直是投资界的一大难题。投资组合的目的是发现最优的投资选择，它可以依据前面提到的标准满足最好的结果。一般意义上，首先是寻找优质的目标资产，通过其过去的收益表现和投资专家的预测，然后投资者根据分析结果做出选择。所以上世纪五十年代以前，投资组合问题直接缺乏数学基础。

随着经济的快速发展，社会慢慢进入后金融危机时代，市场正逐渐走上成熟，资产管理理论面临着现实的考验，所以，投资组合领域需要进一步的完善与发展，这就要求我们必须切实考虑现实情况下多方面的因素限制，譬如，无风险资产的引入，市场交易量的限制，交易佣金、印花税等交易成本的计算，尤其是在资产风险放大的情况下考虑借入和贷出的情况。

目前，中国投资组合理论的研究还只停留在模型理论的研究，缺乏实践的考验，导致理论与实践的脱节，为了进一步提高国内资产管理及个人理财方面的水平，国内学者需秉承实践第一的原则，从实际出发，考虑多方面的客观因素，尤其我国金融政策相对国外限制因素较多，所以在引入外国先进理论的同时，也要加入中国特色的元素，促使我国金融投资步入国际先进行列。本文研究了多种风险度量方法，及其在投资组合嵌入式中的应用，从而保证风险的情况下，获得收益的最大值。

现代资产组合理论(ModernPortfolioTheory，简称 MPT)作为现在投资金融理论的基础，它的目的主要是是帮助人们能够作出期望效用最大化的投资决策。它研究并且回答了在面临各种相互关联的、确定的、特别是不确定的结果的条件下，理性的投资者应该怎样和是怎样做出投资选择，把一定数量的资金按合适的比例，分散投放在许多不同的资产上，以实现投资者效用最大化的目标，正如前人的经验，不要将所有鸡蛋放在同一只篮子中。

组合投资理论最早是由证券组合理论公认的创始者、美国著名经济学家哈理 •马科维兹（Harry Markowitz）[1][2]于 1952 年系统地提出的。他在其论文《证券投资组合》和之后出版的同名专著中阐述了证券收益和风险分析的主要原理和方法，建立了均值-方差投资组合模型的基本框架，通过模型的优化求解，可以得到投资优化的有效前沿，作为投资者的科学参考。1963 年，在导师马科维茨的指导下，他的学生夏普完成了《投资组合分析的简化模型》,同时标志着单因素模型的诞生，从而使其计算量大大减少。

60 年代初期，William Sharpe [3]，John Lintner [4]和 Jan Mossin [5]共同创建了资本资产定价(CAPM) 模型。该模型定义了 β 系数，并将其选为资产风险度量的指标。如此一来新模型的引入将会解决原有模型计算量较大的问题，同时帮助人们对证券资产的风险价格进

行量化。通过预测证券的期望收益率和标准差的定量关系来考虑已经上市的不同证券价格的合理性。该模型将资产风险分为资产的“系统”风险和“非系统”风险两部分，然而模型假设系统风险不变的情况，所以分散化投资不能避免系统风险。该模型在资产价格分析和预测中被广泛运用，国内外学者通过结合本国资本市场，验证了模型的有效性。根据一些学者经验认识，系统风险同样可以避免，即通过对市场进行定性分析，掌握市场规律，摸清宏观动态，同样可以通过空仓来避免市场剧烈波动的风险。

因为假设条件超现实，CAPM 一直难以被验证，Ross[6] [7]基于因素模型，提出套利定价模型，从而极大发展了资本资产定价理论。相比资本资产定价模型，套利定价模型也是一种均衡模型，主要讨论证券期望收益与风险之间的相互关系。但是二者的最主要区别是，前者以均值－方差分析为前提，而后者假定由一个因素（指数）模型生成收益率。依据套利定价理论，在非均衡状态下套利机会的存在使得投资者进行无风险套利，并引发均衡状态下套利机会消失，最终导致市场达到均衡状态。

20 世纪中叶，Eugene F. Fama[8] 设定了一个绝对理想化的条件：相关的信息如果不受扭曲且在证券价格中得到充分反映，说明市场是有效的。换句话说，若市场分析家均能快捷有效地理解信息，那么任何证券分析都不会存在异常收益，这一设想就是著名的有效市场假说。作为主流金融学和现代投资理论的核心基础，该假说由于其信息事件发生的随机性，证券价格的运动也变得不规则，如此一来，技术分析便显得毫无意义。因此 Fama 假设的重要结论之一在于，任何资产的价格在一个高效益的市场中都会真实反映其均衡价值。许多投资理论研究都基于此前提条件。然而真实市场并非如此理想，大量经验性研究证明，既有支持该假说的，也有反驳它的。正如我国证券市场就存在政策市的现象，信息不能被广大投资者所掌握，从而导致市场的非理性波动现象，因而这确实相当矛盾。综上，经典投资组合理论已见雏形。

1.2 国内外研究现状

1.2.1 国外研究现状

学界将可能发生的危险或是遭受各种损失的可能性统称为风险。具体到金融领域，即金融交易过程中可能发生的资产损失。一般来讲，金融风险包括市场、信用、流动性、法律政策和营运等五类风险。

我们知道，资产投资者在投资决策中往往选择一种可以获得尽可能高的收益，同时可以避免相应风险的方法。但是事实却是高收益背后隐藏着高风险。因此，风险度量方法的研究成为当今投资组合理论研究的主要方向。1952 年，Markowitz [1]通过引入随机变量理论，将资产的历史收益率进行相应处理，从而得出收益率的期望值；而风险的度量则是通过考虑随机变量的波动大小，即方差。如此一来人们关于投资组合的研究转化为数学模型的研究，结果通过优化理论，得出未来投资决策情况。通过设定预期收益率，我们可以得出收益风险的有效前沿，结果证明通过分散投资确实可以起到降低风险的作用。

马科维茨（1952）提出的均值-方差投资组合模型为：

$$\text{Min} \quad V = X'CX$$

$$\text{s.t}\begin{cases} X'\mu \ge E_0 \\ \sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\ X \ge 0 \end{cases} \tag{1.1}$$

或

$$\text{Max} \qquad \mu(x) = X'\mu$$

$$\text{s.t}\begin{cases} X'CX \le \sigma_0^2 \\ \sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\ X \ge 0 \end{cases} \tag{1.2}$$

模型(1.1)是通过约束预期收益情况，通过二次规划运算得出最小风险的投资组合模型。其中，模型通过引入协方差矩阵，我们知道两种不同资产之间会存在一定的相互影响关系，其中资产之间的相互抑制会同时导致“对冲”结果的出现。因此，投资界有这么一句话“把鸡蛋放在一个篮子里”也不足为奇了。在无套利市场状态下，收益和风险是此消彼长的。从马科维茨开始，金融投资组合理论通过引入数学模型，从而增强了投资决策的科学性和准确性，为投资理论的发展开启了新篇章。

关于方差的计算，我们往往通过研究历史数据，在一个离散空间的假设下，通过计算整体资产收益的波动性，从而反映出投资风险的整体情况，它是基于一个假设前提下，投资收益的向下波动与向上波动的大小对于风险度量的效果是一样的。然而如此假设并不符合实际情形，因为一些人考虑到当实际收益高于期望收益的情形不能计入风险当中，所以，原本通过方差度量风险是不合理的。现实中金融资产收益表现为非正态分布,所以Markowitz[2] 通过改进最初的方差，从而提出下半方差模型。在收益分布符合正态分布下，下半方差的投资组合模型的优化结果将会和方差投资组合的研究结果重合，即会出现相同的有效前沿。

Konno and Yamazaki(1991)[9] 在风险度量模型的创新中提出了绝对偏差模型，作为线性风险度量方法，在风险度量上不仅能够满足收益波动的计量，同时可以减少计算的难度，在实际一种效果中，比起传统模型，该模型应用更加广泛，尤其在股票市场的投资选择，其作为投资决策的首选风险度量模型为大家所选用。

Speranza[10] 同样借助下半方差的原理，通过将高于平均收益的波动风险排除在风险度量之外，最终提出了新的风险度量模型——下半绝对偏差，同时将其嵌入投资组合模型当中，构造了均值-下半绝对偏差投资组合模型。Fishburn[11] 对半方差模型进一步演化，从而让某一个固定目标来代替收益均值；以前的投资理论投资收益情况会因为投资决策的改变而改变，而做出次改变之后投资目标将是一个固定值。

90 年代，投资组合领域推出了最新一种风险度量方——VaR，它最早起源于 20 世纪 80 年代，对于当时的投资银行家来说，他们最为关心的当属资产的最坏损失状况的估计，后来风险价值度量 VaR 由 J.P.Morgan 投资银行在 1994 年的 RiskMetrics 系统[12]中提出。

通常情况下，我们是在一定的置信水平下考虑损失情况，所以，VaR 度量的结果就是最大损失值。他在收益分布曲线上作为一个分为点体现。该方法当于方差、下方差以及绝对偏差等风险度量方法进行对比时，其在实践意义上有以下几点优势：

首先，VaR 度量风险时通常是考虑的投资产品损失情况，这将能够为投资者提供直观的印象，同时也符合投资者在选择资产时所赋予资产最坏表现的期望，并最终促使投资者最初更加理性的投资决定；

其次，VaR 中置信水平的引入将会导致不同的投资者选择对应的置信水平，从而赋予了投资者更加广泛的选择性；

最后，当投资者在资本跨类型的选择资产组合时，VaR 同样可以计算出资产组合对应的风险值。

国际巴塞尔委员会(Basle Committe)之所以利用 VaR 作为各类投资金融机构资本充足率的验证标准是因为该方法能够简单易懂的体现出各个金融机构所面临的市场风险的大小，同时，伴随着理论体系的完善，通过 VaR 所作出的决策变得更加科学而又切合实际。其中，在 VaR 值的求法上，人们通过不断创新，先后提出了蒙特卡洛法、历史模拟法、风险矩阵法（均值-协方差法）等等。虽然，VaR 的提出最初是为了考虑资产损失情况，但是，当今社会项目管理、企业经营等越来越注重各种风险的把控，所以可以想象不久的将来这一系列的风险度量必将融入企业的发展当中去。同时，伴随着模型在市场上的不断检验，人们也会不断对其不足之处进行完善和创新。

然而，接下来投资者面临的问题是该当如何选择风险度量模型的麻烦，因为，通常人们并不能充分的说明某一个模型就是最优选择。所以在现实情形下，人们不断对风险内在性质进行一系列细分研究。1999 年，Artzner[13] 等建立了所谓一致性风险度量 (Coherent Measures of Risk) 的概念。同时该理论概念拥有以下几种性质：

（1）、次可加性：$f(x+y) \le f(x)+f(y)$，该性质说明的结果是资产的分散可以降低投资风险；

（2）、正齐次性：$f(ax)=af(x), a \ge 0$，该性质告诉我们风险的大小和资产持有量是成正比关系；

（3）、单调性：$x \ge y, f(x) \ge f(y)$，该性质说明在无套利市场中有这么一条永恒的道理，即高风险对应着高收益；

（4）、平移不变性：$f(x+b(1+r)) = f(x)-b$，其中 r 为无风险利率，$b \ge 0$ 表示无风险资产。这就告诉我们资产组合中引入无风险资产可以起到降低整体风险的作用。

然而，实践研究表明 VaR 在资产分散投资中必不能满足次可加性，如此一来，该模型比不符合现实情形；考虑的这里，Uryasev 与 Rockafellar[14][15] 通过推陈出新对该模型进行进一步创新改进，从而提出了条件风险值 CVaR(Conditional Value-at-Risk)。VaR 定义的是在一定置信水平下的损失点，而 CVaR 则是在一定置信区间内损失均值。同时，CVaR

不仅仅满足一致性风险度量 的性质，而且还具有凸性等良好性质。

条件风险值模型在是投资组合研究中的应用越来越广泛，当进行优化计算时，首先，需要计算出对应的 VaR 值，同时计算中可以通过转化为线性优化方法进行求解。同时，现实中收益随机变量并不满足标准正态分布，所以，在满足收益分布状态下 CVaR 具有不可比拟的优势，在不久的将来，其应用必将更加广泛。

后来，下行风险度量方法在投资组合理论中得到普及，因为，作为一个投资者意外的收获总该好于损失，其中下行风险包括下半方差、VaR、CVaR、CDaR 等等。Konno，Vaki.(2002)[16]回顾了下行风险：下半方差、下半绝对偏差、目标风险第一准则以及 CVaR，并提出了关于解决稠密线性规划问题的解决方案。

学者在研究投资模型的风险度量是往往假定的是收益模型满足正态分布，然而现实中收益率具有尖峰、厚尾和有偏的特点，因此人们可是利用混合正态分布，t 分布，Laplace 分布以及非对称 Laplace 分布来拟合收益率分布情况，刘建元，刘琼荪[40]将非对称 Laplace 分布应用在风险度量 VaR 的模型当中，论证了非对称 Laplace 分布在收益率分布拟合的有效性。

在投资心理学中，有这么一个共识，即对于所有投资者（包括保守型）来说虽然总是选择规避风险的行为，同时也会选择一些冒险型的投资行为，例如，人们在买彩票时，往往会忽略其中的高风险。所以，当风险和收益的偏离程度达到一定程度，投资者往往会趋之若鹜，因此，传统模型的缺点促使我们不得不重新考虑风险度量问题。从这个角度讲，风险具有两侧性。近年来，下行风险研究的风险研究方向应该逐渐加入潜在的超额收益，即上行风险(upside risk) [43]。

所以，许多学者认为单一化的度量方法难以满足现实要求，无法得到最优投资组合。所以，Jean(1971)[17]将两参数分析扩充到三参数甚至更高参数的投资分析；他证明了当投资回报是非对称时，三阶矩或者更高阶矩的效用分析更加符合现实意义。Konno，Shirakawa，Yamazaki(1993)[18]提出了均值-方差-偏度模型，其中偏度在资产收益非对称投资组合的风险度量中起着重要的作用。Wang(2000)[19]提出了两个新模型，第一个模型两阶段风险度量模型，第二个是均值-方差-VaR 模型。Roman，Dowman，Mitra (2007)[20]提出了均值-方差-CVaR 模型，其中目标函数为求最小方差，将均值也 CVaR 引入限制条件中，形成一个单目标优化模型。

1.2.2 国内研究现状

自从改革开放以来，中国引进了市场化经济模型，逐渐建立起有着中国特色的市场化经济，与西方一贯保持的市场化相比，中国不论是在市场成熟度，还是配套理论研究方面都远远地落后于西方，由于历史和制度的制约，我国学者在引进西方现代化投资组合理论上存在着一系列的问题。尽管如此，我国学者在此领域依然取得了富有创新、成绩显著的成果。

诸多学者对于风险度量方法以及投资组合模型进行了研究和探讨。其中，屠新曙、王键、唐小我、马永开、曾勇[21,22,23,24,25]等提出运用各自不同算法研究了不允许卖空条件下

投资组合模型；汪寿阳、夏玉森[26]通过妥协式算法研究了具有线性交易成本的投资模型的计算；徐绪松[27]利用仿生学算法研究了含有绝对偏差和半绝对偏差风险度量方法的投资组合模型；张忠祯、张鹏[28,29,30,31,32,33]通过运用旋转算法研究了具有条件限制的均值-方差、均值-半方差、均值-半绝对偏差、均值-绝对偏差以及均值-VaR 等投资组合模型；罗红浪[34]研究了允许卖空条件下基于 VaR 风险度量投资组合模型；沈培龙、张鹏[35,31]研究了具有 VaR 限制下的均值-方差模型；陈金龙、张维研究了 CVaR 在投资组合模型中的应用及在风险管理中的优势。在风险组合度量发面，印凡成，陈瑞冰，黄健元[41][42]用 VaR、CVaR 分别和熵来共同度量风险最终验证了多元化投资是证券投资者在风险最小的情况下实现预期收益目标的必然结果。

总体而言，我国学者通过不断引进外国先进理论，创新研究方法，不断在投资组合领域推陈出新，逐步形成了一系列符合中国国情发展的理论体系。

1.3 本文的研究思路和主要内容

1.3.1 研究思路

本文在国内外已有的理论基础上，结合金融市场风险表现的实际情况，运用运筹学中的优化理论、经济和金融等相关知识，研究了创新型多目标投资组合模型及求解方法，并结合前人理论，进行实证对比，证明了模型的有效性，从而更加丰富了当今投资组合模型理论，为投资者进行系统化投资提供了有力支持。

研究框架如下图：

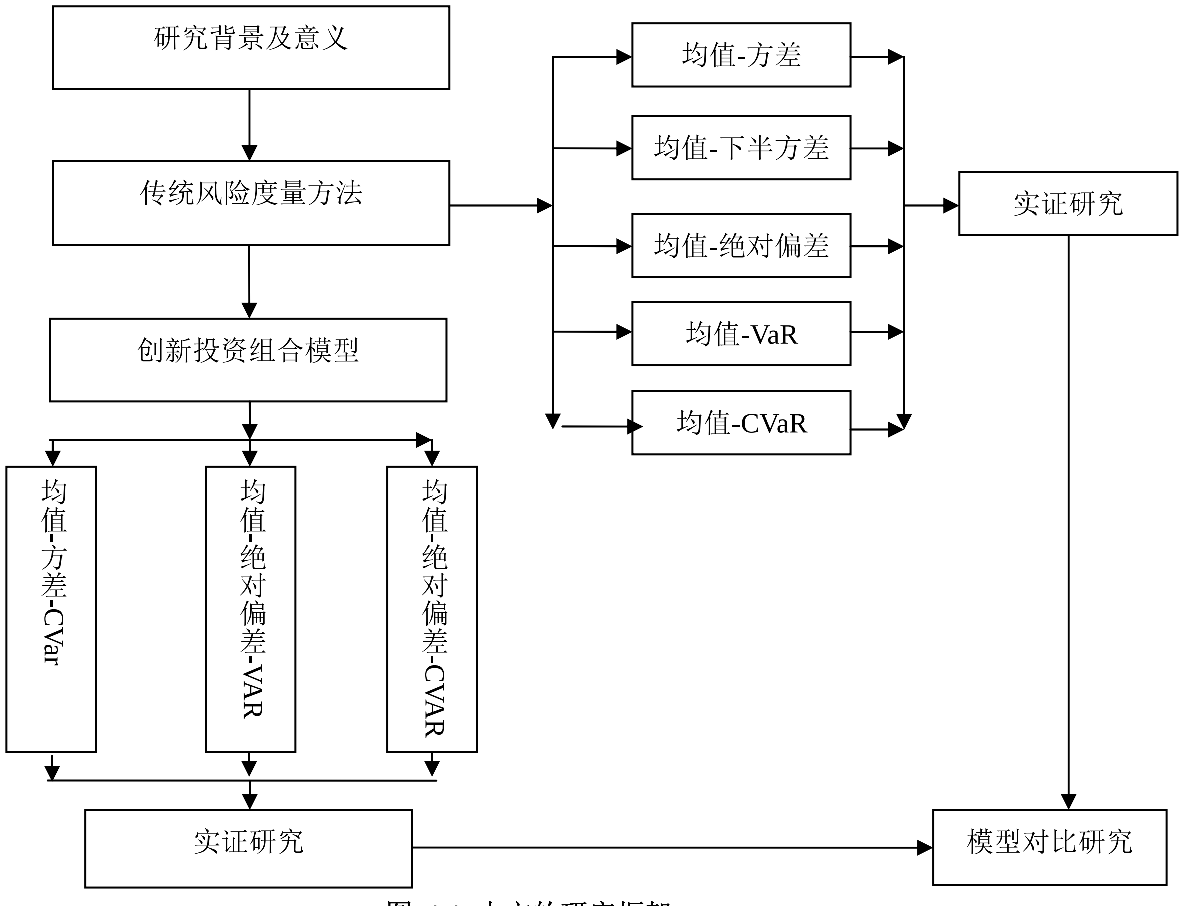

图 1.1 本文的研究框架

1.3.2 主要内容

第一章，指出了论文的研究背景和意义，接下来，分别从国外研究现状、国内研究现状展开先关理论和文献的综述，最后提出了本文研究思路和主要内容。

第二章，论文分别回顾了现代投资组合理论中几种具有代表性的模型，分别是均值-方差、均值-下半方差、均值-绝对偏差、均值-VaR、均值-CVaR 五种投资组合模型，并在章节最后通过算例研究，验证并对比了模型的有效性。

第三章，提出了三种具有创新意义的投资组合模型，分别是均值-方差-CVaR、均值-绝对偏差-VaR、均值-绝对偏差-CVaR 投资组合模型，并结合投资者的不同风险偏好，提出了相应的模型求解方法，章节末尾通过实证研究，检验了模型的表现。

第四章，主要对前面回顾的模型进行简单的实证对比，着重介绍了多目标投资组合模型与已知投资组合对比研究，并结合实际表现，验证了模型表现更加高效实用。

第五章，全文的总结与展望。

第二章 不同风险度量的投资组合模型

马科维兹提出的投资组合理论被当代投资者奉为投资选择的标准，其中模型主要参数是收益的期望值和风险度量，他提出的风险度量方法包括方差与下半方差。然而，每个投资者对于风险的认识是不一样的，所以每个投资者个人喜好决定了风险度量方法的选择。研究人员投入了大量时间在风险度量领域，并且提出了多种风险度量方法以及证明了投资者选择不同方法的原因。

该章节将详细介绍一些重要的风险度量方法，然后将每种方法嵌入到投资组合模型当中，结合中国股票市场进行实证研究，为了增强模型实用性，我们将结合中国市场的客观条件，进行模型约束条件的限制。

首先，对接下来将要提到的模型符号进行定义：

r_p：表示投资组合的期望收益率；

V：表示投资组合的方差；

n：表示供选择的资产数；

α：表示置信水平；

X：表示 n 种资产的投资向量；

C：表示资产的协方差矩阵；

C^-:表示资产的下半方差的协方差矩阵；

μ：表示资产的均值向量；

E_0：表示投资组合收益限制；

2.1 均值-方差投资组合模型

1952 年，Markowitz [1] 把证券的收益率看作一个随机变量，收益定义为这个随机变量的数学期望，而风险则定义为这个随机变量的波动大小系数——方差。方差实际上是对资产收益率偏离期望收益率的惩罚度，它预示了资产表现的可靠系数。

首先，单种资产的方差：

$$E(X)=\sum_{i=1}^{n}X_iP_i\ ;$$

$$\sigma^2(X)=\sum_{i=1}^{n}[X_i-E(X)]^2P_i\ ;$$

其中，X_i, P_i 分别为可能的收益率和其对应的概率。

其次，证券组合的方差：

$$S_p=\sigma_p^2(X)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}w_iw_j\operatorname{cov}(X_i,X_j);$$

其中，w_i,w_j为每个资产的权重分配，$\operatorname{cov}(X_i,X_j)$为资产的协方差。

容易知道，标准差$\sigma(X)$作为风险度量，具有下列性质：

（1）当随机风险 X 的二阶矩存在，标准差就存在。

（2）对于任意$\beta>0$，$\sigma(\beta X)=\beta\sigma(X)$；

这说明风险的大小是和投资规模成正比例变化，其中当资产规模下降到零时，则对应着零风险状况。

（3）$\sigma(\sum_{i=1}^{n}w_iX_i)\le\sum_{i=1}^{n}w_i\sigma(X_i)$，其中$w_i$为正实数。

这说明多元化投资可以起到降低风险的作用。

方差或标准差方法的优点在于对风险的度量是双向的，方便了正态分布这种统计技术的应用。但也存在某些不足：

（1）、方差的计算只能提留在对历史数据的分析上，然而资产未来的表现则会产生一定的变化，所以，对于未来投资的预测会出现一定的误差表现。

（2）、此种情况下的风险度量是双向的，在现实生活中，投资者比较看重的是投资过程中所可能受到的损失，也就是“下半方差”，可能会使风险的度量发生偏离。方差值可以用来度量股票收益率偏离平均水平收益率的程度。实际上，平均收益率对于绝大多数投资者来说，意义不大。因为人们在乎的风险是未达到某个特定的风险指标的概率，而不是与平均收益率的偏离程度。所以，方差不符合投资者面对风险的直观感受。

（3）、方差法对正、负离差的平等处理是不科学的，与投资者面对风险的感受是不相符的。收益和损失对风险产生的影响也是不等同的，不同的风险偏好的投资者表现出来的风险承受力是不同的。

（4）、这个方法仅仅适用于收益率符合对称分布的情况，具有一定的前提假设性。

设有 n 种资产，每种资产的分配比例：$X=[X_1,X_2,\cdots X_i\cdots,X_n]'$,$i=1,2,..,n$;其中 X_i是第 i 种资产的投资比例，$X_1+X_2,\cdots X_i\cdots,+X_n=1$。投资组合收益表示为：$E=X'\mu$;方差为：$V=X'CX$;E-V 模型可表示成：

$$\text{Min}\quad V=X'CX$$

$$\text{s.t}\begin{cases}X'\mu\ge E_0\\ \sum_{i=1}^{n}X_i=1\\ X\ge 0\end{cases}\tag{2.1}$$

根据二次规划的解法，可以得出最优解，作为投资方向的指导。

2.2 均值-下半方差投资组合模型

虽然，方差的提出为投资组合的研究打开了一道大门，同事方差在风险度量中也存在一定的不足之处。Markowitz (1959)[2]认为，在现实状况下，方差作为一种风险度量方法往往会与投资者的风险偏好构成一定的冲突，他们认为较高收益的波动算入风险之中是不合理的。下半方差的提出在一定程度上解决了投资者因为偏好结构不同的状况，因为对于大部分投资者来说只有下半方差才与投资者相关；投资组合收益的分布往往不满足正态分布。

马科维茨在定义下半方差时，提出了两个方向，首先取平均收益为基准收益，另外是取一个投资者的心理目标收益作为基准收益。实践检验表明，二者在实际应用中表现出大体相近的效果。所以，本文将选择平均收益作为基准收益作为度量标准。以下为半方差的定义公式：

$$(R-E)^- = \begin{cases} R-E, if\,(R-E) \le 0 \\ 0, if\,(R-E) > 0 \end{cases}$$

$$\sigma^2(R)^- = E[(R-E(R))^-]^2$$

学者在研究下半方差模型在不同投资者之间选择的不同，得出结论由于下半方差选择的只是低于平均收益的风险波动，所以这种方法更加符合保守投资者的心理预期。国内张喜彬，荣喜民，张世英等[38,39]人对此有过研究。

均值-下半方差模型：

$$\text{Min} \quad V = X'C^-X$$

$$\text{s.t}\begin{cases} X'\mu \ge E_0 \\ \sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\ X \ge 0 \end{cases} \tag{2.2}$$

首先，确定 n 种资产的下半方差矩阵C^-：此处设：R_i, R_j是两个随机变量，已知 C 是由$\sigma^2(R_i)$，$COV(R_i,R_j)$组成，其中 *i,j*=1,2,⋯,n。则 C^-应当由$\sigma^2(R_i)^-$，$COV(R_i,R_j)^-$（*i,j*=1,2,⋯,n）组成，下面确定$\sigma^2(R_i)^-$，$COV(R_i,R_j)^-$；

$$\sigma^2(R_i)^- = [(R_i-E)^-]^2 = \begin{cases} (R_i-E)^2, if\,(R_i-E) \le 0 \\ 0, if\,(R_i-E) > 0 \end{cases}; \quad \sigma^2(R_i)^- + \sigma^2(R_i)^+ = \sigma^2(R_i);$$

定义上下协方差：

$$COV(R_i,R_j)^+ = \frac{\sigma^2(R_i)^+\sigma^2(R_j)^+ + \dfrac{\sigma^2(R_i)^-\sigma^2(R_j)^+}{2} + \dfrac{\sigma^2(R_i)^+\sigma^2(R_j)^-}{2}}{\sigma^2(R_i)\ \sigma^2(R_j)} COV(R_i,R_j)$$

$$COV(R_i,R_j)^- = \frac{\sigma^2(R_i)^-\sigma^2(R_j)^- + \dfrac{\sigma^2(R_i)^-\sigma^2(R_j)^+}{2} + \dfrac{\sigma^2(R_i)^+\sigma^2(R_j)^-}{2}}{\sigma^2(R_i)\ \sigma^2(R_j)} COV(R_i,R_j)$$

且 $COV(R_i,R_i)^- = \sigma^2(R_i)^-$，$COV(R_i,R_i)^+ = \sigma^2(R_i)^+$；那么，下方差矩阵为 $C^- = [COV(R_i,R_j)^-] = (\sigma_{ij}^-)_{n\times n}$。

根据二次规划的解法，可以得出最优解，作为投资方向的指导。

2.3 均值-绝对偏差投资组合模型

Konno and Yamazaki(1991)[9]最早提出绝对偏差的风险度量方法，该方法通过度量资产收益偏离期望收益的形式来度量风险，其优点在于：通过转换可以转换为线性规划，大大缩减了计算的时间，提高了问题解决的效率。他们运用该方法可以解决数千资产的优化问题，该方法的另一个优点是不用计算资产的协方差矩阵，并且实证研究的结果与均值-方差模型得到的有效前沿相似程度较高。

绝对偏差是随机收益率与期望回报偏差的均值，定义如下：

$$w(x) = E[\left|\sum_{j=1}^{n} R_j X_j - E\left|\sum_{j=1}^{n} R_j X_j\right|\right|]$$

假设已知资产的 T 期收益情况，投资组合 $X = (X_1,\ldots,X_n)^T$ 第 t(t=1,⋯,T)历史收益率与期望收益率的绝对偏差为：

$$w_t(X) = \left|\sum_{j=1}^{n}(r_{jt}-r_j)X_j\right|，其中\ r_j = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} r_{jt} \qquad j=1,\ldots,n..$$

可化简为：

$$w(X) = E[\left|\sum_{j=1}^{n} R_j X_j - E\left|\sum_{j=1}^{n} R_j X_j\right|\right|] \approx \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} w_t(X) = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left|\sum_{j=1}^{n}(r_{jt}-r_j)X_j\right|$$

$$\text{Min} \qquad w(X) = E[\left|\sum_{j=1}^{n} R_j X_j - E\left|\sum_{j=1}^{n} R_j X_j\right|\right|]$$

$$\text{s.t}\begin{cases} X'\mu \ge E_0 \\ \sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\ X \ge 0 \end{cases} \qquad (2.3)$$

可转化为：

$$\text{Min} \qquad w(X)=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left|\sum_{j=1}^{n}(r_{jt}-r_j)X_j\right|$$

$$\text{s.t}\begin{cases} X'\mu \ge E_0 \\ \sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\ X \ge 0 \end{cases} \tag{2.4}$$

可设：

$y_t=\left|\sum_{j=1}^{n}(r_{jt}-r_j)X_j\right|$ ， t=1,…,T ， 该 式 等 同 于 $y_t \ge \sum_{j=1}^{n}(r_{jt}-r_j)X_j$ ，$y_t \ge -\sum_{j=1}^{n}(r_{jt}-r_j)X_j$ 。

(2.4)式可转化为：

$$\text{Min} \qquad w(x)=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} y_t$$

$$\text{s.t}\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} r_j X_j \ge E_0 \\ \sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\ y_t-\sum_{j=1}^{n}(r_{jt}-r_j)X_j \ge 0 \\ y_t+\sum_{j=1}^{n}(r_{jt}-r_j)X_j \ge 0 \\ X_1 \ge 0,\dots,X_n \ge 0, y_1 \ge 0,\dots,y_T \ge 0 \\ t=1,\dots,T. \end{cases} \tag{2.5}$$

模型(2.5)通过转化，可得到线性规划模型，在 MATLAB 中可运用线性规划工具箱进行，模型求解，相比与前面两种模型，大大减少了模型计算量。

2.4 均值-VaR 投资组合模型

VaR 作为一种不对称的风险度量，广泛应用于经济学领域，最初源于对银行风险的管理；它实际上解决了这样的问题：在一个选定的时期内， 一项投资组合的价值下跌， 在一定的概率意义下不会超过的水平是多少。从统计意义上讲，VaR 实际上是一种概率分位点。

记 X 为随机变量，$\alpha \in [0,1]$为置信水平，则随机风险 X 的$VaR_\alpha(X,T)$也可以定义为 X 的分位数成q_α^+，即：

$$VaR_\alpha = -\inf\left\{\tau \middle| P(X \le \tau) \ge 1-\alpha\right\}$$

其中，τ为预期的目标值，不一定是 X 的数学期望 E(X)。在 99%的置信水平下，一个资产的一年期 VaR 为 100 万元，它就以为着这个公司有 1%的概率损失达到 100 万元。

目前，VaR 计算的方法主要有三种，历史模拟法、方差-协方差法以及蒙特卡罗模拟法．其中，历史模拟法是有条件的，他是建立在假设收益率的分布的独立不相关的，并且市场的运行跟历史轨迹是一致的，然后根据历史数据来模拟当前投资组合的收益分布情况，最终计算当前 VaR 值；蒙特卡罗模拟法并不是直接利用历史数据计算出收益率来描绘出收益率的分布图而是采用先通过历史数据估算出该分布可能的参数，然后利用这些参数分布模拟出大量的伪随机序列，再构造出投资组合在一定置信水平下的 VaR 的值。在计算 VaR 值的方法中，方差-协方差法最为常见。它先假设收益率服从正态分布，再由历史数据求出分布中的相关参数，从而得出整个投资组合的 VaR 值：

$$VaR = -Z_\alpha \sigma_p - X'\mu = -Z_\alpha \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} X_i X_j \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j} - \sum_{j=1}^{n} r_j X_j$$

式中，Z_α为置信水平α 下的分位数，σ_P是组合的标准差，σ_i和σ_j代表风险因子i和j的标准差，$\rho_{i,j}$为i和j的相关系数。在正态分布假设下，x_i就是投资组合中每个金融资产对风险因子i的增量之和。

假设投资收益满足正态分布，此时 VaR 的表达式是一个非线性函数，即$X \sim N(\mu, C)$，令置信水平为 α ，均值-VaR 模型如下：

$$\text{Min} \quad -(X'\mu) - \Phi^{-1}(1-\alpha)\sqrt{X'CX}$$

$$\text{s.t}\begin{cases} X'\mu \ge E_0 \\ \sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\ X \ge 0 \end{cases} \tag{2.6}$$

其中，$\Phi^{-1}(1-\alpha)$为置信水平α 下的分位数。

$$\Phi^{-1}(1-\alpha) = -\Phi^{-1}(\alpha);\quad \Phi^{-1}(\alpha) = \sqrt{2} f'(2\alpha-1),\quad f(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^z e^{-t} dt,$$

该模型的的目标函数为非线性函数，且为凸函数，约束条件为凸集，可知该模型属于凸规划模型，在 MATLAB 中，可运用优化工具箱中工具进行相关求解。

2.5 均值-CVaR 投资组合模型

在觉察到 VaR 性质上的不足之处后，Rockafeller 和 Uryasev[15]提出了条件风险价值，即 CVaR(Conditional-Value-at—Risk)。CVaR 会计算损失超过 VaR 的均值，代表了超额部

分的平均值，反映了超过 VaR 的那部分所遭受的潜在损失情况，它属于一致性风险度量。由之前的构造的功能函数而化为一个凸函数的优化问题，易于计算。

资产的 CVaR 表示如下：

$$CVaR_\alpha = E[L(x,y)|L(x,y) \le VaR_\alpha]$$
$$= (1-\alpha)^{-1} \int_{L(x,y)\le VaR_\alpha} f(x,y)P(y)dy$$

α 为置信水平，r 为历史收益率。

设收益率满足正态分布，即 $x \sim N(r,\sigma^2)$，令损失函数为：$L(x,r) = -r'x$；且已知：

$$\mathrm{VaR} = -(X'\mu) + \Phi^{-1}(\alpha) * \sqrt{X'CX}$$

则

$$CVaR = \frac{1}{1-\alpha}\int_{VaR}^{+\infty} \frac{t}{\sqrt{2\pi}\sigma(X)} \exp\left\{-\frac{(t+E(x))^2}{2\sigma^2(x)}\right\}dt$$

令 $z = \dfrac{t+E(x)}{\sigma(x)}, dz = \dfrac{1}{\sigma(x)}dt$，则

$$CVaR = \frac{1}{1-\alpha}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{\frac{VaR+E(x)}{\sigma(x)}}^{+\infty} [\sigma(x)z - E(x)]\exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\}dz$$

$$= (\frac{1}{1-\alpha}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{\Phi^{-1}(\alpha)}^{+\infty} \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\}dz\sigma(x) - (\frac{1}{1-\alpha}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{\Phi^{-1}(\alpha)}^{+\infty} \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\}dz)E(x)$$

又因为：

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{\Phi^{-1}(\alpha)}^{+\infty} \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\}dz = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\}\Bigg|_{\Phi^{-1}(\alpha)}^{+\infty} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\frac{\Phi^{-1}(\alpha)^2}{2}\right\}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{\Phi^{-1}(\alpha)}^{+\infty} \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\}dz = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(\alpha)} \exp\left\{-\frac{z^2}{2}\right\}dz = 1-\alpha$$

由已知理论可得：

$$CVaR = c(\alpha)\sigma(x) - E(x) = (\frac{1}{1-\alpha}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\frac{[\Phi^{-1}(\alpha)]^2}{2}\right\})\sigma(x) - E(x)$$

当 CVaR 作为风险度量方法嵌入到投资组合模型之中，可得到均值-CVaR 模型，如下：

$$\mathrm{Min} \qquad c(\alpha)\sqrt{X'CX} - (X'\mu)$$

$$\text{s.t}\begin{cases} X'\mu \geq E_0 \\ \sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\ X \geq 0 \end{cases} \tag{2.7}$$

该模型的的目标函数为非线性函数，且为凸函数，约束条件为凸集，可知该模型属于凸规划模型，可运用序列二次规划求解方法进行求解。

2.6 实证研究

几年来，本人曾先后从事过证券、银行、房地产基金、信托，也曾在学校里与李洪斌博士探讨过期货行业，所以，自此对中国大部分投资产品都有几分了解。首先，人们认识最多的莫过于银行存款，特点是收益可观，风险很小，比如现在银行一年期存款基准利率为 3%；在选择投资时，人们选择国债作为投资产品的也不乏少数，因为，国债是以国家的信誉做担保，可谓是无风险，而且利率也高于银行存款。

现如今贵金属也成为了热门的交易对象，其中，黄金白银的买卖方式比较多样化，一种是实物投资，另外还有银行纸黄金，其次是贵金属期货，然而，贵金属期货作为期货的一种，存在杠杆作用，所以风险同样很高，其主要作用是相关公司用来对冲风险，所以，在投资方面不建议选择；信托则是针对大中型的额投资者而成立的产品类型，一般信托投资在实业当中，周期一般在 1-3 年，收益大概在 10%左右，政策规定投资最低额为 100 万，所以，其投资范围排除了中国绝大多数的投资者；股权基金在中国只针对特定对象，也就是不公开发行，并且对投资者的数量有要求，譬如房地产合伙人基金要求投资者的数量要小于等于 50 人，但收益和信托产品差不多，甚至高于信托产品。

这里我们着重说说证券市场，其主要就是中国股票市场，由于其收益较高，风险相对较低，现已成为社会大众型投资者追逐的对象，现如今，人们在工作生活中股票则成为了一个必不可少的话题；我国股票市场分为主板、创业板、中小板，三板市场估计有 2700 只股票，相应的代表了有 2700 多家上市公司，所以股票在所有理财产品中是体量最大，交易最活跃的间接实业投资模式。因为，股票市场标准化程度高，所以我们在选择检验数据时，将股票作为其中最重要的选择对象。

此处选取中国股票市场中 10 只绩优股作为投资对象（见附表 1），通过 MATLAB 数学软件，进行计算（后面模型算例相同），通过附表 1 的统计结果，可知资产的最小、最大收益率分别为：0.0184、0.0882；所以我们取最低期望收益率分别为：0.018、0.0027、0.036、0.045、0.054、0.063、0.072、0.081。首先，选择均值-方差模型，进行计算，可得结果为：

表 2.1 均值-方差最优投资组合策略

r_0	最优解										r_p	V
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}		
0.018	0.0522	0.1315	0.5375	0.03	0	0.0693	0	0.0707	0.1089	0	0.026	0.00003
0.027	0.0559	0.1475	0.4932	0.0492	0	0.0647	0	0.0946	0.095	0	0.027	0.00003
0.036	0.0575	0.2073	0.3482	0.0305	0.1133	0.0804	0	0.1311	0.0312	0.0004	0.036	0.00005
0.045	0.0596	0.2547	0.2312	0	0.2365	0.0701	0	0.1479	0	0	0.045	0.0001
0.054	0.059	0.2835	0.1298	0	0.3638	0.0228	0	0.1411	0	0	0.054	0.0002
0.063	0.0528	0.2937	0.0775	0	0.5069	0	0	0.0691	0	0	0.063	0.0003
0.072	0.0447	0.2507	0.0397	0	0.6649	0	0	0	0	0	0.072	0.0005
0.081	0.0382	0.1259	0	0	0.8359	0	0	0	0	0	0.081	0.0008

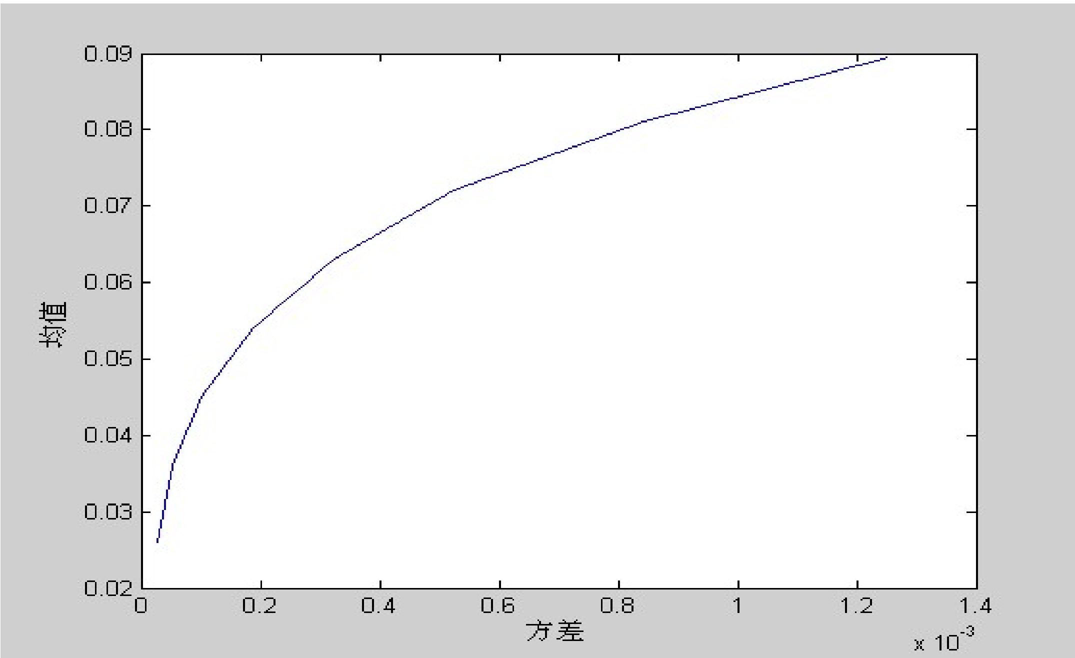

图 2.1 均值-方差模型的有效前沿

图 2.1 中显示伴随着收益期望的增加，同时方差值也在增加，并且增长的速度不断加快，即资产收益率越高，对应着风险越大，当我们选择资产收益率为 0.063 时，我们选择的最优结果是：第一、第二、第三、第五以及第八种资产的投资比例分别为：5.28%，29.37%，7.75%，50.69%，6.91%，其他资产的投资比例为 0，它对应的方差为 0.0003。

运用上文方法对均值-下半方差模型进行实证研究，首先，计算出下半方差和方差向量：

$\sigma^{2}(R)^{-}$=[0.001664008 0.000226048 0.00016709 0.000632198 0.000708753 0.0116752080.0009417 0.000238996 0.019083628 0.000454701];

$\sigma^2(R)$ =[0.006057821 0.000782431 0.002142034 0.000893406 0.001213622 0.01398798 0.001240647 0.000580308 0.021406724 0.001087028];

可以计算出下半方差的协方差矩阵为：

$$
\begin{bmatrix}
0.0017 & -0.0001 & -0.0001 & 0.0001 & 0.0001 & -0.0001 & 0.0002 & -0.0003 & -0.0001 & 0 \\
-0.0001 & 0.0002 & 0 & 0 & -0.0001 & -0.0003 & 0.0002 & -0.0001 & -0.0002 & 0 \\
-0.0001 & 0 & 0.0002 & -0.0004 & -0.0001 & -0.0023 & -0.0001 & 0 & -0.0032 & -0.0002 \\
0.0001 & 0 & -0.0004 & 0.0006 & 0.0003 & 0.0021 & 0.0001 & 0.0001 & 0.0028 & 0.0003 \\
0.0001 & -0.0001 & -0.0001 & 0.0003 & 0.0007 & 0.0008 & 0.0001 & 0.0001 & 0.0014 & 0.0004 \\
-0.0001 & -0.0003 & -0.0023 & 0.0021 & 0.0008 & 0.0117 & 0.0006 & 0.0004 & 0.0139 & 0.001 \\
0.0002 & 0.0002 & -0.0001 & 0.0001 & 0.0001 & 0.0006 & 0.0009 & -0.0003 & 0.0006 & 0.0002 \\
-0.0003 & -0.0001 & 0 & 0.0001 & 0.0001 & 0.0004 & -0.0003 & 0.0002 & 0.0004 & 0.0001 \\
-0.0001 & -0.0002 & -0.0032 & 0.0028 & 0.0014 & 0.0139 & 0.0006 & 0.0004 & 0.0191 & 0.001 \\
0 & 0 & -0.0002 & 0.0003 & 0.0004 & 0.001 & 0.0002 & 0.0001 & 0.0016 & 0.0005
\end{bmatrix}
$$

通过对模型的求解得：

表 2.2 均值-下半方差最优投资组合策略

r_0	最优解										r_p	SV
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}		
0.018	0	0	0.6369	0	0	0	0	0	0.3631	0	0.0199	-0.0071
0.027	0	0	0.5781	0	0.1042	0	0	0	0.3177	0	0.027	-0.0057
0.036	0	0	0.4996	0	0.2357	0	0	0	0.2647	0	0.036	-0.0041
0.045	0	0	0.4211	0	0.3672	0	0	0	0.2117	0	0.045	-0.0027
0.054	0	0	0.3426	0	0.4987	0	0	0	0.1586	0	0.054	-0.0015
0.063	0	0	0.2641	0	0.6303	0	0	0	0.1056	0	0.063	-0.0005
0.072	0	0	0.1856	0	0.7618	0	0	0	0.0526	0	0.072	0.0002
0.081	0.0295	0	0.0953	0	0.8752	0	0	0	0	0	0.081	0.0008

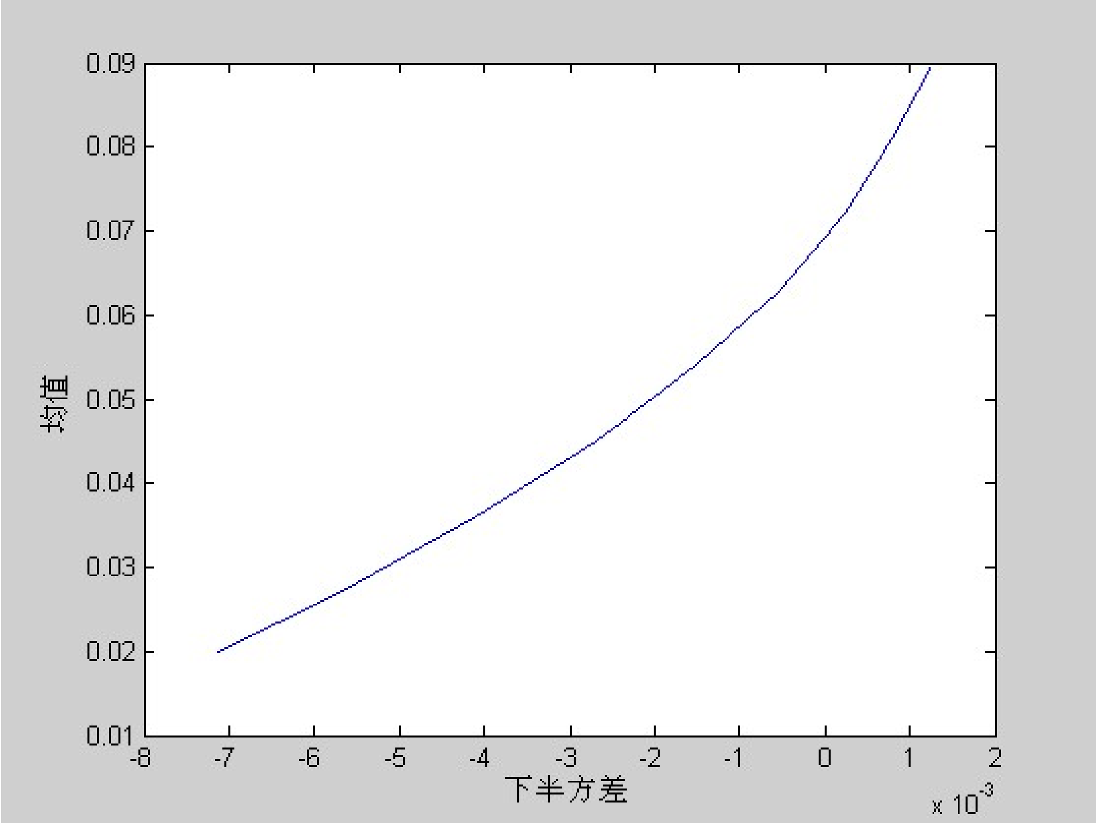

图 2.2 均值-下半方差模型的有效前沿

结果显示，伴随着预期收益率的增加，下半方差的增长速度不断趋缓；当我们预期收益率为：0.063，根据有效前沿的结果，可知资产的投资情况，即第三、五、九种资产的投资比例为： 26.41%， 63.03%，10.56%，且下半方差的值为：-0.0005。

结合上文数据对均值-绝对偏差模型进行实证研究，通过模型的转化，最终解决模型（2.5），所得优化情况：

表 2.3 均值-绝对偏差最优投资组合策略

r_0	最优解										r_p	AD
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}		
0.018	0.051	0.117	0.610	0	0	0.080	0	0	0.136	0.007	0.025	0.0035
0.027	0.046	0.113	0.583	0	0.026	0.075	0.010	0	0.129	0.020	0.027	0.0036
0.036	0.037	0.226	0.432	0	0.142	0.142	0	0	0.022	0	0.036	0.0055
0.045	0.028	0.250	0.317	0	0.271	0.109	0	0.025	0	0	0.045	0.0081
0.054	0.020	0.109	0.200	0.035	0.424	0.034	0	0.169	0	0	0.054	0.0115
0.063	0.010	0.045	0.158	0.005	0.584	0	0	0.198	0	0	0.063	0.0152
0.072	0	0.037	0.189	0	0.723	0	0	0	0	0.052	0.072	0.0194
0.081	0	0.002	0.106	0	0.893	0	0	0	0	0	0.081	0.0244

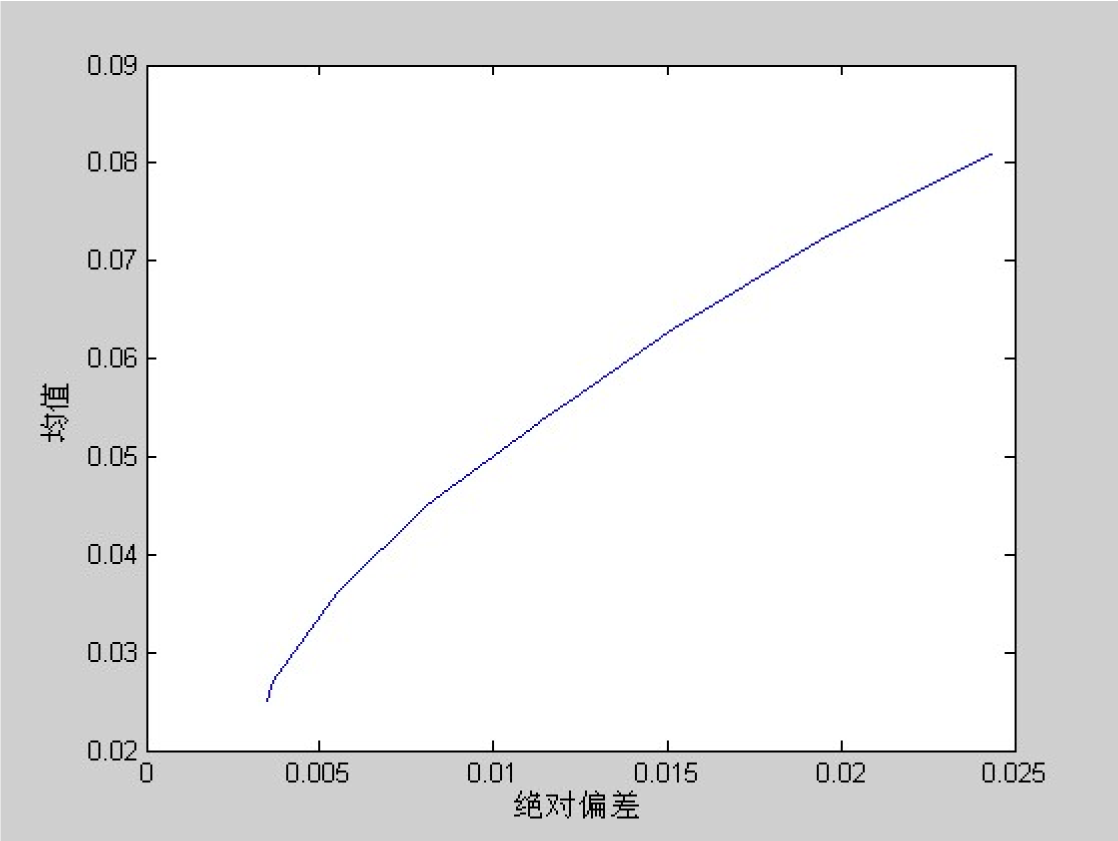

图 2.3 均值-绝对偏差模型的有效前沿

研究结果，表明随着预期收益率的增加，绝对偏差以几乎相近的速度增长，可知，绝对偏差是介于方差与下半方差之间相对中和的风险度量方法。当收益预期去上文同样值时，可得资产分配情况，即第一、二、三、四、五、八种资产的投资比例分别为：1.03%，4.52%，15.74%，0.51%，58.39%，19.82%，绝对偏差值为：0.0152。

结合 MATLAB 工具箱，进行均值-VAR 模型的求解，首先设置信区间α =99%，$\Phi^{-1}(\alpha)$=2.326348；模型为：

$$\text{Min} \quad -(X'\mu)+2.326348*\sqrt{X'CX}$$

$$\text{s.t}\begin{cases} X'\mu \geq E_0 \\ \sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\ X \geq 0 \end{cases} \tag{2.8}$$

通过对模型的求解得：

表 2.4 均值-VaR 最优投资组合策略

r_0	最优解										r_p	VaR
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}		
0.018	0.059	0.2706	0.1642	0	0.3257	0.0383	0	0.1423	0	0	0.0512	-0.022
0.027	0.059	0.2706	0.1642	0	0.3257	0.0383	0	0.1423	0	0	0.0512	-0.022
0.036	0.059	0.2706	0.1642	0	0.3257	0.0383	0	0.1423	0	0	0.0512	-0.022
0.045	0.0589	0.2705	0.1637	0	0.326	0.038	0	0.1429	0	0	0.0512	-0.022
0.054	0.0585	0.2826	0.1329	0	0.3648	0.0241	0	0.1371	0	0	0.054	-0.0219
0.063	0.0527	0.2929	0.0777	0	0.5072	0	0	0.0696	0	0	0.063	-0.0211
0.072	0.0441	0.2509	0.0398	0	0.6653	0	0	0	0	0	0.072	-0.0187
0.081	0.0382	0.1259	0	0	0.8359	0	0	0	0	0	0.081	-0.0134

均值-VaR 模型的有效前沿为：

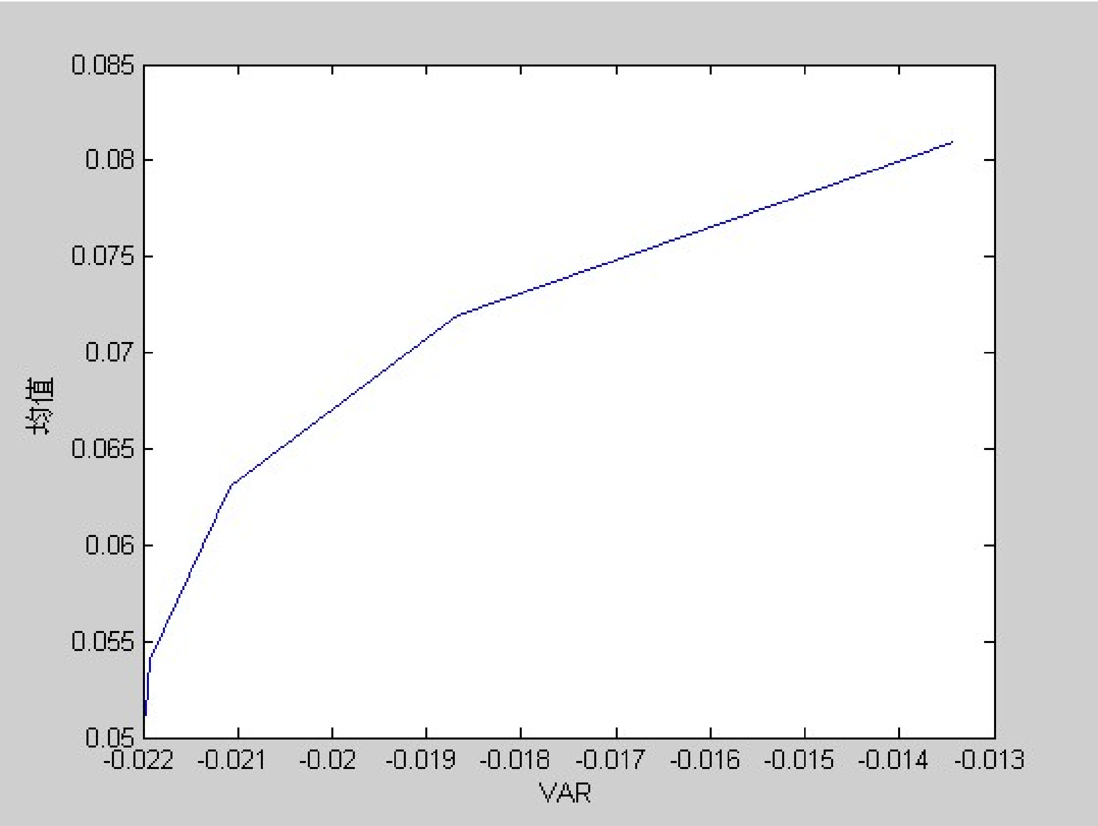

图 2.4 均值-VaR 模型的有效前沿

实证结果显示，均值-VaR 模型和均值-方差模型的有效前沿存在着相同的趋势，即随着预期收益率的提高，风险 VAR 的增长速度不断提高。当预期收益率取 0.06 时，优化结果为，第一、二、三、五、八种资产的投资比例分别为： 5.78%，29.21%，8.3%，45.48%，11.24%，风险 VaR 的值为：-0.0215。

同样，均值-CVaR 模型的求解可仿照上例方法进行优化求解，设置信水平保持不变，$c(\alpha)$=2.6655；模型为：

$$\text{Min} \quad 2.6655*\sqrt{X'CX} - (X'\mu)$$

$$\text{s.t}\begin{cases} X'\mu \ge E_0 \\ \sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\ X \ge 0 \end{cases} \tag{2.9}$$

仿照均值-VaR 模型的求解方法，同样求得均值-CVaR 模型的有效前沿：

表 2.5 均值-CVaR 最优投资组合策略

r_0	最优解										r_p	CVaR
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}		
0.018	0.0601	0.2564	0.2235	0	0.2421	0.0667	0	0.1511	0	0	0.0455	-0.0181
0.027	0.0601	0.2564	0.2235	0	0.2421	0.0667	0	0.1511	0	0	0.0455	-0.0181
0.036	0.0601	0.2564	0.2235	0	0.2421	0.0667	0	0.1511	0	0	0.0455	-0.0181
0.045	0.0606	0.2564	0.2186	0	0.2453	0.0646	0	0.1545	0	0	0.0457	-0.0181
0.054	0.0581	0.2821	0.1347	0	0.3654	0.0248	0	0.1348	0	0	0.054	-0.0172
0.063	0.0522	0.2939	0.077	0	0.5072	0	0	0.0697	0	0	0.063	-0.015
0.072	0.044	0.251	0.0397	0	0.6653	0	0	0	0	0	0.072	-0.0109
0.081	0.0382	0.1259	0	0	0.8359	0	0	0	0	0	0.081	-0.0036

均值-CVaR 模型的有效前沿为：

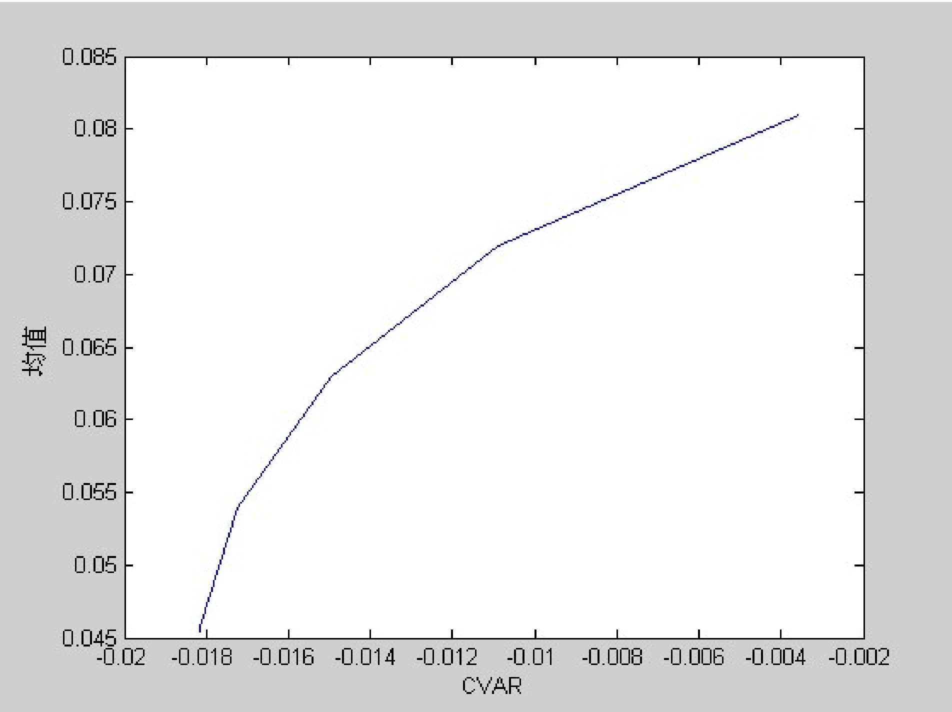

图 2.5 均值-CVaR 模型的有效前沿

实证结果，表明均值-CVaR 模型与均值-VaR 模型的有效前沿存在相似之处，当预期收益率取上文的值时，可得资产情况，即第一、二、三、五、八种资产的投资比例为：5.75%，29.31%，8.22%，45.47%，11.25%，其中，CVaR 的值为：-0.0159。

总结：

下面我们将上述实证的研究结果进行相关性对比，结果如图:

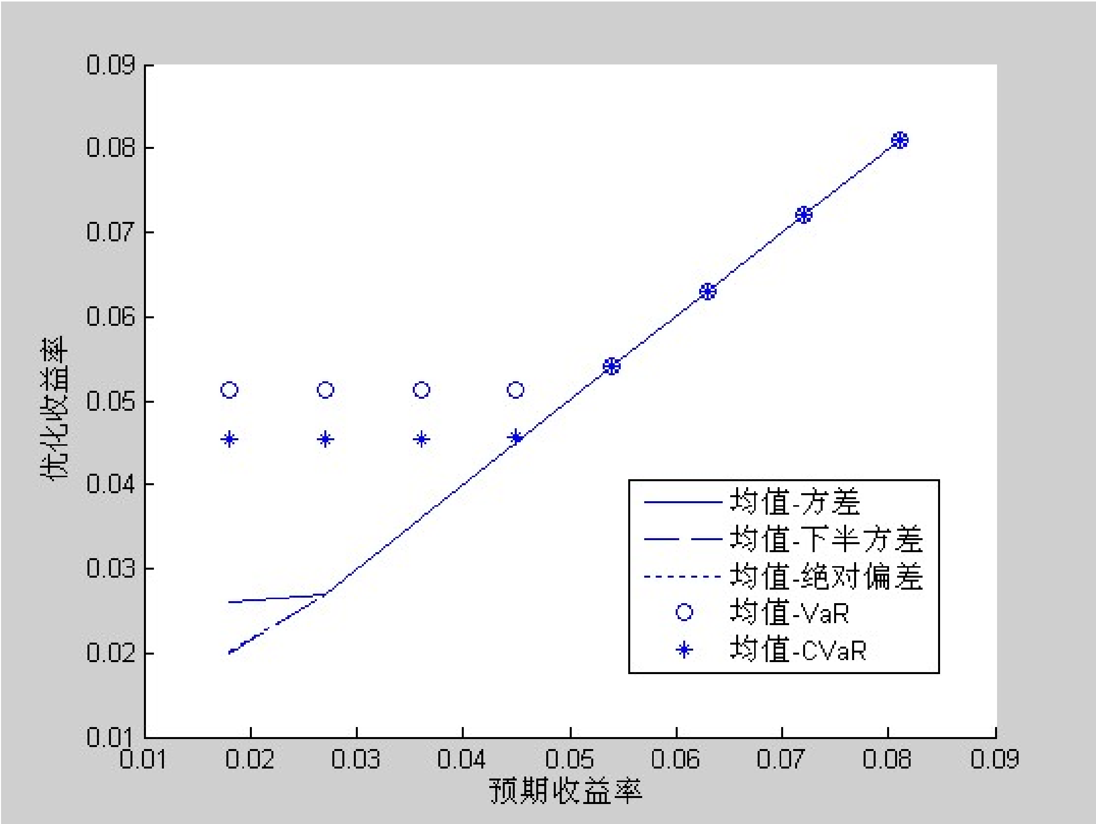

图 2.6　五种模型下的收益情况

当预期收益率小于 0.05 时，结果显示，均值-VaR 和均值-CVaR 具有更好的表现，大于 0.05 时，所有模型的表现都相同；均值-方差、均值-下半方差和均值-绝对偏差模型的表现基本相似。

第三章 基于约束法下风险组合的投资模型及优化

投资者通常选择标准投资组合模型的计算结果来选择所购买的资产，资产的历史信息通过简单的提炼和处理，得到资产的收益情况以及相应的历史风险；模型的假设通常考虑投资者投资者持有资产只有一个相对较短暂的时期，一般包括一天、一周、或者一个月等。第二章分别介绍了不同风险度量方法下的投资组合模型，并进行相关的实证研究，对于投资者来说，可以根据个人偏好和对风险的的认识选择适合自己的风险度量方法。

然而，投资组合中仅仅使用一种风险度量方法往往不能满足实际问题的需要，尤其是在考虑下行风险时，往往会忽略上行风险的存在，就如我们前面章节提到的不稳定的上行风险同样预示着风险的存在；同时，Stone（1973）[36]也证明了如何选择最好的度量准则的方法还未解决；所以，在选择风险度量方法时，投资者因为认识的局限性不能选择适宜自己的度量方法，结果导致投资不能达到自己预期的效果。

事实上，每种风险度量方法在投资组合的选择上有着属于自己的领域，即当选择某一种度量方法求出最优解时，但这个最优解却不满足其他度量方法下求出的最优值。所以，当投资者被要求选择适合自己的风险度量方法时，往往选择的结果是多种，而不仅仅是其中一种。后来，有些学者开始通过同时引入多种风险度量方法来帮助投资者得到一个更好投资选择；Konno（1993）[18]在投资组合模型中同时加入均值、方差以及偏度三种元素来优化投资选择；Wang,J.(2000) [19]提出了均值-方差-VaR 投资组合模型；Roman(2007) [20]则在投资模型中同时添入方差和 CVaR 两种风险度量方法；Hariharan Kandasamy(2008) [37]在其博士论文中提出了均值-半方差-绝对偏差、均值-半方差-CVaR、均值-半方差-CDaR、均值-半方差-UPDR 等创新模型。该章节，我们将提出几组创新投资组合模型：均值-方差-CVaR、均值-绝对偏差-VaR、均值-绝对偏差-CVaR。三种创新模型具有一个相同的特点，就是对于风险的度量要同时考虑历史收益的波动大小，即稳定性；同时考虑投资者所关注的资产最坏损失状况。这么一来，几种不同性质的风险度量方法进行组合可以对风险进行全面度量。

多目标问题的求解技术，到目前为止，已有二三十种方法，大多是在 20 世纪 70 年代发展起来的。为了把握各种方法的基本特征，许多学者从不同的观点提出了一些不同的分类方法，如根据决策者与分析者的求解过程中的联系方式可分为交互式多目标决策和非交互式多目标决策；根据决策者的偏好情况可分为有偏好的多目标决策和无偏好的多目标决策；根据决策方式可分为个体决策和群体决策；根据决策变量的连续的、方案无限的还是离散的、方案有限的可分为离散多目标决策和连续多目标决策等。

鉴于多目标决策问题的客观决策态势和主观的决策规则，以及获得决策者的偏好信息的情况，可将多目标决策技术分为：非劣解的生成技术、评价决策技术、交互式生成决策技术；结合投资组合模型，该章节主要介绍非劣解的生成技术。非劣解的生成技术最常用的方法有权重法、约束法和理想点法。

由于必须由投资者决定自己对不同风险度量方法的偏好程度，现实中，投资者也很难

具体对自己的风险偏好进行具体量化，所以在实际应用中，权重法和理想点法的实际效果很难把握，所以，在理论研究中，多数不采取以上两种方法，而选用约束法，可以根据投资者的偏好度，直接决定目标函数的选择；计算上也简单于二者。

3.1 均值-方差-CVaR 投资组合模型

关于风险度量的方法在第二章节中我们已经详细介绍过了，接下来，我们直接引用前文的风险度量方法使之嵌入到投资模型中。

单阶段-多目标均值-方差-CVaR 投资组合模型如下：

$$\text{Min}\quad [\text{variance(X)，CVAR(X)}]=[X'CX,-(X'\mu)+c(\alpha)\sqrt{X'CX}]$$

$$\text{s.t}\begin{cases} X'\mu \ge E_0 \\ \sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\ X \ge 0 \end{cases} \tag{3.1}$$

上文我们介绍了几种多目标优化方法，它们都可以用来求解该模型，在这里我们选择其中约束法来解决此问题，因为，对于投资者来说，约束法是一种比较直观而且易于理解的计算方法，对于以上问题，也极易解决。

首先，我们选择 CVaR(X)作为目标函数，模型（3.1）可化简为：

$$\text{Min}\quad \text{CVaR(X)}=-(X'\mu)+c(\alpha)\sqrt{X'CX}$$

$$\text{s.t}\begin{cases} X'\mu \ge E_0 \\ X'CX \le \sigma_0 \\ \sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\ X \ge 0 \end{cases} \tag{3.2}$$

算例：

结合前面的实证研究，进行算例研究，当σ_0的取的值小于 0.0001 时，在不允许卖空的情况下，模型只有唯一解，即：

表 3.1 基于 CVaR 限制下的均值-方差投资决策结果

股票	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	r_p	CVaR
投资比例	0.060	0.254	0.230	0	0.232	0.070	0	0.154	0	0	0.045	-0.018

只有一这里我们取σ_0的值为 0.0002，0.0003，0.0005，0.0008；在置信水平$\alpha=0.99$，$c(a)=2.6655$。

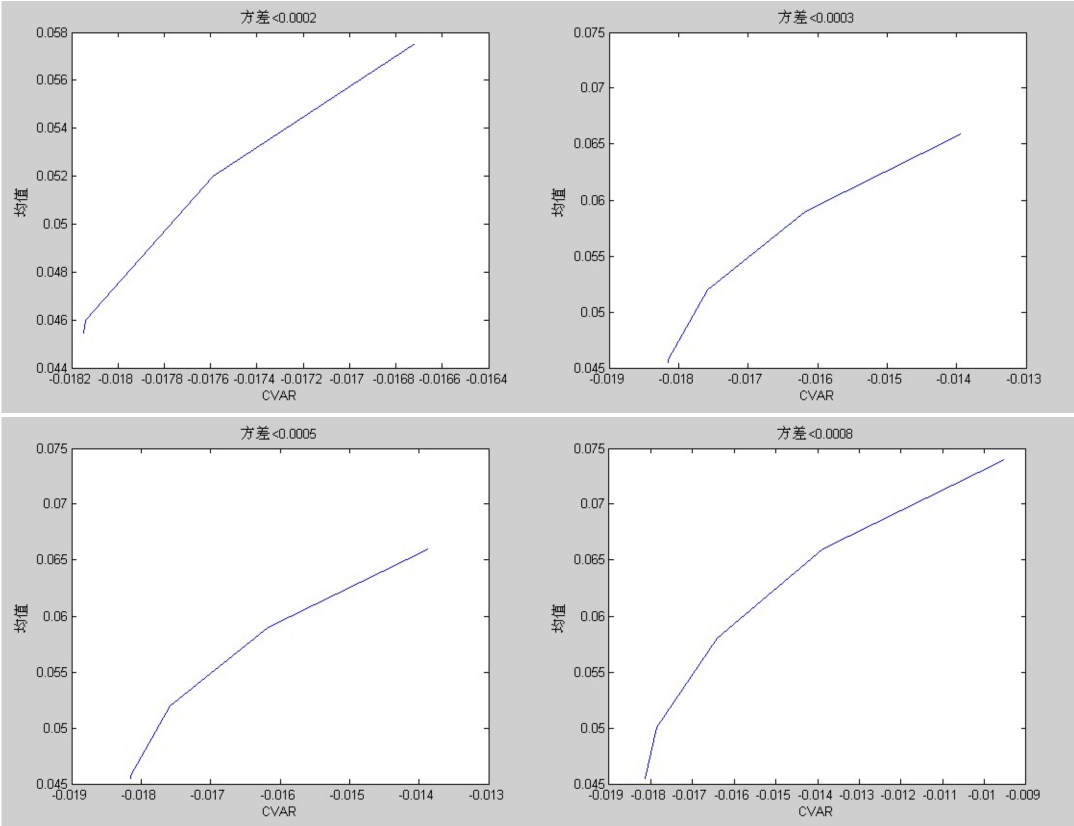

图 3.1 不同预期方差下的均值-方差-CVaR 投资组合模型的有效前沿

实证研究结果显示，当限制方差的大小时，σ_0的值小的解集是值大的解集的子集；该模型的所有解集是均值-CVaR 模型的解的子集。当预期收益率增大时，会导致卖空的情况发生，所以该模型不利于在中国市场的应用。

然后，我们选择方差作为目标函数，模型（3.1）可转化为：

$$\text{Min} \quad X'CX$$

$$\text{s.t} \begin{cases} X'\mu \geq E_0 \\ -(X'\mu)+c(a)\sqrt{X'CX} \leq \sigma_0 \\ \sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\ X \geq 0 \end{cases} \tag{3.3}$$

算例：

根据第二章的实证研究确定σ_0的取值范围。此处σ_0的值分别取：-0.0181，-0.0179，-0.0159，-0.0121，-0.01，-0.0045，可得到一下结果：

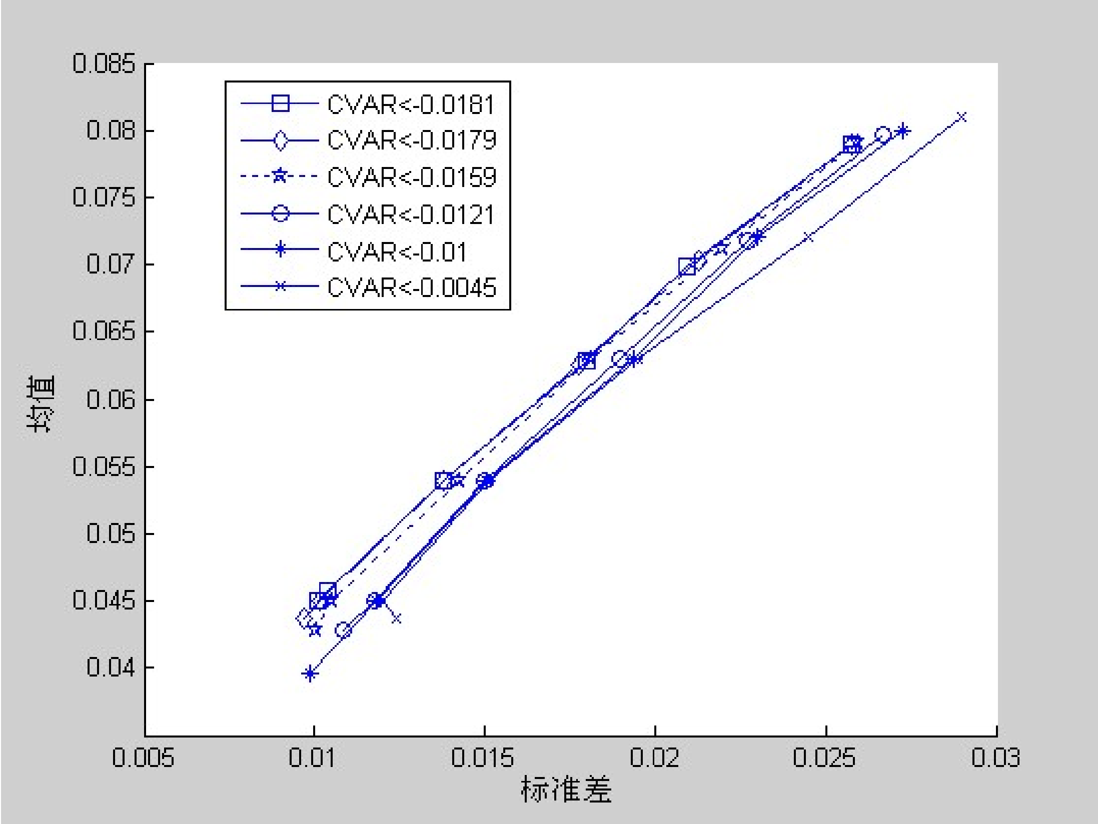

图 3.2 不同预期 CVaR 下的均值-方差-CVaR 投资组合模型的有效前沿

实证研究结果显示，随着 CVaR 的限制程度越高，同样的均值下，标准差的取值越小，结论是当运用均值-方差模型解决投资组合问题，同时嵌入 CVaR 约束条件，可以起到降低风险的作用。

3.2 均值-绝对偏差-VaR 投资组合模型

该节我们选择绝对偏差和 VaR 作为风险度量方法，绝对偏差可以表示历史数据与平均值的差异程度，而 VaR 可以度量资产的最坏损失程度。所以，该组合可以同时满足投资者的风险度量需求。以下

单阶段-多目标均值-绝对偏差-VaR 投资组合模型如下：

$$\text{Min} \quad [\text{AbsoluteDeviation}(X),\ \text{VaR}(X)]$$

$$=\left[E\left[\left|\sum_{j=1}^{n} R_j X_j - E\left|\sum_{j=1}^{n} R_j X_j\right|\right|\right],\ -(X'\mu)-\Phi^{-1}(1-\alpha)\sqrt{X'CX}\right]$$

$$\text{s.t}\begin{cases} X'\mu \ge E_0 \\ \sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\ X \ge 0 \end{cases} \tag{3.4}$$

首先，根据投资者对于风险的偏好程度，选择适宜的风险度量方法作为自己的目标函数，我们选择 AbsoluteDeviation(X)作为目标函数，模型（3.4）可化简为：

$$\text{Min} \quad E\left[\left|\sum_{j=1}^{n} R_j X_j - E\left|\sum_{j=1}^{n} R_j X_j\right|\right|\right]$$

$$\text{s.t} \begin{cases} X'\mu \geq E_0 \\ -(X'\mu) - \Phi^{-1}(1-\alpha)\sqrt{X'CX} \leq \sigma_0 \\ \sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\ X \geq 0 \end{cases} \tag{3.5}$$

求解过程：

$$\text{Min} \quad w(x) = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} y_t$$

$$\textbf{s.t} \begin{cases} \sum_{j=1}^{n} r_j x_j \geq E_0 \\ -(X'\mu) - \Phi^{-1}(1-\alpha)\sqrt{X'CX} \leq \sigma_0 \\ \sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\ y_t - \sum_{j=1}^{n} (r_{jt} - r_j) x_j \geq 0 \\ y_t + \sum_{j=1}^{n} (r_{jt} - r_j) x_j \geq 0 \\ x_1 \geq 0, \ldots, x_n \geq 0, y_1 \geq 0, \ldots, y_T \geq 0 \\ t = 1, \ldots, T. \end{cases} \tag{3.6}$$

算例：

根据第二章的实证研究结果，我们来确定预期 VaR 的大小，此处 σ_0 的值分别取：-0.022，-0.02，-0.018，-0.016，-0.014，-0.01，可得到一下结果：

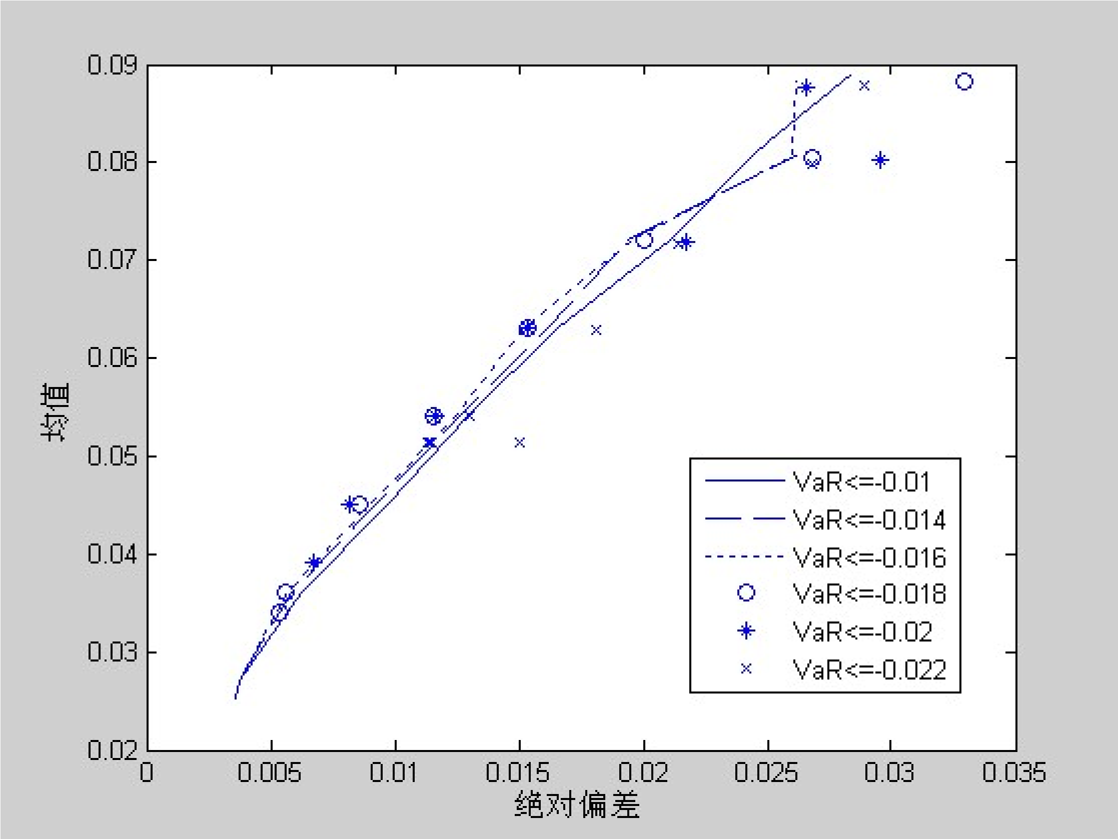

图 3.3 不同预期 VaR 下的均值-方差-VaR 投资组合模型的有效前沿

实证研究结果显示，VaR 的限制程度，并不能对模型结果产生实质性的影响，这也是由于 VaR 的性质所致，因为 VaR 不满足一致性。

其次，我们选择 VaR 作为目标函数，模型（3.4）可转化为：

求解过程：

$$\text{Min} \quad -(X'\mu)-\Phi^{-1}(1-\alpha)\sqrt{X'CX}$$

$$\text{s.t}\begin{cases} X'\mu \ge E_0 \\ E\left[\left|\sum_{j=1}^{n} R_j X_j - E\left|\sum_{j=1}^{n} R_j X_j\right|\right|\right] \le \sigma_0 \\ \sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\ X \ge 0 \end{cases} \tag{3.7}$$

求解过程：

$$\text{Min} \quad -(X'\mu) - \Phi^{-1}(1-\alpha)\sqrt{X'CX}$$

$$\text{s.t} \quad \begin{cases} X'\mu \ge E_0 \\ \dfrac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} y_t \le \sigma_0 \\ y_t - \sum_{j=1}^{n}(r_{jt} - r_j)x_j \ge 0 \\ y_t + \sum_{j=1}^{n}(r_{jt} - r_j)x_j \ge 0 \\ x_1 \ge 0, \ldots, x_n \ge 0, y_1 \ge 0, \ldots, y_T \ge 0 \\ t = 1, \ldots, T. \\ \sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\ X \ge 0 \end{cases} \tag{3.8}$$

算例：

该模型中风险绝对偏差作为嵌入条件，可通过第二章研究结果，选取几组预期绝对偏差值，作为研究对象 ，这里我们所取数据为：“绝对偏差≤0.006”,“绝对偏差≤0.008”,“绝对偏差≤0.012”,“绝对偏差≤0.016”,“绝对偏差≤0.02”,“绝对偏差≤0.025”，优化结果如图所示：

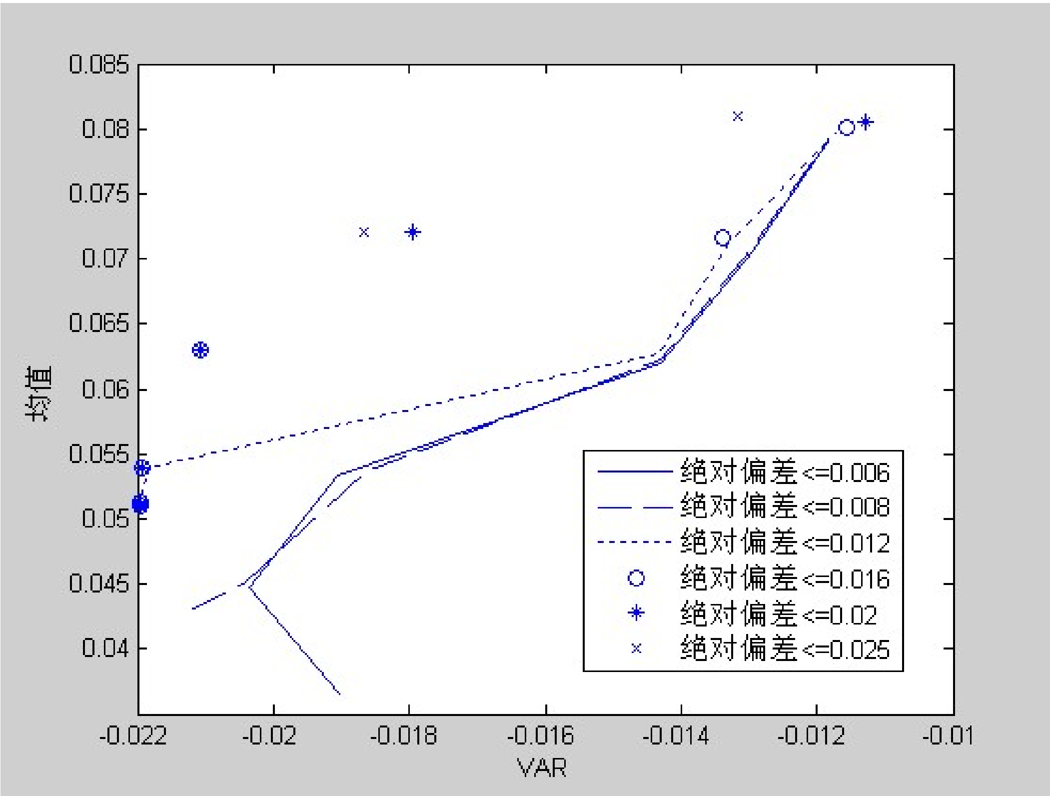

图 3.4 不同预期绝对偏差下的均值-绝对偏差-**VaR** 投资组合模型的有效前沿

研究结果表明，随着绝对偏差的限制程度越大，风险 VaR 的值越大，即风险越大，因为两种不同的风险度量方法有着不同的度量原理，所以导致当绝对偏差作为限制条件时， VaR 的值不能随着限制条件的加强变小，即二者所对应的风险将同时降低。

3.3 均值-绝对偏差-CVaR 投资组合模型

3.2 节中选择 VaR 作为风险度量方法，由于 VaR 缺乏次可加性，所以它不是一个一致性风险度量。正是因为 VaR 方法有着一系列的缺陷，才促使研究人员提出了另一种基于 VaR 修正的 CVaR（Conditional Value at Risk）的方法，这种方法不但具有 VaR 方法的优点，而且还克服了 VaR 方法的缺陷。所以，在该小节中我们选择 CVaR 来代替 VaR 作为其中一个风险度量方法。下面，介绍一下相关模型。

单阶段-多目标均值-绝对偏差-CVaR 投资组合模型如下：

$$\text{Min} \quad [\text{AbsoluteDeviation(X)}，\text{CVaR(X)}]$$

$$=[E\left[\left|\sum_{j=1}^{n}R_jX_j-E\left|\sum_{j=1}^{n}R_jX_j\right|\right|\right]，\ -(X'\mu)+c(\alpha)\sqrt{X'CX}\ ]$$

$$\text{s.t}\begin{cases}X'\mu\ge E_0\\ \sum_{i=1}^{n}X_i=1\\ X\ge 0\end{cases} \tag{3.9}$$

首先，我们选择 AbsoluteDeviation(X)作为目标函数，模型（3.9）可化简为：

$$\text{Min} \quad E\left[\left|\sum_{j=1}^{n}R_jX_j-E\left|\sum_{j=1}^{n}R_jX_j\right|\right|\right]$$

$$\text{s.t}\begin{cases}X'\mu\ge E_0\\ -(X'\mu)+c(\alpha)\sqrt{X'CX}\le\sigma_0\\ \sum_{i=1}^{n}X_i=1\\ X\ge 0\end{cases} \tag{3.10}$$

求解过程：

$$\text{Min} \quad w(x)=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}y_t$$

$$\text{s.t} \quad \begin{cases} \sum_{j=1}^{n} r_j x_j \geq E_0 \\ -(X'\mu)+c(a)\sqrt{X'CX} \leq \sigma_0 \\ \sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\ y_t - \sum_{j=1}^{n}(r_{jt}-r_j)x_j \geq 0 \\ y_t + \sum_{j=1}^{n}(r_{jt}-r_j)x_j \geq 0 \\ x_1 \geq 0,\dots,x_n \geq 0, y_1 \geq 0,\dots,y_T \geq 0 \\ t=1,\dots,T. \end{cases} \tag{3.11}$$

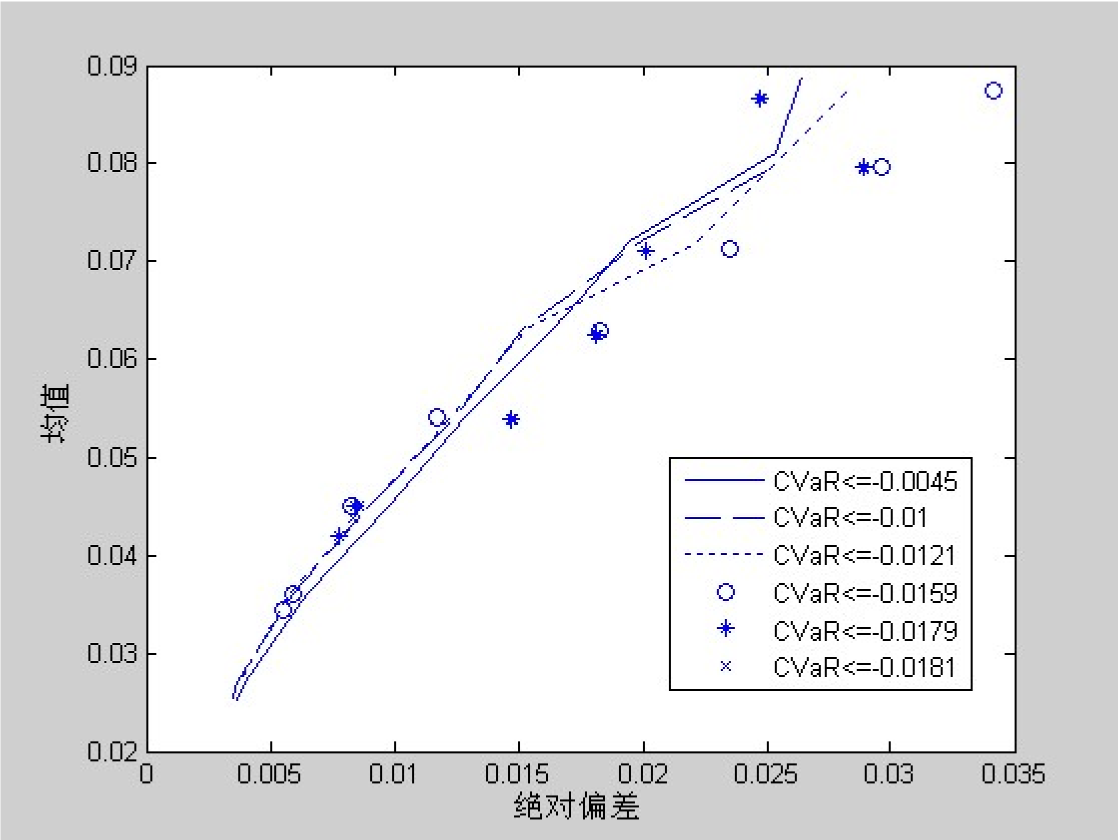

图 3.5 不同预期 CVaR 下的均值-绝对偏差-CVaR 投资组合模型的有效前沿

实证研究结果显示，随着 CVaR 的限制程度越高，同样的均值下，绝对偏差的取值越小，结论是当运用均值-绝对偏差模型解决投资组合问题，同时嵌入 CVaR 约束条件，可以起到降低风险的作用。

其次，我们选择 CVaR 作为目标函数，模型（3.9）可转化为：

$$\text{Min}\quad -(X'\mu)+c(\alpha)\sqrt{X'CX}$$

$$\text{s.t}\begin{cases} X'\mu \ge E_0 \\ E[\left|\sum_{j=1}^{n} R_j X_j - E\left|\sum_{j=1}^{n} R_j X_j\right|\right|] \le \sigma_0 \\ \sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\ X \ge 0 \end{cases} \tag{3.12}$$

求解过程：

$$\text{Min}\quad -(X'\mu)+c(\alpha)\sqrt{X'CX}$$

$$\text{s.t}\begin{cases} X'\mu \ge E_0 \\ \dfrac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} y_t \le \sigma_0 \\ y_t - \sum_{j=1}^{n}(r_{jt}-r_j)x_j \ge 0 \\ y_t + \sum_{j=1}^{n}(r_{jt}-r_j)x_j \ge 0 \\ x_1 \ge 0,\ldots,x_n \ge 0, y_1 \ge 0,\ldots,y_T \ge 0 \\ t=1,\ldots,T. \\ \sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\ X \ge 0 \end{cases} \tag{3.13}$$

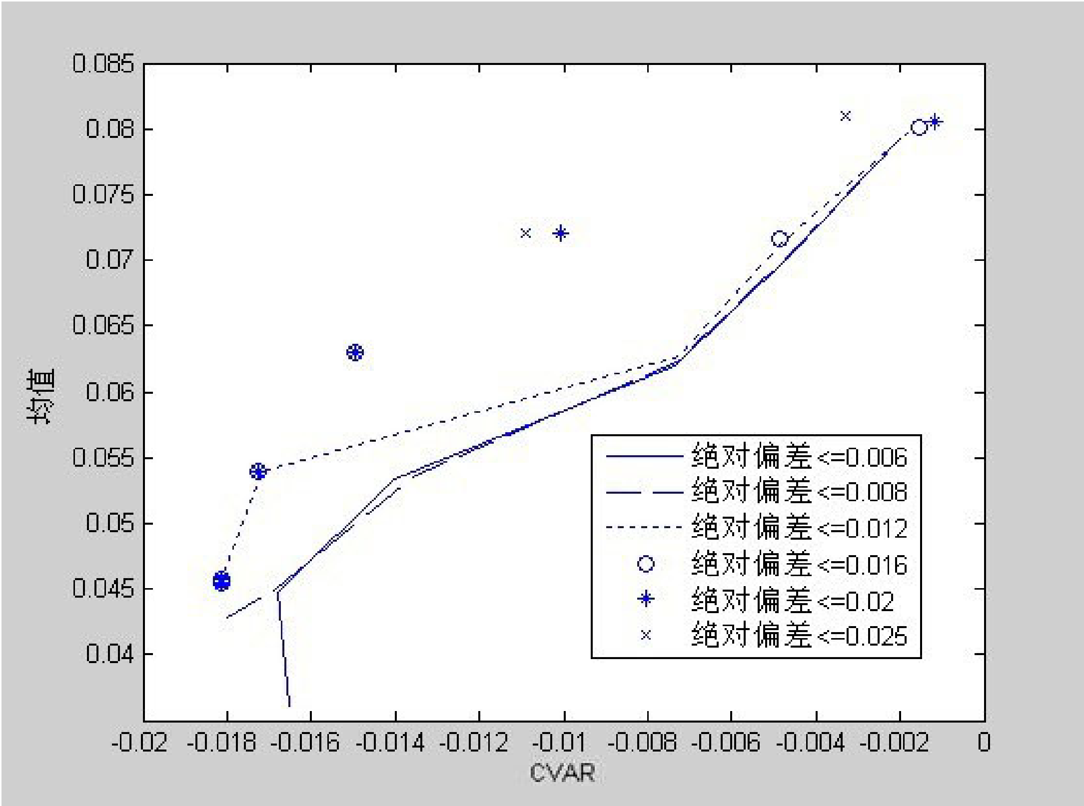

图 3.6 不同预期绝对偏差下的均值-绝对偏差-CVaR 投资组合模型的有效前沿

研究结果表明，随着绝对偏差的限制程度越大，风险 CVaR 的值越大，即风险越大，所以绝对偏差作为限制条件，具有放大 CVaR 风险的特点，结论是当绝对偏差和风险 CVaR 同时存在时，可以起到协同降低风险的作用。

小结:三种创新模型的提出为投资组合模型提供了更广泛的选择，当两种不同性质的风险同时存在时，可以起到共同降低风险的作用。方差、绝对偏差对应着波动风险；而 VaR、CVaR 对应着最坏损失，选择模型时，投资者可以根据个人偏好，选择目标函数，通过调节限制条件中的风险限制程度，使得在次风险值一定的情况下，使主风险值降到最低。

第四章 投资组合优化的实证对比研究

本章节将结合国内股票市场的实时数据检验单目标投资组合模型和创新多目标投资组合模型的有效性。在此分两部分进行实证对比研究，首先，第一部分选取第二章的五组模型，统计出它们的收益与标准差，结合最新数据，得出模型的未来收益率情况，进行图形比较；其次，第二部分则根据第四章提出的三种模型，结合相关实证研究结果，比较收益和标准差的分布情况，选取统计数据将来一期的数据做实证对比。

4.1 单目标投资组合模型实证对比研究

论文第二章回顾了五种不同风险度量方法下的投资组合模型,并结合算例做了相关的实证研究，下面我们通过将以上五种模型的实证结果进行统计对比分析：

（1）模型实证对比阶段

表 4.1 五种组合模型的实证统计结果

r_0	均值-方差		均值-下半方差		均值-绝对偏差		均值-VaR		均值-CVaR	
	r_p	σ	r_p	σ	r_p	σ	r_p	σ	r_p	σ
0.018	0.026	0.0054	0.0199	0.0256	0.025	0.0057	0.0512	0.0126	0.0455	0.0102
0.027	0.027	0.0054	0.027	0.0235	0.027	0.0062	0.0512	0.0126	0.0455	0.0102
0.036	0.036	0.0073	0.036	0.0224	0.036	0.008	0.0512	0.0126	0.0455	0.0102
0.045	0.045	0.0101	0.045	0.0223	0.045	0.0106	0.0512	0.0126	0.0457	0.0103
0.054	0.054	0.0138	0.054	0.0231	0.054	0.0156	0.054	0.0138	0.054	0.0138
0.063	0.063	0.018	0.063	0.0248	0.063	0.0209	0.063	0.018	0.063	0.018
0.072	0.072	0.0229	0.072	0.0272	0.072	0.0252	0.072	0.0229	0.072	0.0229
0.081	0.081	0.029	0.081	0.03	0.081	0.0302	0.081	0.029	0.081	0.029

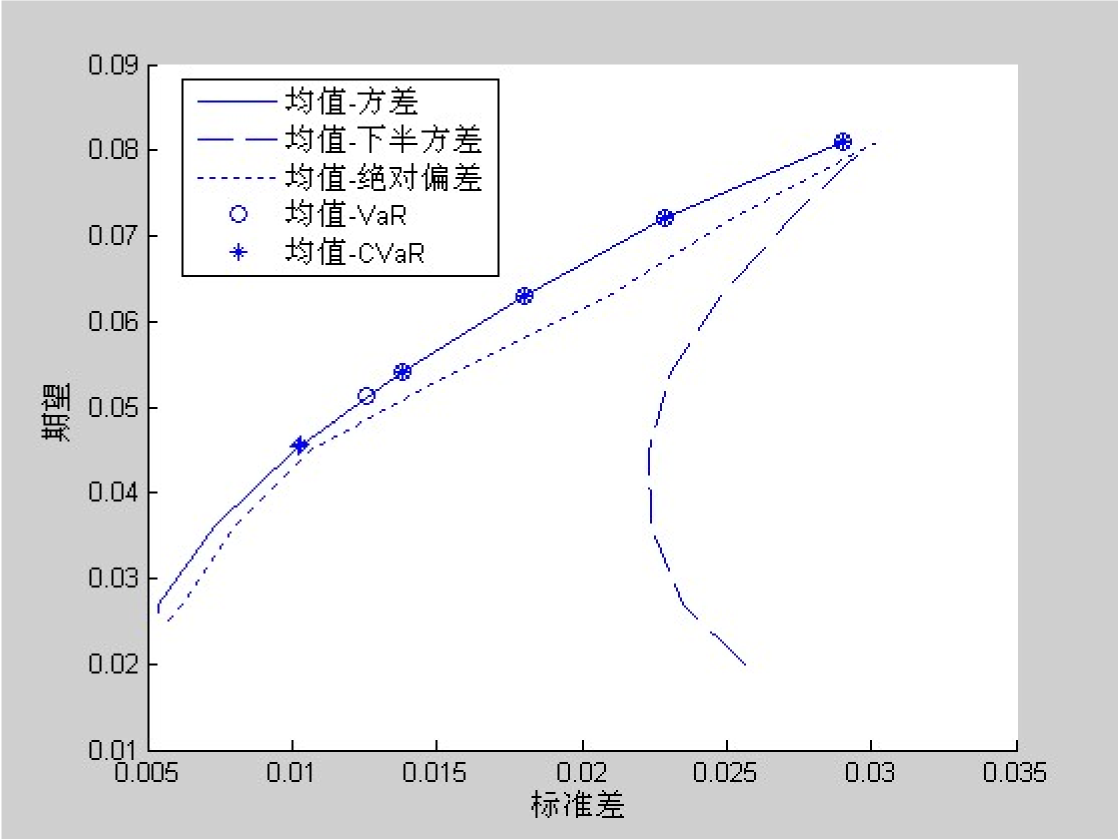

图 4.1　五种组合模型的实证结果对比

从图中结果显示，我们知道嵌入下半方差的投资组合模型，虽然均值和下半方差存在单调递增的趋势，结果显示该模型下，均值和标准差存在先递减后递增的趋势；同样，绝对偏差的投资组合模型下，绝对偏差和标准差的变化趋势虽然存在一定的相关性，结果显示二者并没有稳定的递增关系，而是存在一定的鲁棒性，这也从另一方面说明了样本数据不服从多元正态分布[31]；VaR 和 CVaR 的投资组合模型的优化结果，刚好与方差投资组合模型的结果相吻合，即可知，在不允许卖空情况下，均值-VaR 和均值-CVaR 投资组合的有效前沿为均值-方差模型有效前沿的子集。

均值-VaR 和均值-CVaR 投资组合模型排除了均值-方差投资组合有效前沿中期望收益率较小的一些情况。所以，均值-VaR 和均值-CVaR 投资组合模型在实际使用过程中缩小了投资者的选择范围，同时提高了投资决策的效率。

（2）模型有效性检验阶段

该处我们将结合统计数据将来表现情况，进行模型有效性检验；以下选取了 2012 年第四季度 10 只股票的季度收益率数据。

表 4.2　2012 年第四季度收益率情况

股票	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}
12 年四季度收益率	-0.0128	0.1217	0.0074	0.0323	0.0884	0.0141	0.0225	0.0235	0.0489	0.0874

第二章节我们确定了每种模型下的最优投资策略，现在，我们假设投资者选择以上模型的投资策略，可得到以下投资收益情况。

表 4.3　　模型假设下 2012 年第四季度的实际收益率

r_0	均值-方差	均值-下半方差	均值-绝对偏差	均值-VaR	均值-CVaR
	r_p	r_p	r_p	r_p	r_p
0.018	0.0282	0.0225	0.0186	0.0661	0.058
0.027	0.0303	0.029	0.0306	0.0661	0.058
0.036	0.0439	0.0375	0.0472	0.0661	0.058
0.045	0.0573	0.0459	0.0637	0.0661	0.0583
0.054	0.0705	0.0544	0.0845	0.0704	0.0704
0.063	0.0821	0.0628	0.0856	0.082	0.0821
0.072	0.089	0.0713	0.0859	0.0891	0.0891
0.081	0.0887	0.0777	0.086	0.0887	0.0887

可将表 4.3 转化为对比图的情形，如图 4.2：

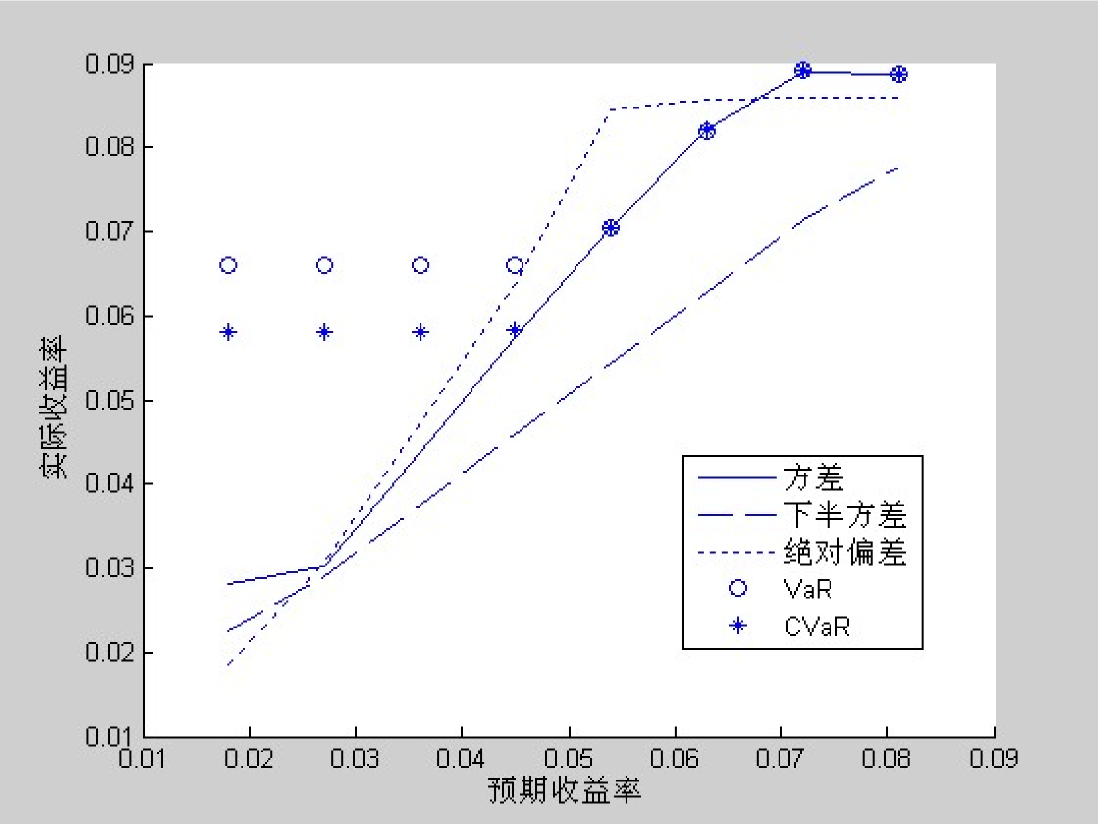

图 4.2 模型假设下 2012 年第四季度的实际收益率对比图

结果表明，在预期收益率稍小时，可以同时选择均值-VaR 和均值-CVaR 投资组合模型，它们的实际表现明显优于其他三种模型的表现，但当预期收益率变大时，结果和均值-方差的结果相同，即验证了均值-VaR 和均值-CVaR 投资组合的有效前沿为均值-方差模型有效前沿的子集；此数据下下半方差的结果表现最差，而绝对偏差下的投资组合模型中间区域内表现出较优的结果。

4.2 多目标投资组合模型实证对比研究

论文第三章提出了三种不同风险度量方法同时存在的投资组合模型，该节我们将结合单目标投资组合模型，进行相关数据结果的对比，验证模型的有效性。

4.2.1 均值-CVaR-方差投资组合模型实证对比研究

首先，当目标函数为方差时，均值-CVaR-方差投资组合模型与不含有 CVaR 限制条件下的均值-方差投资组合模型进行实证研究对比，结果如表：

表 4.4 含有 CVaR 限制与不含有 CVaR 限制的均值-方差模型的优化对比

r_0	均值-方差		均值-CVaR-方差											
			CVaR<-0.0045		CVaR<-0.01		CVaR<-0.0121		CVaR<-0.0159		CVaR<-0.0179		CVaR<-0.0181	
	r_p	σ	r_p	σ	r_p	σ	r_p	σ	r_p	σ	r_p	σ	r_p	σ
0.018	0.026	0.0054	0.0437	0.0124	0.0396	0.0099	0.0428	0.0109	0.0429	0.0101	0.0437	0.0097	0.045	0.0101
0.027	0.027	0.0054	0.0437	0.0124	0.0396	0.0099	0.0428	0.0109	0.0429	0.0101	0.0437	0.0097	0.045	0.0101
0.036	0.036	0.0073	0.0437	0.0124	0.0396	0.0099	0.0428	0.0109	0.0429	0.0101	0.0437	0.0097	0.045	0.0101
0.045	0.045	0.0101	0.045	0.012	0.045	0.0118	0.045	0.0118	0.045	0.0105	0.045	0.0102	0.0457	0.0104
0.054	0.054	0.0138	0.054	0.0151	0.054	0.0151	0.054	0.015	0.054	0.0142	0.054	0.0138	0.054	0.0138
0.063	0.063	0.018	0.063	0.0195	0.063	0.0194	0.063	0.0189	0.063	0.0181	0.0626	0.0178	0.0629	0.018
0.072	0.072	0.0229	0.072	0.0245	0.072	0.023	0.0718	0.0227	0.0711	0.0219	0.0703	0.0213	0.0699	0.0209
0.081	0.081	0.029	0.081	0.029	0.08	0.0273	0.0796	0.0267	0.0791	0.0259	0.079	0.0258	0.0789	0.0257

表 4.4 显示，随着 CVaR 约束条件的增强，当预期收益率也增强时，模型结果显示，优化收益率将低于预期收益率；当预期收益率低于 0.036 时，模型收益情况，却优于均值-方差模型的收益率，随着约束条件的增强，结果收益率有变好的趋势。

下面，结合未来资产表现与模型估计结果进行对比。如表所示：

表 4.5 含有 CVaR 限制与不含有 CVaR 限制的均值-方差模型的实际对比

r_0	均值-方差 r_p	均值-CVaR-方差模型下的实际收益率 r_p					
		CVaR<-0.0045	CVaR<-0.01	CVaR<-0.0121	CVaR<-0.0159	CVaR<-0.0179	CVaR<-0.0181
0.018	0.0282	0.0454	0.0479	0.0489	0.0522	0.056	0.058
0.027	0.0303	0.0454	0.0479	0.0489	0.0522	0.056	0.058
0.036	0.0439	0.0454	0.0479	0.0489	0.0522	0.056	0.058
0.045	0.0573	0.0498	0.0503	0.0508	0.0581	0.0583	0.0591
0.054	0.0705	0.0655	0.0655	0.0658	0.0693	0.0704	0.0702
0.063	0.0821	0.077	0.0757	0.0782	0.0802	0.0804	0.0801
0.072	0.089	0.0863	0.0877	0.0906	0.0924	0.0916	0.0927
0.081	0.0887	0.09	0.0936	0.0953	0.0981	0.0987	0.0988

将数据嵌入到同一张图表之中，结果如图：

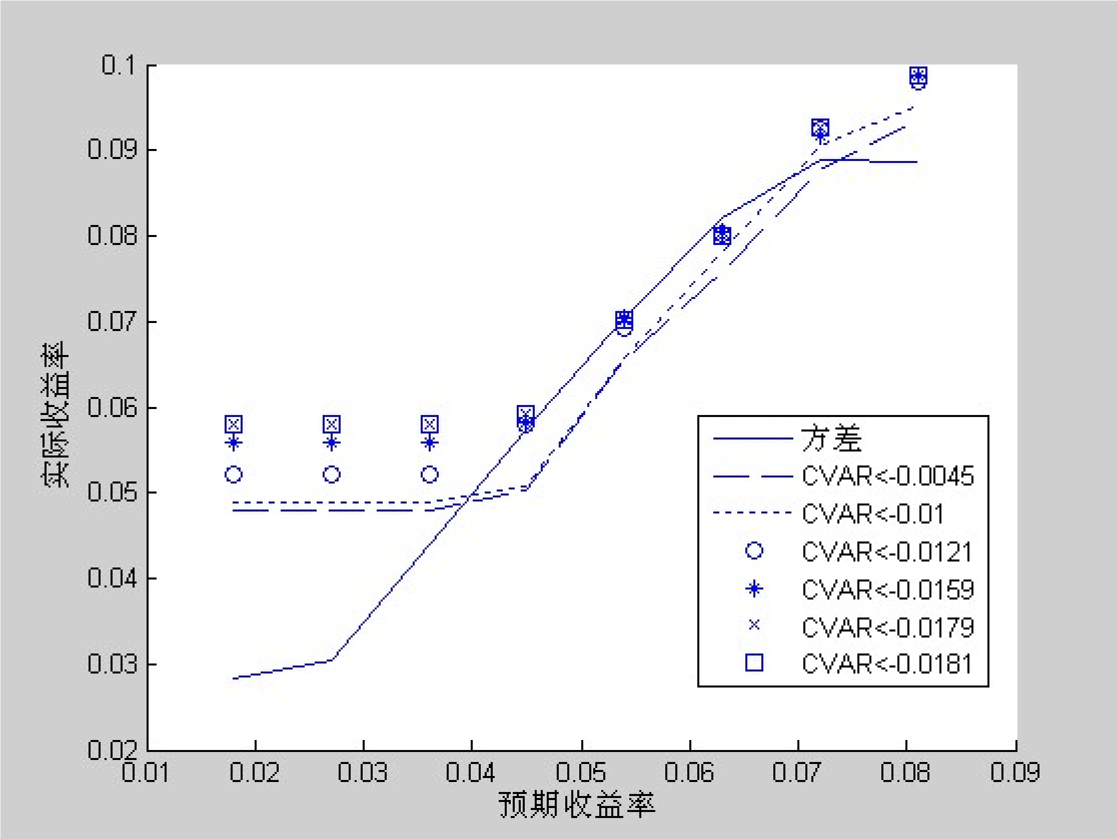

图 4.3 含有 CVaR 限制与不含有 CVaR 限制的均值-方差模型的实际对比

上图显示，当均值-方差模型嵌入 CVaR 条件时，模型表现出更加优异的结果，尤其，当预期收益率较低时，均值-CVaR-方差模型的最优解表现明显的好于均值-方差模型，随着 CVaR 限制的加强，实际收益率也不断提高。

4.2.2 均值-VaR-绝对偏差投资组合模型实证对比研究

均值-VaR-绝对偏差投资组合模型是在均值-绝对偏差模型的基础上提出的，所以，为了检验模型的优劣程度，我们只需要对他们的优化结果进行相关性对比，结果如表：

表 4.6 含有 VaR 限制与不含有 VaR 限制的均值-绝对偏差模型的优化对比

r_0	均值-绝对偏差 r_p	均值-VaR-绝对偏差模型下的最优收益率 r_p					
		VaR≤-0.01	VaR≤-0.014	VaR≤-0.016	VaR≤-0.018	VaR≤-0.02	VaR≤-0.022
0.018	0.025	0.0252	0.0279	0.0305	0.034	0.0392	0.0514
0.027	0.027	0.027	0.0279	0.0305	0.034	0.0392	0.0515
0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.0392	0.0514
0.045	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045	0.0515
0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054
0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.0628
0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.072	0.0719	0.0716
0.081	0.081	0.081	0.0809	0.0807	0.0805	0.0803	0.0799

表 4.6 显示，当均值-绝对偏差嵌入 VaR 的限制条件时，模型表现为，当预期收益率较低时，模型的最优收益率随着 VaR 限制的加强逐渐提高，所以对于害怕风险的保守投资者来说，可以利用该模型，并且提高对 VaR 风险的限制，来达到投资结果的最优；然而，当预期收益率过高时，模型表现更趋向于保守。

同样，我们对比一下，两组模型的实际表现情况，结果如下表：

表 4.7 含有 VaR 限制与不含有 VaR 限制的均值-绝对偏差模型的实际对比

r_0	均值-绝对偏差 r_p	均值-VaR-绝对偏差模型下的实际收益率 r_p					
		VaR≤-0.01	VaR-0.014	VaR≤-0.016	VaR-0.018	VaR-0.02	VaR-0.022
0.018	0.0264	0.0263	0.0303	0.035	0.0413	0.0496	0.0668
0.027	0.029	0.0274	0.0303	0.035	0.0413	0.0496	0.0668
0.036	0.0458	0.0433	0.0444	0.0441	0.0456	0.0496	0.0668
0.045	0.0585	0.062	0.0525	0.0537	0.0532	0.0573	0.0668
0.054	0.0576	0.0483	0.052	0.0528	0.058	0.0638	0.0704
0.063	0.063	0.0514	0.0547	0.0668	0.0754	0.0819	0.0821
0.072	0.0743	0.0604	0.0753	0.08	0.0871	0.0894	0.0901
0.081	0.0799	0.0811	0.0892	0.0909	0.0887	0.0875	0.0883

将数据嵌入到同一张图表之中，结果如图：

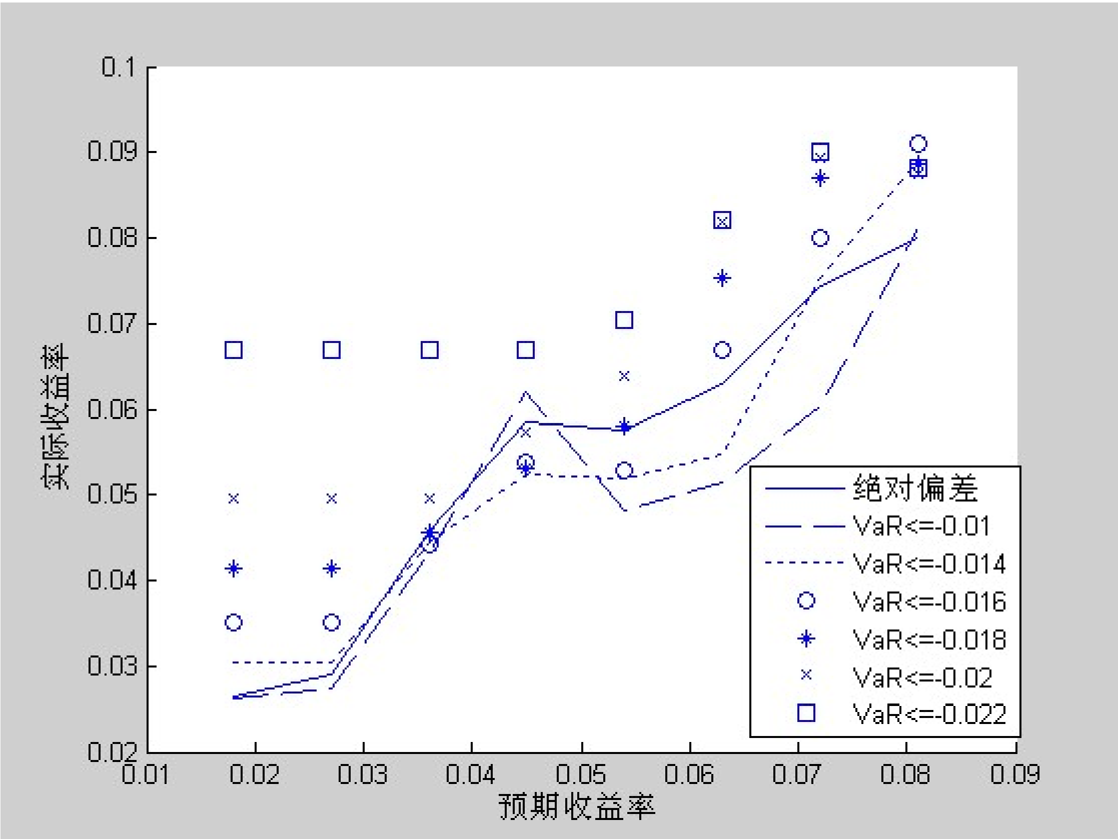

图 4.4 含有 VaR 限制与不含有 VaR 限制的均值-绝对偏差模型的实际对比

通过与表外数据进行对比，结果表明，均值-VaR-绝对偏差投资组合模型的整体表现优于均值-绝对偏差，风险 VaR 的限制程度同时也影响着实际收益结果，根据图像内容解读，当预期较低时，我们可以适当加强限制，但当随着预期的提高，VaR 的限制程度相应

的减弱。

4.2.3 均值-绝对偏差-VaR 投资组合模型实证对比研究

为了证明均值-绝对偏差-VaR 投资组合模型的有效性，我们将其与均值-VaR 模型的优化结果进行对比，如下表：

表 4.8 含有绝对偏差限制与不含有绝对偏差限制的均值-VaR 模型的优化对比

r_0	均值-VaR 模型 r_p	均值- 绝对偏差- VaR 模型下的最优收益率 r_p					
		绝对偏差≤0.006	绝对偏差≤0.008	绝对偏差≤0.012	绝对偏差≤0.016	绝对偏差≤0.02	绝对偏差≤0.025
0.018	0.0512	0.0365	0.043	0.051	0.051	0.051	0.051
0.027	0.0512	0.0365	0.043	0.051	0.051	0.051	0.051
0.036	0.0512	0.0365	0.043	0.051	0.051	0.051	0.051
0.045	0.0512	0.0448	0.045	0.0511	0.0513	0.0511	0.0511
0.054	0.054	0.0534	0.0536	0.054	0.054	0.054	0.054
0.063	0.063	0.062	0.0622	0.0627	0.063	0.063	0.063
0.072	0.072	0.0706	0.0708	0.0712	0.0716	0.072	0.072
0.081	0.081	0.0792	0.0794	0.0798	0.0802	0.0806	0.081

当绝对偏差作为限制条件时，由于绝对偏差的限制，往往导致优化收益率低于预期收益率的值，从另一方面考虑该问题，即意味着风险便得越小，收益情况更加稳定。

下面与表外数据进行比较，检验模型的实际效果，模型优化结果如表所示：

表 4.9 含有绝对偏差限制与不含有绝对偏差限制的均值-VaR 模型的实际表现对比

r_0	均值-*VaR* r_p	均值-绝对偏差- VaR 模型下的实际收益率 r_p					
		绝对偏差≤0.006	绝对偏差≤0.008	绝对偏差≤0.012	绝对偏差≤0.016	绝对偏差≤0.02	绝对偏差≤0.025
0.018	0.0661	0.0456	0.0551	0.0657	0.0657	0.0657	0.0657
0.027	0.0661	0.0456	0.0551	0.0657	0.0657	0.0657	0.0657
0.036	0.0661	0.0454	0.0551	0.0657	0.0657	0.0657	0.0657
0.045	0.0661	0.0592	0.0586	0.0658	0.0662	0.0658	0.0658
0.054	0.0704	0.0594	0.0587	0.0696	0.0704	0.0704	0.0704
0.063	0.082	0.0617	0.062	0.0625	0.0819	0.0816	0.082
0.072	0.0891	0.072	0.0738	0.0769	0.0765	0.087	0.0891
0.081	0.0887	0.0839	0.0826	0.0801	0.0795	0.0797	0.0908

将数据嵌入到同一张图表之中，结果如图：

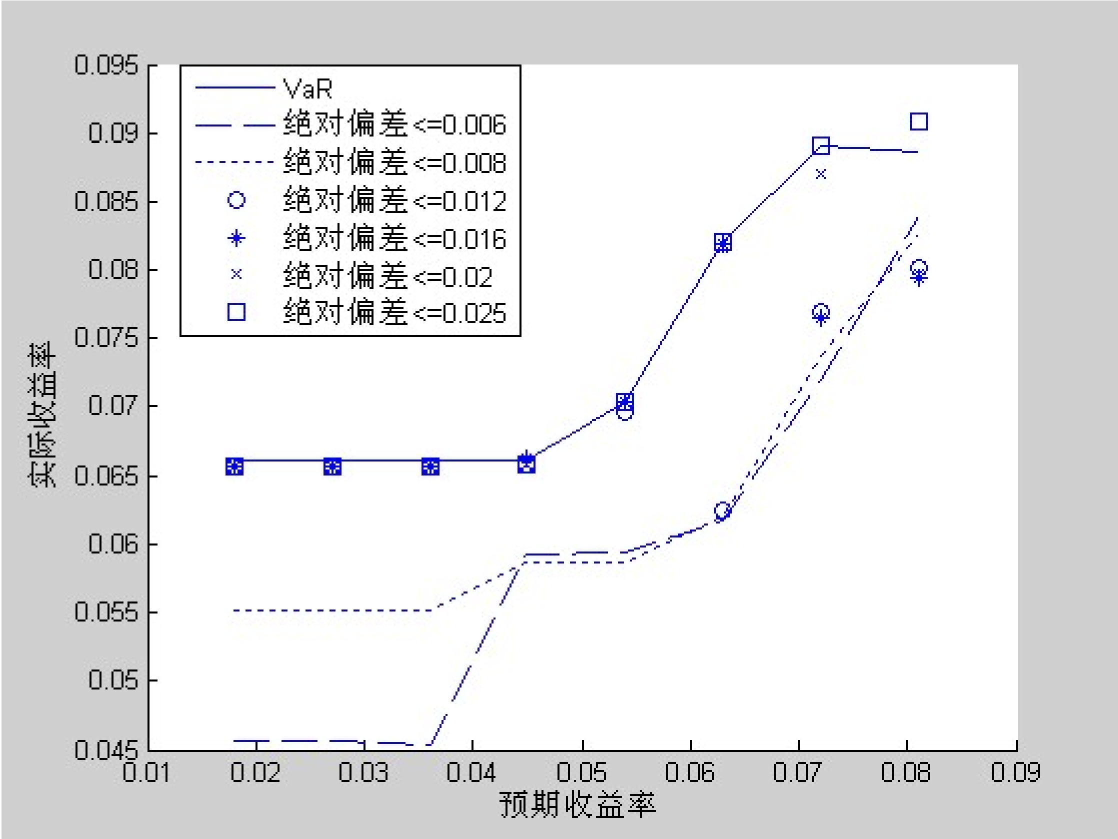

图 4.5 含有绝对偏差限制与不含有绝对偏差限制的均值-VaR 模型的实际表现对比

通过观察上图，我们看到，当预期收益率低于某一个定值时，模型表现劣于均值-VaR 模型的表现，但当高于那个定值时，随着限制条件的加强，实际收益情况要远远好于预期，并且好于均值-VaR 模型的表现，所以，在实际应用中，我们可以根据不同的收益预期，改变限制条件的限制程度，即随着预期收益率的提高，我们适当加强绝对偏差的条件限制，从而提高实际收益率。

4.2.4 均值-CVaR-绝对偏差投资组合模型实证对比研究

比较着均值-VaR-绝对偏差投资组合模型的形式，在这里我们同样对均值-CVaR-绝对偏差投资组合模型进行模型有效性检验，首先，将均值-绝对偏差模型和不同 CVaR 限制条件下均值-CVaR-绝对偏差投资组合模型的优化结果进行比较研究，结果如表 5.10 所示。

表中结果显示，当 CVaR 限制条件嵌入到均值-绝对偏差模型中，当预期收益率相对不高时，我们可以通过提高 CVaR 的限制程度来改善模型收益情况，相反，当预期收益率逐渐变高时，虽然可以通过降低限制条件来提高收益情况，同时也会忽略由于缺乏 CVaR 限制的风险存在，本来 CVaR 的存在意义就是为了杜绝最坏结果的发生。所以，综合考虑结果，通过适当加强 CVaR 条件的限制，既可以改善收益，又可以减少大规模损失的风险。

表 4.10 含有 CVaR 限制与不含有 VaR 限制的均值-绝对偏差模型的优化对比

r_0	均值-绝对偏差 r_p	均值-CVaR-绝对偏差模型下的最优收益率 r_p					
		CVaR<-0.0045	CVaR<-0.01	CVaR<-0.0121	CVaR<-0.0159	CVaR<-0.0179	CVaR<-0.0181
0.018	0.025	0.0252	0.0254	0.0277	0.0345	0.042	0.0439
0.027	0.027	0.027	0.027	0.0277	0.0345	0.042	0.0439
0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.036	0.042	0.0439
0.045	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045	0.045
0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.054	0.0539	0.0539
0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.0629	0.0624	0.0624
0.072	0.072	0.072	0.072	0.0719	0.0713	0.0712	0.0711
0.081	0.081	0.081	0.0802	0.0798	0.0796	0.0796	0.0796

下面我们通过将该模型在实践中进行相关检验，来观察模型的表现情况，结果如下表所示：

表 4.11 含有 CVaR 限制与不含有 CVaR 限制的均值-绝对偏差模型的实际表现对比

r_0	均值-绝对偏差 r_p	均值-CVaR-绝对偏差模型下的实际收益率 r_p					
		CVaR<-0.0045	CVaR<-0.01	CVaR<-0.0121	CVaR<-0.0159	CVaR<-0.0179	CVaR<-0.0181
0.018	0.0264	0.0253	0.0266	0.0295	0.0419	0.0533	0.0559
0.027	0.029	0.0271	0.0293	0.0295	0.0419	0.0533	0.0559
0.036	0.0458	0.0441	0.0444	0.0445	0.0436	0.0533	0.0559
0.045	0.0585	0.0633	0.0535	0.054	0.0576	0.0588	0.0579
0.054	0.0576	0.0495	0.0516	0.0502	0.066	0.0704	0.0703
0.063	0.063	0.0527	0.0686	0.077	0.082	0.0819	0.082
0.072	0.0743	0.0738	0.0865	0.0897	0.0915	0.0927	0.0934
0.081	0.0799	0.0862	0.0935	0.0954	0.0935	0.0915	0.0918

将数据嵌入到同一张图表之中，结果如图：

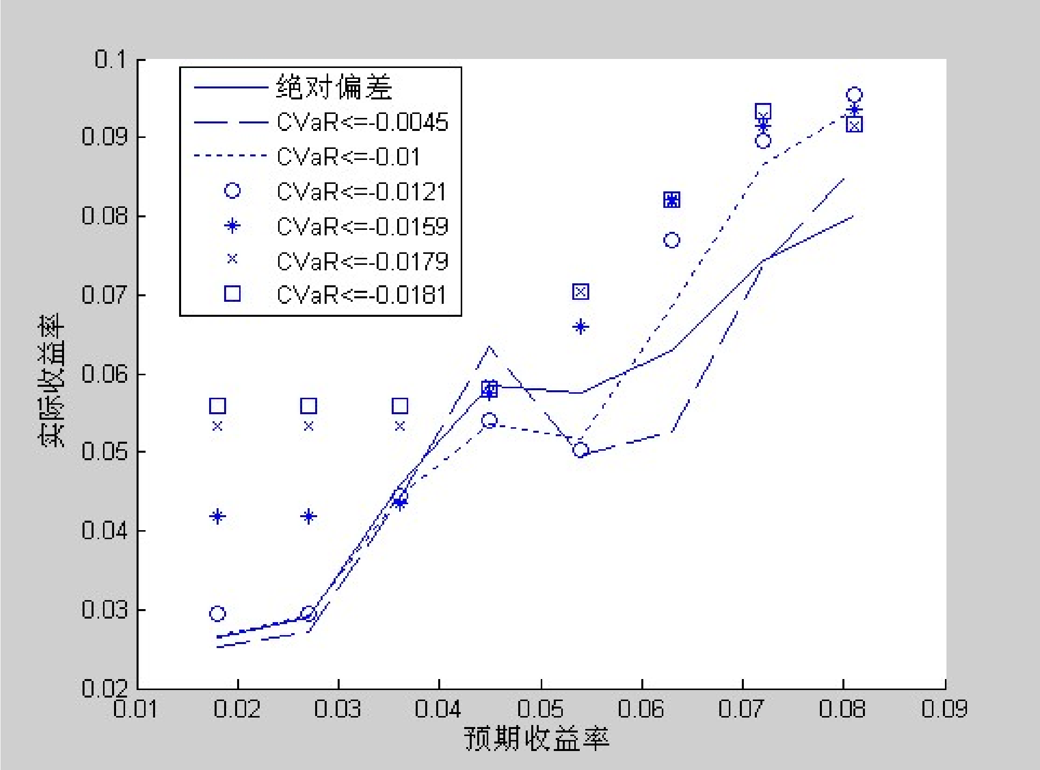

图 4.6 含有 CVaR 限制与不含有 CVaR 限制的均值-绝对偏差模型的实际表现对比

上图显示，模型的实际表现符合该模型的预期表现，即均值-绝对偏差模型中嵌入 CVaR 的限制条件时，根据投资者对投资预期收益率的变化，调整限制条件的强度，对于保守型投资者，往往 CVaR 限制程度越高，带来的收益越高，而且越稳定；对于想要获得更高收益的投资着可以适当调低限制条件，不仅可以保证收益表现，而且还可以降低最坏损失率。

4.2.5 均值-绝对偏差-CVaR 投资组合模型实证对比研究

这里我们将均值-绝对偏差-CVaR 投资组合模型和均值-CVaR 模型进行模型表现对比，如下表所示：

表 4.12 含有绝对偏差限制与不含有绝对偏差限制的均值-CVaR 模型的优化对比

r_0	均值-CVaR 模型 r_p	均值- 绝对偏差- CVaR 模型下的最优收益率 r_p					
		绝对偏差≤0.006	绝对偏差≤0.008	绝对偏差≤0.012	绝对偏差≤0.016	绝对偏差≤0.02	绝对偏差≤0.025
0.018	0.0455	0.0362	0.0428	0.0455	0.0455	0.0455	0.0455
0.027	0.0455	0.0362	0.0428	0.0455	0.0455	0.0455	0.0455
0.036	0.0455	0.0362	0.0428	0.0455	0.0455	0.0455	0.0455
0.045	0.0457	0.0448	0.045	0.0457	0.0457	0.0457	0.0457
0.054	0.054	0.0534	0.0536	0.054	0.054	0.054	0.054
0.063	0.063	0.062	0.0622	0.0627	0.063	0.063	0.063
0.072	0.072	0.0706	0.0708	0.0712	0.0716	0.072	0.072
0.081	0.081	0.0792	0.0794	0.0798	0.0802	0.0806	0.081

结果显示，当均值-CVaR 模型中嵌入绝对偏差时，模型表现更加趋向于保守，相反也意味着整体风险得到相应削减，有利于获得稳定的收益。

下面我们通过观察模型的实际表现，来检验模型是否能在避免风险，同时又能保住收益，结果如表所示：

表 4.13 含有绝对偏差限制与不含有绝对偏差限制的均值-VaR 模型的实际表现对比

r_0	均值-CVaR r_p	均值-绝对偏差- CVaR 模型下的实际收益率 r_p					
		绝对偏差≤0.006	绝对偏差≤0.008	绝对偏差≤0.012	绝对偏差≤0.016	绝对偏差≤0.02	绝对偏差≤0.025
0.018	0.058	0.0447	0.0543	0.0581	0.0581	0.0581	0.0581
0.027	0.058	0.0447	0.0543	0.0581	0.0581	0.0581	0.0581
0.036	0.058	0.0447	0.0543	0.0581	0.0581	0.0581	0.0581
0.045	0.0583	0.0592	0.0586	0.0583	0.0583	0.0583	0.0583
0.054	0.0704	0.0594	0.0587	0.0697	0.0704	0.0704	0.0704
0.063	0.0821	0.0617	0.062	0.0625	0.0819	0.0817	0.082
0.072	0.0891	0.072	0.0738	0.0769	0.0765	0.087	0.0891
0.081	0.0887	0.0839	0.0826	0.0801	0.0795	0.0797	0.0908

将数据嵌入到同一张图表之中，结果如图：

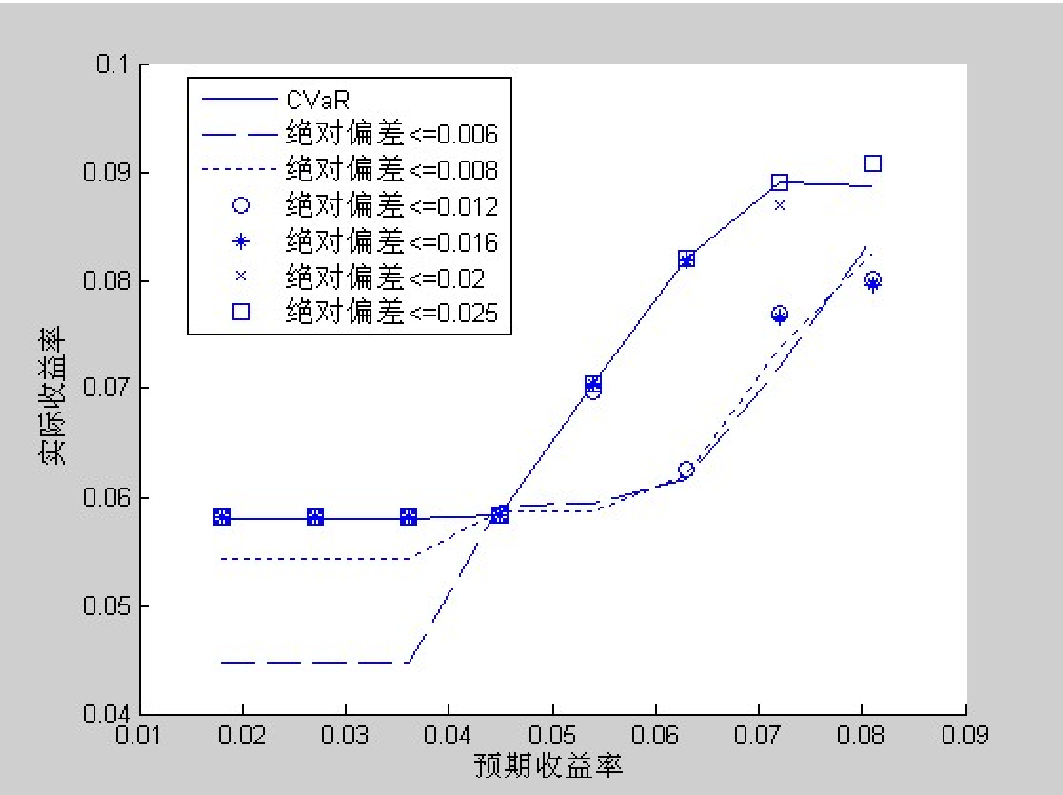

图 4.7 含有绝对偏差限制与不含有绝对偏差限制的均值-VaR 模型的实际表现对比

通过观察上图，我们看到，当预期收益率低于某一个定值时，模型表现劣于均值-VaR 模型的表现，但当高于那个定值时，随着限制条件的加强，实际收益情况要远远好于预

期，并且好于均值-CVaR 模型的表现，所以，在实际应用中，我们可以根据不同的收益预期，改变限制条件的限制程度，即随着预期收益率的提高，我们适当加强绝对偏差的条件限制，从而提高实际收益率；通过与优化收益率进行对比，理论与实际表现刚刚相反，显示绝对偏差的存在可以提高实际收益率，并且随着约束程度的增强，实际收益率显示出更加优异的结果。

第五章　总结与展望

当今，资产的投资组合问题主要研究如何寻找恰当的风险度量方法和选择适合的算法来解决相应的投资组合模型；关于风险度量方法的问题，在论文中我们提到了五种不同的风险度量方法，它们作为现如今应用比较广泛的几种度量方法，不仅在股票、债券、贵金属和基金等领域有着重要的应用，而且在银行理财、公司资产管理以及国家外汇管理方面也起着重要的作用；显示中，我们面临着这样一个问题，就是对于不同的投资者究竟应该如何选择适合自己的风险度量方法，并将其嵌入到投资组合模型中去，所以，本篇论文主要通过研究了两种风险度量方法同时存在的投资组合模型，并对其进行了实证研究与对比。

论文中主要研究内容和创新性成果体现在以下几个方面：

（1）、文中根据提到的几种风险度量方法，分别研究了它们所对应的投资组合模型，并针对每种不同的模型分别应用不同的算法进行求解，其中，包括二次规划、线性规划、凸规划的序列二次规划等。

（2）、文中核心部分提出了三种不同的投资组合模型，模型特点是充分考虑风险特性，让具有不同特性的风险度量方法同时嵌入，从而提高其适用范围。并针对不同风险偏好的投资者提出了相应的解法，实证检验结果显示，创新性模型在投资组合应用中有着更加高效的特性。

限于论文内容的限制，文中缺乏对相关领域的进一步研究，所以，论文可在此基础上进行完善。如我们可以根据不同国家金融规范的要求，在模型中可以进一步完善各种条件约束，以此让模型更加符合现实规律。随着我国上海自贸区的建立，相信不久的将来，我国的金融制度和理论将会更深层次的吸收西方金融模式的优点，建立我们自己的金融新体系，可以相信不久的将来，我们金融市场必将会推陈出新，变得更加有理性，那么，我们的研究理论定可以大有作为。

未来进一步研究创新之处：

（1）、将来研究可考虑我国自身情况，如我国相关规定股票市场不可卖空的限制未曾体现在模型之中，以及还有限制交易量的问题等等。

（2）、论文中列举的几种创新型投资组合模型，可对其应用效果进行相关检验。我们可进一步通过大量的实践检验，对模型进行筛选和矫正，使之更加符合市场的实际情况。

（3）、论文研究的是静态的投资组合模型，当今投资组合研究的前沿问题为动态投资组合问题，在此论文可结合动态投资的研究理论和成果对其进行完善。

参考文献

［1］ Markowitz H M. Portfolio selection[J]. Journal of Finance,1952,7: 77-91.

［2］ Markowitz H M. Portfolio Selection: Efficient diversification of investment[M]. NewYork: John Wiley & Sons,1959.

［3］ Sharpe W F. A Simplified model for portfolio analysis [J]. Management Sciences,1963,9: 277-299.

［4］ Lintner J. Valuation of risky assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets[J]. Review of Economics and Statistics,1965,47: 13-37.

［5］ J. Mossin,Equilibrium in captial asset markets[J],Econometrica,1966,34: 768-783.

［6］ Ross S A. The arbitrage theory of capital asset pricing[J]. Journal of Economic Theory,1976,13: 341-360.

［7］ Ross S A. A simple approach to the valuation of risky streams[J]. Journal of Business,1978,51: 453-475.

［8］ Fama E F. Efficient Capital Markets: A review of theory and empirical work[J].Journal of Finance,1970,25: 383-417.

［9］ Konno H,Yamazaki H. Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its application to Tokyo stock market[J]. Management Science,1991,37: 519-531.

［10］Speranza M G. Linear programming models for portfolio optimization[J]. Finance,1993,14: 107-123.

［11］Fishburn P C. Mean-risk analysis with risk associated with below-target returns[J].American Economical Review,1977,67: 116-126.

［12］J.P. Morgan. Risk metrics Technical document[M]. New York: Morgan Guaranty Trust Company,1996.

［13］Artzner P,Delbaen F,Eber J M,Heath D. Coherence measures of risk[J]. Mathematical Finance,1999,9: 203-228.

［14］Rockafellar R T,Uryasev S. Optimization of conditional Value-at-Risk[J]. The Journal of Risk,2000,2: 21-41.

［15］Rockafellar R T,Uryasev S. Conditional Value-at-Risk for general loss distributions[J]. Journal of Banking and Finance,2002,26: 1443-1471.

［16］Konno,H.,Waki,H.,and A.,Y. (2002). Portfolio optimization under lower partial risk measures[J]. Asia-Pacic Financial Markets,9(2):127-140.

［17］Jean,W. H. (1971). The extension of portfolio analysis to three or more parameters[J].Journal of Financial and Quantitative Analysis,6(1):505-515.

［18］Konno,H.,Shirakawa,H.,and Yamazaki,H.(1993). A mean-absolute deviation-skewness portfolio optimization model[J]. Annals of Operations Research,45(2):205-220.

［19］Wang,J. (2000). Mean-Variance-VaR Based Portfolio Optimization[J] Working Paper Department of Mathematics and Computer Science,Valdosta State University,GA, 2000.

［20］Roman,D.,Dowman,K. D.,and Mitra,G. (2007). Mean risk models using two risk measures: A multi-objective approach[J]. Quantitative Finance,7(4):443 - 458.

［21］唐小我,马永开,曾勇,杨桂元.现代组合预测和组合投资决策方法及应用[M].北京:科学出版社,2003，01.

［22］唐小我,傅庚,曹长修. 非负约束下组合证券投资决策方法研究[J]. 系统工程,1994,10 : 23-29.

［23］王键,屠新曙.证券组合的临界线决策[J] .预测,1998,2: 47-50.

［24］屠新曙.一类投资组合问题的研究[J] .预测. 1999,4: 44-46.

［25］屠新曙.王键.现代投资组合理论的若干进展[J] .系统工程. 1999,1: 1-5.

［26］Shouyang Wang,Yusen Xia. Portfolio Selection and Asset Price[M]. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2002.

［27］徐绪松,陈颜斌.绝对离差证券组合投资模型及其模拟退火算法[J].管理科学学报,2002,6:79-85.

［28］张鹏,张忠桢,岳超源.限制性卖空的均值- 半绝对偏差投资组合模型及其旋转算法研究[J].中国管理科学,2006,14(2) : 7- 11.

［29］张鹏,张忠桢,岳超源.基于效用最大化的投资组合旋转算法研究[J].财经研究,2005,12 : 117-126.

［30］张鹏.不同风险度量方法的投资组合比较研究[J].经济数学,2009.4:37-44.

［31］张鹏.可计算的投资组合模型与优化方法研究[D].华中科技大学.2006,11.

［32］均值-平均绝对偏差投资组合模型与优化[J].统计与决策，2009.1:14-15.

［33］不允许卖空情况下均值-方差和均值-VaR 投资组合比较研究[J].中国管理科学,2008,16（4）：30-35.

［34］罗洪浪,王浣尘.引入风险价值约束的投资组合理论[J].上海交通大学学报,2004,3: 441-444.

［35］沈沛龙,任若恩.基于 VaR 的最优资产组合选择策略[J].北京航空航天大学学报（ 社会科学版）,2003,1 : 57-62.

［36］Stone,B. (1973). A general class of three-parameter risk measures.The Journal of Finance,28(3):675-685.

［37］Hariharan,K.(2008).Portfolio selection under various risk measures[D].The Graduate School of Clemson University.2008.8.

［38］荣喜民,张喜彬,张世英.组合证券投资模型研究[J].系统工程学报,1998,13(1):88-92.

［39］荣喜民,张世英.组合证券资产选择模糊最优化模型研究[J].系统工程理论与实践,1998,12:90-94.

［40］刘建元,刘琼荪.基于非对称 Laplace 分布研究 VaR[J]. 统计与决策,2007,18：33-35.
［41］印凡成,陈瑞冰,黄健元.基于均值-VaR-熵的证券投资组合应用研究 [J].重庆理工大学学报（自然科学）,2013,3：118-121.
［42］王滕滕,陈瑞冰,黄健元.基于均值-CVaR-熵的社保基金最优投资组合模型[J].暨南大学学报（自然科学版）,2012,4：204-207.
［43］安实,徐照宇. 双侧风险度量方法及其在投资组合优化模型中的应用[J].运筹与管理,2011,4：160-169.

致 谢

光阴荏苒，岁月如梭，三年的研究生学习生涯即将结束，在论文的收尾之际，首先我要感谢我的导师张鹏老师，张鹏老师治学严谨、才能卓越，勤勤恳恳的研究精神造就了一篇篇著作的出炉，这一切激励着我们不断学习，不断提高。

张老师对投资组合的专注和对运筹学的理解深度都让我感触颇多。张老师曾在本文的选题，思路，方法等方面提供了莫大的帮助，在论文的撰写中，张老师要求严格，并对其中文字排列以及语句搭配经行细致修改。在他极大而耐心地指导，让我学会了如何运用正确的思想、方法和行为来完成论文的研究和写作：同时也要感谢张老师在我个人生活上给予的关心和帮助。唯有继续谨实前行，以慰恩师。

同时，感谢管理学院各位领导，党办的王云丽老师、班主任张三新老师，这些老师在我的生活上、学习上都给予了莫大的关心和帮助，在我遇到困难时为我排忧解难。同样也要感谢给我们上过课的李洪斌老师、潘雅琼老师、这两位老师的对教学的认真态度，以及哲学上的辩证观、给予了我很大的启发。还有管理学院的潘院长讲的高级管理学、邓院长讲的运筹学、柳老师讲的管理经济学等都极大地满足了我的求学的欲望。还要感谢同门周静怡，感谢她和我共同度过的学习时光；感谢师弟刘勇波，感谢他在学校帮我准备各种材料；感谢师妹曾玉婷、郝静，感谢她们共同和我走过了研究生时光，带给我启迪和欢乐；感谢我的舍友、好兄弟魏向辉、任鸿飞，在生活中给我无微不至的关怀；感谢管埋学院 11 级研究生班的各位同学们，因为你们研究生生活才那么的绚丽多彩。

感谢我的父母，是他们不辞辛劳的工作，为我提供物质和精神支持，给我正能量，在此唯有以实际行动来报答你们。希望自己能够在他们的帮助下，我的人生能够蒸蒸日上。

攻读硕士学位期间参与的科研项目与发表的科研论文

一、参与的主要科研项目

2011-至今，国家自然科学基金（动态规划的求解方法及在其多阶段投资组合中的应用研究） 国家级 本人辅助导师负责应用研究及其它相关内容。

二、完成学术论文

[1] “New approach for the continuing dynamic programming”，Advanced Materials Research ，被 EI 收录，2012/Jan/24。

[2] “The market application analysis of CAPM model in China's securities ”，Systems Engineering and Modeling，被 EI 检索，2013/Mar/9。

待发表论文:《基于理想点算法下的多种风险度量投资组合问题的优化研究》，作者：孟祥环；张鹏

附表 1：选取资产的历史表现情况

	招商银行	万科	中国联通	江西铜业	贵州茅台	中国国航	中国平安	长江电力	伊利股份	青岛海尔
2008/3/31	8.45	2.38	2.2	6.48	9.59	3.27	5.2	0.635	1.28	2.67
2008/6/30	17.09	6.87	4.71	13.98	23.12	4.12	8.8	3.95	2.62	8.34
2008/9/30	22.73	7.57	7.2	17.89	29.7	-2.25	-0.9	8.92	-2.5369	11.07
2008/12/31	26.51	12.65	28.63	11.01	33.79	-46.27	2.2	10.46	-60.5	11.34
2009/3/31	5.12	2.35	1.66	0.73	9.77	4.73	2	2.17	3.9	1.51
2009/6/30	9.81	7.31	3.1	5.53	21.56	12.88	4.8	5.08	8.34	8.94
2009/9/30	14.95	8.46	4.4	7.88	27.17	16.14	7.6	9.14	15.85	12.81
2009/12/31	19.65	14.26	4.42	10.3	29.81	21.0236	16.34	7.464	18.8111	14.8881
2010/3/31	4.99	2.89	0.5221	2.96	8.0453	8.33	5.0751	0.19	3.4954	5.54
2010/6/30	10.5759	7.07	1.2	8.87	18.8466	17.95	10.6	3.17	9.54	14.42
2010/9/30	17.61	8.1281	1.49	13.9	26	34.55	13.03	10.98	14.81	20.83
2010/12/31	21.75	17.79	1.7	18.29	27.454	40.56	17.3	12.79	20.28	24.28
2011/3/31	25.79	2.68	0.07	4.54	9.74	3.94	5	0.97	3.38	7.27
2011/6/30	26.62	6.53	1.22	11.69	23.53	9.4	10.9	4	17.63	18.66
2011/9/30	19.72	7.85	1.98	15.08	31.34	17.66	12.64	9.45	28.78	27.16
2011/12/31	24.17	19.83	1.99	17.67	40.39	16.99	16	11.54	35.33	31.33
2012/3/31	27.2	2.6	0.47	3.58	11.21	0.51	4.5	0.6	6.6	7.18
2012/6/30	27	6.83	1.62	6.47	24.56	2.26	10	4.09	12.15	20.49
2012/9/30	26.06	9.28	2.57	9.47	36.16	8.79	11.55	12.17	21.08	25.04
2012/12/31	24.78	21.45	3.31	12.7	45	10.2	13.8	14.52	25.97	33.78

注释：所选股票为沪深股市中绩优股，收益稳定，升值潜力较大，同时作为大盘股，不易受买卖盘的操作，从而避免股市被操纵的风险。

分类号：　　　　　　　　　　　　　　　　　　密级：

UDC ：

武漢科技大学

硕 士 学 位 论 文（摘要）

基于多目标规划下的风险组合投资模型的应用研究
The Applied Research of Risk Portfolio based on Multi-objective Programming Model

孟祥环

指导教师姓名：	张鹏 教授		
	武汉科技大学管理学院		
申请学位级别：	硕士	专业名称：	管理科学与工程
论文定稿日期：	2013-11-15	论文答辩日期：	2013-11-29
学位授予单位：	武汉科技大学		
学位授予日期：			

答辩委员会主席：	周　勇　　教授
评　　阅　　人：	邓旭东　　教授
	冯　军　　副教授

论文主要研究方向是投资组合风险的度量问题，马科维兹最早提出的投资组合理论作为一个开放性问题成为近现代学者研究的主要领域。其中，方差、下半方差以及绝对偏差是对收益变量波动大小的度量；VaR、CVaR 则是对资产最坏损失情况的度量。另外，下行风险度量模型包括下半方差、VaR、CVaR 等等。现实中，投资决策所考虑的元素有收益大小和风险大小，收益只需要考虑收入和支出的差额，即为收益。传统意义下的投资组合模型，只是针对风险度量方法的创新，而且风险度量方法的选取相对单一，所以，每种投资组合模型只能针对特定投资群体来应用。

关于方差的计算，我们往往通过研究历史数据，在一个离散空间的假设下，通过计算整体资产收益的波动性，从而反映出投资风险的整体情况，它是基于一个假设前提下，投资收益的向下波动与向上波动的大小对于风险度量的效果是一样的。然而如此假设并不符合实际情形，因为一些人考虑到当实际收益高于期望收益的情形不能计入风险当中，所以，原本通过方差度量风险是不合理的。现实中金融资产收益表现为非正态分布,所以 Markowitz 通过改进最初的方差，从而提出下半方差模型。在收益分布符合正态分布下,下半方差的投资组合模型的优化结果将会和方差投资组合的研究结果重合，即会出现相同的有效前沿。

Konno and Yamazaki(1991) 在风险度量模型的创新中提出了绝对偏差模型，作为线性风险度量方法，在风险度量上不仅能够满足收益波动的计量，同时可以减少计算的难度，在实际一种效果中，比起传统模型，该模型应用更加广泛，尤其在股票市场的投资选择，其作为投资决策的首选风险度量模型为大家所选用。

Speranza 同样借助下半方差的原理，通过将高于平均收益的波动风险排除在风险度量之外，最终提出了新的风险度量模型——下半绝对偏差，同时将其嵌入投资组合模型当中，构造了均值-下半绝对偏差投资组合模型。Fishburn 对半方差模型进一步演化，从而让某一个固定目标来代替收益均值；以前的投资理论投资收益情况会因为投资决策的改变而改变，而做出次改变之后投资目标将是一个固定值。

90 年代，投资组合领域推出了最新一种风险度量方——VaR，它最早起源于 20 世纪 80 年代，对于当时的投资银行家来说，他们最为关心的当属资产的最坏损失状况的估计，后来风险价值度量 VaR 由 J.P.Morgan 投资银行在 1994 年的 RiskMetrics 系统中提出。通常情况下，我们是在一定的置信水平下考虑损失情况，所以，VaR 度量的结果就是最大损失值。他在收益分布曲线上作为一个分为点体现。该方法当于方差、下方差以及绝对偏差等风险度量方法进行对比时，其在实践意义上有以下几点优势：

首先，VaR 度量风险时通常是考虑的投资产品损失情况，这将能够为投资者提供直观的印象，同时也符合投资者在选择资产时所赋予资产最坏表现的期望，

并最终促使投资者最初更加理性的投资决定；

其次，VaR 中置信水平的引入将会导致不同的投资者选择对应的置信水平，从而赋予了投资者更加广泛的选择性；

最后，当投资者在资本跨类型的选择资产组合时，VaR 同样可以计算出资产组合对应的风险值。

国际巴塞尔委员会(Basle Committe)之所以利用 VaR 作为各类投资金融机构资本充足率的验证标准是因为该方法能够简单易懂的体现出各个金融机构所面临的市场风险的大小，同时，伴随着理论体系的完善，通过 VaR 所作出的决策变得更加科学而又切合实际。其中，在 VaR 值的求法上，人们通过不断创新，先后提出了蒙特卡洛法、历史模拟法、风险矩阵法（均值-协方差法）等等。虽然，VaR 的提出最初是为了考虑资产损失情况，但是，当今社会项目管理、企业经营等越来越注重各种风险的把控，所以可以想象不久的将来这一系列的风险度量必将融入企业的发展当中去。同时，伴随着模型在市场上的不断检验，人们也会不断对其不足之处进行完善和创新。

然而，接下来投资者面临的问题是该当如何选择风险度量模型的麻烦，因为，通常人们并不能充分的说明某一个模型就是最优选择。所以在现实情形下，人们不断对风险内在性质进行一系列细分研究。1999 年，Artzner 等建立了所谓一致性风险度量 (Coherent Measures of Risk) 的概念。同时该理论概念拥有以下几种性质：

（1）、次可加性：$f(x+y)\le f(x)+f(y)$，该性质说明的结果是资产的分散可以降低投资风险；

（2）、正齐次性：$f(ax)=af(x), a\ge 0$，该性质告诉我们风险的大小和资产持有量是成正比关系；

（3）、单调性：$x\ge y, f(x)\ge f(y)$，该性质说明在无套利市场中有这么一条永恒的道理，即高风险对应着高收益；

（4）、平移不变性：$f(x+b(1+r))=f(x)-b$，其中 r 为无风险利率，$b\ge 0$ 表示无风险资产。这就告诉我们资产组合中引入无风险资产可以起到降低整体风险的作用。

然而，实践研究表明 VaR 在资产分散投资中必不能满足次可加性，如此一来，该模型比不符合现实情形；考虑的这里，Uryasev 与 Rockafellar 通过推陈出新对该模型进行进一步创新改进，从而提出了条件风险值 CVaR(Conditional Value-at-Risk)。VaR 定义的是在一定置信水平下的损失点，而 CVaR 则是在一定置信区间内损失均值。同时，CVaR 不仅仅满足一致性风险度量 的性质，而且

还具有凸性等良好性质。

许多学者认为单一化的度量方法难以满足现实要求，无法得到最优投资组合。所以，Jean(1971)将两参数分析扩充到三参数甚至更高参数的投资分析；他证明了当投资回报是非对称时，三阶矩或者更高阶矩的效用分析更加符合现实意义。Konno，Shirakawa，Yamazaki(1993)提出了均值-方差-偏度模型，其中偏度在资产收益非对称投资组合的风险度量中起着重要的作用。Wang(2000)提出了两个新模型，第一个模型两阶段风险度量模型，第二个是均值-方差-VaR 模型。Roman，Dowman，Mitra (2007)提出了均值-方差-CVaR 模型，其中目标函数为求最小方差，将均值也 CVaR 引入限制条件中，形成一个单目标优化模型。有些学者开始通过同时引入多种风险度量方法来帮助投资者得到一个更好投资选择；Konno（1993）在投资组合模型中同时加入均值、方差以及偏度三种元素来优化投资选择；Wang,J.(2000)提出了均值-方差-VaR 投资组合模型；Roman(2007)则在投资模型中同时添入方差和 CVaR 两种风险度量方法；Hariharan Kandasamy(2008)在其博士论文中提出了均值-半方差-绝对偏差、均值-半方差-CVaR、均值-半方差-CDaR、均值-半方差-UPDR 等创新模型。本篇论文将沿着前人的足迹，提出几组创新投资组合模型：均值-方差-CVaR、均值-绝对偏差-VaR、均值-绝对偏差-CVaR。三种创新模型具有一个相同的特点，就是对于风险的度量要同时考虑历史收益的波动大小，即稳定性；同时考虑投资者所关注的资产最坏损失状况。这么一来，几种不同性质的风险度量方法进行组合可以对风险进行全面度量。

由于必须由投资者决定自己对不同风险度量方法的偏好程度，现实中，投资者也很难具体对自己的风险偏好进行具体量化，所以在实际应用中，权重法和理想点法的实际效果很难把握，所以，在理论研究中，多数不采取以上两种方法，而选用约束法，可以根据投资者的偏好度，直接决定目标函数的选择；计算上也简单于二者。

本篇论文的创新之处在于，通过考虑不同风险度量方法的性质，为了扩大投资组合模型的适用范围，我们对几种传统风向度量方法进行组合，从而提出了三种创新模型，即均值-方差-CVaR 模型、均值-绝对偏差-VaR 模型、均值-绝对偏差-CVaR 模型。它们所具有的优势是同时考虑了收益的波动风险和投资者最关心的资产最坏损失风险，这就意味着模型更加贴近现实情况，风险度量更加科学。尤其绝对偏差与 CVaR 的风险组合不仅简化了计算量，同时避免了传统 VaR 所不具有的次可加性，从而使模型更加有效。

实证研究结论为：论文建立的几组创新模型为多目标决策问题，根据模型特点和实际需要，论文选用了多目标决策方法——约束法，投资者可根据个人偏好选择目标函数，从而增加了模型的应用范围，最后论文结合我国股票市场进行实证研究，最后得出模型可以同时降低波动风险和最坏损失风险，从而降低整体风

险，并证明了模型的有效性。三种创新模型的提出为投资组合模型提供了更广泛的选择，当两种不同性质的风险同时存在时，可以起到共同降低风险的作用。方差、绝对偏差对应着波动风险；而 VaR、CVaR 对应着最坏损失，选择模型时，投资者可以根据个人偏好，选择目标函数，通过调节限制条件中的风险限制程度，使得在次风险值一定的情况下，使主风险值降到最低。