

# 基于 Apriori 算法和神经网络的 模糊交易决策<sup>\*</sup>

姚海祥<sup>1,2</sup> 黎俊伟<sup>1</sup> 夏晟皓<sup>1</sup> 陈树敏<sup>3</sup>

(1. 广东外语外贸大学金融学院, 广州 510006; 2. 金融开放与资本市场研究中心, 广州 510006;  
3. 广东工业大学管理学院, 广州 510006)

**摘要** 通过三角模糊器将技术分析指标模糊化并利用 Apriori 算法和神经网络生成非主观类交易规则, 设计带有非主观类模糊交易规则库、Mamdani 含义的乘积推理机、中心平均解模糊器的模糊决策系统. 利用带有遗忘因子递推最小二乘法对系统的结构性参数进行估计, 并提出两种非主观类的交易决策 (Apriori 策略、神经网络策略). 实证结果显示, 在扣除交易成本后, 非主观类交易规则策略比被动的买入持有策略以及主观类的投资策略平均而言具有更高的年化收益率和夏普比率. 研究结果表明, 基金经理或股票投资者在进行交易决策时, 非主观类的模糊决策系统能给予有效的投资指导, 并建议去尝试克服自身心理以及市场基准.

**关键词** 模糊系统, Apriori 算法, 股票市场, 交易策略, 技术分析, 神经网络.

MR(2000) 主题分类号 68Q32, 91B28

## Fuzzy Trading Decision Based on Apriori Algorithm and Neural Network

YAO Haixiang<sup>1,2</sup> LI Junwei<sup>1</sup> XIA Shenghao<sup>1</sup> CHEN Shumin<sup>3</sup>

(1. School of Finance, Guangdong University of Foreign Studies, Guangzhou 510006; 2. Institute of Financial Openness and Asset Management, Guangzhou 510006; 3. School of Management, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006)

**Abstract** In this paper, the technical analysis indicators are fuzzified by a triangular fuzzifier and non-subjective transaction rules are generated using the Apriori

---

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金面上项目 (71871071, 72071051), 国家社科基金重点项目 (重大转重点) (21AZD071), 国家自然科学基金创新研究群体项目 (71721001), 广东省自然科学基金重点项目 (2018B030311004) 和广东省自然科学基金项目 (2017A030313399, 2020A1515010416) 资助课题.

收稿日期: 2021-01-14, 收到修改稿日期: 2021-05-28.

通信作者: 陈树敏, Email: chenshumin@gdut.edu.cn.

编委: 房勇.

algorithm and neural network. A fuzzy inference rule library with non-subjective categories, a product reasoning machine with the meaning of Mamdani, and a central average defuzzifier fuzzy Decision-making system, using recursive least squares method with forgetting factors to estimate the structural parameters of the system, and proposed two non-subjective types of trading decisions (Apriori strategy, neural network strategy). Empirical results show that after deducting transaction costs, non-subjective trading rules strategies have higher annualized returns and Sharpe ratios than passive buy-hold strategies and subjective investment strategies. Such a result can give decision makers effective investment guidance and suggestions to try to overcome their psychological and market benchmarks when fund managers or stock investors make trading decisions.

**Keywords** Fuzzy System, Apriori algorithm, stock market, trading strategy, technical analysis, neural network.

## 1 引言

众所周知, 了解股票价格动态是金融学最重要的研究内容之一. 投资者的盲目性与宏观经济的不稳定性使得股票价格的运作机制变得十分复杂. 目前研究股票价格动态变化主要有三种方法: (i) 随机游走模型、(ii) 基于 Agent 智能主体的模型和 (iii) 技术分析. 随机游走模型是经济金融中股票动态的主流学术研究基点和起点. 至少有两项基于随机游走模型的研究被获得诺贝尔经济学奖: 1997 年 Black 和 Scholes<sup>[1]</sup> 的期权定价模型和 2003 年恩格尔<sup>[2]</sup> 的 ARCH 模型. 其次, Bachelier<sup>[3]</sup> 认为随机游走模型最基本的假设是价格变化 (资产的回报) 是随机且独立的, 因此过去的价格在预测未来价格变化时是毫无作用的. 基于随机游走模型假设, Hull<sup>[4]</sup> 利用复杂的数学方法求解了期权及衍生品的定价问题, Bollerslev 等<sup>[5]</sup> 和 Fouque 等<sup>[6]</sup> 对资产价格波动率进行数学建模, 并提出债券合理定价方法. LeBaron 等<sup>[7]</sup> 认为随机游走模型的一个缺点在于它没有提供研究价格形成机制的微观结构的框架.

另一方面, Agent 智能主题模型的优势在于, 可以将不同类型的交易者和各种交易细节合并到模型中, 并且可以进行拓展模拟以研究由此产生的价格动态. Hommes<sup>[8]</sup> 基于 Agent 智能主题模型, 采用自下而上的方法直接模拟不同类型的交易者 (如原教旨主义者和图表人员) 的投资行为来克服这个问题. 刘晓光 and 刘晓峰<sup>[9]</sup> 利用 Agent 主体模型对股票市场中的投资行为进行特征模拟, 并研究了中国股票市场涨跌停板交易机制对股票价格变化的影响. Tesfatsion<sup>[10]</sup> 建立简单的启发式股票交易模型, 说明不同交易者之间的交易风格转换会驱动股票价格的变化. 于同奎<sup>[11]</sup> 则根据多种市场形态构建了 Agent 主体模型, 针对不通融市场形态进行仿真交易实验和对比分析. 目前基于 Agent 智能主体的模型主要问题是参数太多且自由度太大, 因此难以确定股票的价格特征. 这种复杂性也使得很难对实际股票价格模型进行校准.

第三种研究股票价格变化的方法是技术分析, 其总结了人类数百年来从股票市场获得的交易经验. Kirkpatrick 和 Dahlquist<sup>[12]</sup> 认为技术分析最基本的思想是股票价格具有趋势性, 因此过去的价格信息对于预测未来的价值具有重要作用. 但 Malkiel<sup>[13]</sup> 认为许多主流的学术研究并不认为技术分析是一门严肃的学科, 并声称该方法只是“图表阅读”. Fama 和

Malkiel<sup>[14]</sup> 等学者们坚持有效市场假说并且相信股票价格是不可预测的. 然而在实际的交易中人们利用技术分析去追踪价格趋势从而获得巨额的收益的例子早已屡见不鲜. 更深一层地说, 技术分析的最具有争议的是大多数的技术交易规则需要人类主观的判断, 原因是这些规则都是用自然语言表达的, 其中的模糊词和模糊描述无处不在. 假设有这样一个交易策略: 当股票价格上升的势头过于强劲, 那么就会出现“超买”现象, 这时候应当在当前价格之下的某处设置跟踪止损点来保证收益. 那么有人会提出质疑, 价格上升得“强劲”是有多强劲?“某处”指的是哪里? 跟踪止损应该甚至多少百分比或者金额? 以上这些针对技术分析的质疑, 可以通过模糊系统理论加以解决.

近几十年, 许多学者应用模糊系统控制技术对股票市场投资问题进行了深入的研究, 并提出了经典的方法和模型. Wang<sup>[15]</sup> 提出在利用模糊系统构建投资决策系统的方法方面, 主要分为两大手段, 一类是基于主观类规则的模糊系统, 第二类是基于非主观类规则的模糊系统. 在主观类模糊系统设计中, Wang<sup>[16-18]</sup> 利用技术分析中经典的双均线交易规则构建模糊决策系统, 认为由模糊系统构建的投资策略能比被动的买入持有和投资市场组合的策略具有更高的净收益和更低风险 (以收益率的标准差衡量). Wang 和 Mendel<sup>[19]</sup> 利用高斯隶属度函数设计含模糊意见网络的模糊系统. 该系统因同一网络中不同节点的相互影响而产生变化, 因此适用于描述金融市场中同行之间的语言行为交流对市场走势的影响. Naranjo 和 Santos<sup>[20]</sup> 尝试利用股票蜡烛图的形态变化作为模糊系统的输入, 以此构建具有模式识别的模糊系统. 郭保明<sup>[21]</sup> 设计了一种基于模糊逻辑的自动股票投资模型, 提出将投资者的风险偏好加入模型中. 李太华等<sup>[22]</sup> 提出利用一些静态规则或事先确定领域知识来生成人类情感, 并构建情感计算模型, 模型能在预先设定的模糊推理逻辑上能一定程度上解释事物和情感之间的表征关系.

在构建最优投资决策组合方面, 利用模糊系统理论能优化投资组合的选择, 为投资者选择更好的组合来满足自身的效用. 如李婷等<sup>[23]</sup> 利用预先设定的正态模糊数分布, 给出了具有 VaR 约束和背景风险的模糊投资组合选择模型, 并与不考虑模糊投资组合有效前沿对比, 投资者能更好选择满足自身效用的投资组合. 王中兴和卢余刚<sup>[24]</sup> 提出利用利用模糊熵和模糊夏普比率来衡量组合绩效, 并将复杂的多目标规划通过模糊集合转换为单目标规划, 尝试利用模糊理论将复杂的问题简单化.

在利用主观模糊规则库构建模糊系统时, 往往不可忽视人为的主观规则给模型带来系统系统偏差. 王健和余剑峰<sup>[25]</sup> 认为, 由于人类的认知有时候具有局限性和情感上的偏见性, 如果使用静态的专家知识作为系统的规则库时, 往往使模型缺乏系统性, 虽然能解决大部分的经验的问题, 但遇到系统未知的情况的时候, 系统的控制性能会大打折扣. 因此, 利用机器学习的方法训练系统的知识规则, 能使系统更加全面和具有更强的自适应性. 例如, 回旋<sup>[26]</sup> 利用神经网络算法对模糊隶属函数进行了训练, 利用该算法的样本外泛化优势, 有效预测了价格的未来走势. 周辉仁等<sup>[27]</sup> 利用递阶遗传算法训练模型, 并确定最优的模糊规则数, BP 神经网络仿真结果显示利用递阶遗传算法设计的模糊神经网络系统具有以较好的精度逼近非线性经济系统的性能. 李海和李医民<sup>[28]</sup> 利用 BP 算法对 Type-2 模糊系统进行训练, 与 Type-1 模糊系统相比, 具有更小的相对误差和相对误差均值 (PI).

对于非主观类的模糊投资组合构建, 张鹏和张卫国<sup>[29]</sup> 提出利用前向动态规划的方法求解路径依赖的最优模糊投资组合问题, 只要设定初始值, 模型就会向使每一个状态达到二阶

最优的方向前进, 不需要人为地控制逼近过程. 另一方面, 张鹏和黄梅雨<sup>[30]</sup> 构建等比例 - 最小方差混合的随机模糊投资组合模型, 解决随机信息与模糊信息共存的环境下投资组合的选择问题. 刘勇等<sup>[31]</sup> 针对模糊环境中资产收益和换手率均为模糊变量的投资组合问题, 考虑了资产组合的基数约束、投资比例的边界约束、资产的流动性以及分散化程度约束, 建立了一个以资产组合收益、偏度最大, 同时以资产组合风险、不确定性以及模糊性最小为目标的多准则投资组合优化模型, 并通过遗传算法进行模型求解, 实证分析表明模型能有效刻画不同投资者的投资意图.

综上所述, 大部分的研究者在构建传统的模糊投资决策系统时, 通常采用静态的专家式知识库, 如 Wang<sup>[16-18]</sup>、Naranjo 和 Santos<sup>[20]</sup>、李太华等<sup>[22]</sup> 等. 预先设定的专家规则能让系统从人类逻辑的角度解决实际问题, 因此系统可以根据主观类的专家知识快速地对系统输入进行逻辑判断, 在控制过程中主要采取人为设定的规则驱动系统的推理, 具有快速学习和简便控制的优点. 但由于人类的认知有时候具有局限性和情感上的偏见性, 当遇到系统未知的情况的时候, 系统的控制性能会大打折扣. 因此采用动态的自学习的知识库能让系统在解决实际问题的过程中自我学习, 修正系统内部的参数, 使模型具有更强的自适应性. 通过大量的训练, 系统的规则推理不再是人为事先确定, 而是系统根据算法产生自主学习, 可以避免大部分由于专家知识库存在局限性和偏见性对系统带来的偏差. 此外, 随着人工智能、大数据、数据挖掘等技术的深入发展, 加入成熟的机器学习算法能让模糊决策系统具有更强自适应性和更高的精度. Harrington<sup>[32]</sup> 认为 Apriori 算法能有效地从大量的数据集中生成不同的项集组合, 通过设置一定的置信度和支持度, 能生成由不同项集构成的频繁项和关联规则, 能从统计的角度描述事物之间最有可能发生的组合和推理规则. 回旋<sup>[26]</sup>、禹建丽等<sup>[33]</sup>、刘庆玲<sup>[34]</sup> 等认为神经网络是基于模拟人脑运作机制的非线性动力学, 具有自学习性和自组织性和自适应性的功能, 通过大量的数据集训练网络能以一定精度逼近实际的输出值甚至能对未出现的样本作出响应. 所以本文通过模糊理论对数据的模糊化技术与机器学习方法 (Apriori 算法和神经网络) 相结合, 能弥补传统主观类的模糊决策系统在主观偏见上的缺点.

本文的主要贡献包括以下 3 个方面: (a) 建立三角模糊器的基础上, 设计带有非主观类模糊交易规则库、Mamdani 含义的乘积推理机、中心平均解模糊器的模糊决策系统, 实现并拓宽了模糊控制理论在量化交易策略中的应用. (b) 本研究引入带有遗忘因子和误差回调机制的递推最小二乘法对系统的结构性参数进行估计, 并提出 2 种非主观类的交易策略 (Apriori 策略、神经网络策略), 改善了非主观类交易策略中的参数估计问题. (c) 通过建立模糊决策系统, 为后续研究提供了检测市场隐藏操作的基本理论框架, 并可以制定相关的策略以获得超出被动策略 (买入持有策略) 和市场组合的超额收益. 具体地, 对于神经网络训练, 通过多次试验选取最优参数使得设计的网络结构较小, 避免出现拟合现象. 实证结果显示, 在扣除交易成本后, 非主观类交易规则策略的夏普比率比被动的买入持有策略的夏普比率高约 3~4 倍. 这样的结果意味着, 如果基金经理或股票投资者在使用模糊决策系统策略时, 从被动的买入持有策略转向非主观类模糊交易策略, 夏普比率能提高约 3 到 4 倍. 由此, 本文得出的结论能丰富和发展模糊理论在金融投资问题上的应用, 同时在投资决策上给予中小投资者和机构投资者一定的参考价值, 有利于股票市场健康稳定的发展.

本文余下部分的安排为: 第 2 部分为技术交易指标的模糊化过程介绍; 在第 3 部分, 分别设计了 Apriori 算法和神经网络下的模糊交易规则; 第 4 部分是模糊决策系统以及交易策

略的设计;第5部分则针对本文设计的两种模糊决策,进行了实证结果的展示和分析;第6部分为本文研究结果的总结.

## 2 技术交易指标模糊化

技术交易者最常用的交易规则是基于不同长度的价格移动平均线. 定义长度为  $n$  的股票价格  $p_t$  移动平均值为

$$\bar{p}_{t,n} = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} p_{t-i}. \quad (2.1)$$

令

$$x_{1,t}^{(m,n)} = \ln \left( \frac{\bar{p}_{t,m}}{\bar{p}_{t,n}} \right) \quad (2.2)$$

表示长度为  $m$  的移动平均价格对于长度为  $n$  的移动平均价格的相对变化, 其中  $m < n$ ,  $(m, n)$  的选择通常为  $(1, 5)$ ,  $(1, 10)$ ,  $(10, 20)$  等. 正的  $x_{1,t}^{(m,n)}$  意味着价格呈现上涨的趋势, 而负的  $x_{1,t}^{(m,n)}$  意味着价格的下跌趋势. 接下来我们将移动平均指标转化为模糊系统的自然语言.

按照  $x_{1,t}^{(m,n)}$  变化的百分比幅度大小定义几个模糊集合: “正小 (PS)”, “正中等 (PM)”, “正大 (PL)”, “负小 (NS)”, “负中等 (NM)”, “负大 (NL)”, 和 “零 (AZ)”, 其三角隶属函数如图 1 所示. 例如, 模糊集 “正小 (PS)” 的隶属函数为

$$\mu_{PS}(x_{1,t}^{(m,n)}) = \begin{cases} 1 - |x_{1,t}^{(m,n)} - w|/w, & \text{if } x_{1,t}^{(m,n)} \in [0, 2w], \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (2.3)$$

再如, 模糊集 PL 的隶属度函数为

$$\mu_{PL}(x_{1,t}^{(m,n)}) = \begin{cases} 0, & \text{if } x_{1,t}^{(m,n)} < 2w, \\ (x_{1,t}^{(m,n)} - 2w)/w, & \text{if } x_{1,t}^{(m,n)} \in [2w, 3w], \\ 1, & \text{if } x_{1,t}^{(m,n)} > 3w, \end{cases} \quad (2.4)$$

其中,  $w$  是为正的常数, 其决定了当投资者描述价格变化幅度的时候, “大” 有多大, “中” 有多中, “小” 有多小. 例如, 当  $w = 0.01$  时, 意味着投资者在感官上认为  $\bar{p}_{t,n}$  对于  $\bar{p}_{t,m}$  的变化幅度大约在 1% 附近, 则认为价格变动是 “小” 的, 变化幅度大约在 2% 附近, 则认为价格变动是 “中” 的, 价格变化幅度超过 3% 认为变动是 “大”. 实际上,  $w$  是感官阈值参数, 它对于即将讨论的价格动态方程起着重要的作用. 此外,  $w$  也是一个反映交易频率的参数,  $w$  越小, 代表交易者更容易从趋势交易者变成逆向交易, 交易频率越高, 反之则亦然.

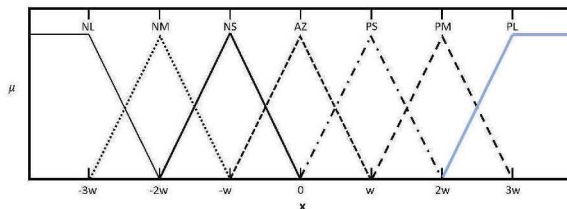


图 1 模糊集 PS, PM, PL, NS, NM, NL 和 AZ 的模糊隶属度函数

(Figure 1 Fuzzy membership functions of PS, PM, PL, NS, NM, NL and AZ)

接下来, 我们定义描述买卖信号的模糊集. 设  $ed$  是买信号或者卖信号的强弱, 其中  $ed$  代表资产的超额需求 (需求供给),  $ed$  的符号可正可负, 定义  $ed$  的 7 个模糊集, 分别是“买小 (BS)”、“买中 (BM)”、“买大 (BB)”以及“卖小 (SS)”、“卖中 (SM)”、“卖大 (SB)”和“保持 (N)”, 其各自的隶属度函数由图 2 所示. 例如, BB 的隶属度函数为

$$\mu_{BB} = \begin{cases} (ed - 0.1)/0.1, & \text{if } ed \in [0.1, 0.2], \\ (0.4 - ed)/0.2, & \text{if } ed \in [0.2, 0.4], \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (2.5)$$

图 2 中的数字 0.1, 0.2 和 0.4 分别表示使用移动平均启发式作为交易策略的交易者 10%, 20% 和 40% 的买入或卖出力 (即使用技术交易规则的交易者对该资产买入或卖出的意愿, 买入 (卖出) 力越大, 意味着该投资者越倾向于买入 (卖出) 资产, 价格上涨 (下跌) 的幅度就越大). 因此, “BS”, “BM” 和 “BB” 分别代表着投资者使用大约 10%, 20% 和 40% 的购买力. 卖方只是买方的镜像, 当然可以选择其他数字来反映不同交易者的偏好.

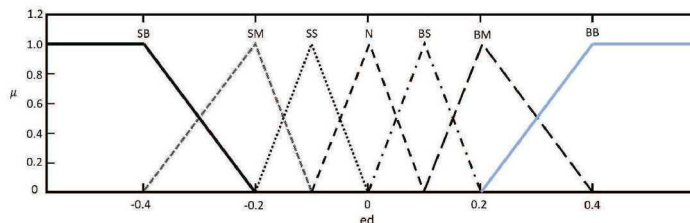


图 2 对于超额需求模糊集 BS, BM, BB, SS, SM, SB 和 N 的隶属函数

(Figure 2 Membership function of fuzzy set of excess demand BS, BM, BB, SS, SM, SB and N)

### 3 非主观类的模糊 IF-THEN 交易规则库

#### 3.1 Apriori 算法生成模糊交易规则

Harrington<sup>[32]</sup> 提出利用 Apriori 算法设计顾客忠诚度计划. 受此启发, 本文尝试利用 Apriori 寻找  $x_{1,t}^{(m,n)}$  模糊集与  $ed$  模糊集的所有频繁项集 (经常出现在一起的物品集合), 并从频繁项集中挖掘模糊关联规则 (暗示两种物品之间可能存在很强的关系), 生成的关联规则不再是由领域专家主观性的预先设定.

Apriori 算法大致过程如下

输入: 价格数据集  $P\{p_0, p_1, \dots, p_n\}$ ; 最小支持度  $\min\_sup^1$ ; 最小置信度  $\min\_conf$ ,

输出: 模糊关联规则库  $R$ .

迭代流程

1) 数据集  $P$  通过模糊隶属度函数转换为模糊信号矩阵

$$[\mu_{A_i}(p_t) \mu_{A_i}(p_t) \mu_{A_i}(p_t) \cdots \mu_{B_l}(p_t) \mu_{B_l}(p_t) \mu_{B_l}(p_t) \cdots],$$

1. (最小置信度) 指的是模型能接受的最低的支持度 (置信度) 阈值, 当项集 (频繁项集) 的支持度 (置信度) 超过该阈值, 模型判断该项集 (频繁项集) 为频繁项集 (关联规则).

其中,  $A_i$  和  $\mu_{A_i}(p_t)$  为规则 IF 部分 (前件) 第  $i$  个模糊集以及其隶属度函数,  $B_l$  和  $\mu_{B_l}(p_t)$  为规则 THEN 部分 (后件) 第  $j$  个模糊集以及其隶属度函数, 提取非零的坐标并标记, 形成处理后的数据集  $D$ .

- 2) 首先从数据集  $D$  中找出大小为 1 的所有不重复的组合 (项集)  $C1$ .
- 3) 通过扫描遍历数据集  $D$ , 对  $C1$  中的元素在  $D$  中的记录进行计数并计算支持度式 (6).
- 4) 判断  $C1$  中每个元素的支持度是否满足最小支持度  $\min\_sup$ , 满足则保留该元素, 否则不作任何操作. 将满足最小支持度的项集构成频繁项集  $L1$ , 并将其结果插入空列表  $L$ .
- 5) 从频繁项集  $Lk$  中找出大小为  $k$  ( $k > 1, k++, k = 1, 2, \dots$ ) 的所有不重复的无序组合 (项集)  $Ck$ , 如项集  $\{A\}$  (大小为 1),  $\{AB\}$  (大小为 2)  $\dots$ .
- 6) 通过扫描遍历  $Ck$ , 对  $Ck$  中的元素在  $D$  中的记录进行计数并计算支持度.
- 7) 判断  $Ck$  中每个元素的支持度是否满足最小支持度  $\min\_sup$ , 满足则保留该元素, 否则不作任何操作. 将满足最小支持度的项集构成频繁项集  $Lk$ , 插入至列表  $L$ .
- 8) 判断  $Lk$  是否为空集, 若为空集, 执行步骤 9), 否则返回步骤 5).
- 9) 同理, 从频繁规则项集  $Rj1$  (其中  $R1$  为满足最小支持度的频繁项集  $L$ ) 中找出大小为  $j$  ( $j > 1, j++, j = 1, 2, \dots$ ) 的所有不重复的有序规则组合 (项集)  $Hj$  如:  $\{A \rightarrow B\}$  (大小为 2),  $A \rightarrow BC$  或  $\{BC \rightarrow A\}$  (大小为 3)  $\dots$ .
- 10) 根据步骤 6) 支持度的结果, 计算  $Hj$  中元素的置信度式 (7).
- 11) 判断  $Hj$  中每个元素的支持度是否满足最小置信度  $\min\_conf$ , 满足则保留该规则, 否则不作任何操作. 将满足最小置信度的项集构成规则的频繁项集  $Rj$ , 插入至列表  $R$ .
- 12) 判断  $Hj$  是否为空集, 若为空集, 执行步骤 13), 否则返回步骤 9).
- 13) 返回模糊关联规则集合  $R$ .

算法实现的细节如下: 假设  $x_{1,t}^{(m,n)}$  的论域分为 “正小 (PS)”、“正中等 (PM)”、“正大 (PL)”、“零 (AZ)”、“负小 (NS)”、“负中等 (NM)”、“负大 (NL)” 7 个模糊集,  $ed$  的论域分为 “买小 (BS)”、“买中 (BM)”、“买大 (BB)”、“保持 (N)” 以及 “卖小 (SS)”、“卖中 (SM)”、“卖大 (SB)” 7 个模糊集, 我们把 14 个模糊集看成 14 种商品, 分别编号商品 1 (PS)、商品 2 (PM)、 $\dots$ 、商品 14 (N), 再将投资者看成来商店购买商品的顾客, 在某一时间内, 他们往往会从这 14 中商品挑选一种或多种商品, 暗示着投资者自身的观察和交易决策的行为.

算法的具体实现步骤如下

**步骤 1** 数据处理, 在  $t$  时刻, 根据式 (2) 将  $x_{1,t}^{(m,n)}$  ( $m = 1, n = 5$ ) 分别代入相对应的 7 个模糊集 (“PS”、“PM”、“PB”、“NZ”、“NS”、“NM”、“NB”) 的隶属度函数, 得到的隶属度代表投资者挑选 “商品” 1 到 7 的情况, 同理取  $t+1$  时刻股票的涨幅作为  $ed$  分别代入相对应的 7 个模糊集 (“BS”、“BM”、“BB”、“SS”、“SM”、“SB”、“N”) 的隶属度函数, 得到的隶属度代表投资者挑选 “商品” 1 到 7 的情况. 接下来对隶属度大于零的模糊集标上 “商品” 编号, 将隶属度小于零的模糊集剔除, 得到的模糊集编号列表定义为投资者 “购物清单”. 假设通过历史数据计算  $x_{1,t}^{(m,n)}$ 、 $ed$  分别代入相对应的三角模糊器中得到  $t$  时刻的结果为  $[0 \ 0 \ 0.9 \ 0.1 \ 0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ , 按照以上编号规则,  $t$  时刻的 “购物清单” 为  $[3 \ 4 \ 10]$ .

**步骤 2** Apriori 算法寻找频繁集. 对于选择频繁项集, 支持度 (support) 表示被选定数据集中包含该项集的记录所占的比例, 支持度越高, 成为频繁集的可能越大. 设两个项集为  $A$

$$\text{support} = P(A \cup B), \quad (3.1)$$



其中  $\cup$  为并集操作符,  $P$  为发生的概率.

因此我们将步骤 1 生成的“购物清单”所有的记录合并成一个总的数据集, 然后可以定义一个最小支持度, 而保留数据集中满足最小支持度的项集. 在计算频繁集之前, 我们需要统计被选定的项集在数据集出现的所有记录, 因此假设一共有  $N$  种模糊集, 我们需要遍历  $2^N - 1$  次, 遍历的次数会随着模糊集个数的上升而急剧上升, 因此 Apriori 算法帮助我们降低搜寻频繁项集所需的时间. Apriori 算法的核心思想是如果某个项集是频繁的, 那么它的所有子集也都是频繁的. 这个原理从正面看是似乎是没有帮助的, 但如果考虑它的逆否命题就十分的奏效, 换句话说, 如果一个项集是非频繁集, 那么他的超集也是非频繁的, 因此, 在遍历数据集的时候就不需要计算非频繁项集以及其超集的支持度. 利用这个知识, 我们就可以避免项集数目增长而带来的无效的计算量, 从而在合理的时间内找出满足要求的频繁项集.

**步骤 3** Apriori 算法生成关联规则. 对与关联规则的生成, 我们需要从频繁集定义置信度 (confidence), 置信度越高, 关联性越强, 越容易成为具有关联性的模糊规则. 其中某一条规则  $A \rightarrow B$  的置信度可以量化为  $\text{support}(A \cup B) \div \text{support}(A)$ . 公式可表达为

$$\text{Confidence} = \frac{\text{support}(A \cup B)}{\text{support}(A)}. \quad (3.2)$$

为了能找到我们需要的关联模糊规则, 我们需要利用上一个步骤生成的频繁项集来生成一个可能的规则列表, 然后计算每条规则的置信度. 如果置信度不满足最低要求, 则去掉该规则. 类似于频繁项集生成的方法, 我们可以利用 Apriori 原理来减少需要测试的规则数目, 提高算法的效率, 例如我们计算观察到某一条规则并不满足最低置信度的要求, 那么该规则的所有子集也不会满足最低可行度的要求. 通过对满足要求的关联规则可以分析出交易者最有可能采取的交易行为, 即使得出的规则是跟投资专家建议的规则毫无逻辑关系, 但从分析方法来看, 只要训练数据足够多, 足够充分, 频繁项集得出关联规则是能体现出市场对交易者行为作出最有可能的反应. 例如, 假设利用某只股票的历史数据, 得出关联规则是  $2 \geq 11$ , 置信度为 0.99, 我们可以大胆的推测, 购买这个股票的投资者, 当他们观察到价格即使超过 5 日均线的 1% 到 2% (指标处于“PM”, 编号为 2), 投资者最可能采取的行为是“无动于衷” (价格增长处于“Z”, 编号为 11). 所以, 如果我们掌握购买某只股票交易者的“购买”行为, 对于在市场上主动寻找信息的“聪明”投资者来讲, 具有更大的激励意义.

### 3.2 神经网络生成模糊交易规则

**步骤 1** 数据模糊处理, 在  $t$  时刻, 根据式 (2.2) 将  $x_{1,t}^{(m,n)}$  ( $m = 1, n = 5$ ) 分别代入相对应的 7 个模糊集 (“PS”、“PM”、“PB”、“NZ”、“NS”、“NM”、“NB”) 的隶属度函数, 得到输入信号矩阵, 同理取  $t+1$  时刻股票的涨幅作为  $ed$  分别代入相对应的 7 个模糊集 (“BS”、“BM”、“BB”、“SS”、“SM”、“SB”、“N”) 的隶属度函数, 得到输出信号矩阵. 假设通过历史数据计算  $x_{1,t}^{(m,n)}$ 、 $ed$  分别代入相对应的三角模糊器中, 得到一组输出输入数据对为  $[0 \ 0 \ 0.9 \ 0.1 \ 0 \ 0 \ 0]$ 、 $[0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ , 前者作为训练样本的输入信号, 后者为训练样本输出信号.

**步骤 2** BP (Back Propagation) 神经网络训练: BP 算法用于网络训练, 使输入信号对应与目标输出值. 设置神经网络的学习函数类型、传递函数类型、每一层神经元的数目、隐层的数目. 葛哲学和孙志强<sup>[35]</sup>提到, 经过反复训练达到预设精度的网络能够对输入训练集准确地做出响应, 模糊集之间的关系规则将储存在网络中每一个参数之中, 网络之间相互作用



形成了隐性的推理机而代替主观的逻辑推理.

**步骤 3** 数据解模糊, 当训练好的网络收到一组新模糊信号输入时, 会输出一组输出信号数据. 最后, 根据输出信号的解模糊器将输出信号转换成非模糊变量, 作为整个模糊系统的输出. 在整个控制过程当中, 需要注意几个问题, 第一, BP 神经网络的训练所需的学习函数必须是可导的, 如果不满足条件, 网络训练会报错. 第二, 在使用梯度下降法更新参数时, 需要注意设置“模拟退火”, 以防误差陷入局部最小. 第三, 隐层的数目和训练的步长很重要, 不同的参数设置会使结果发生较大的变化. 以上的所有操作均可在 Matlab 软件的神经网络工具箱调用封装好的神经网络函数, 生成满足控制要求的神经网络, 作为模糊系统的隐性模糊规则推理机. 图 3 展示了神经网络模糊规则的映射的整个过程.

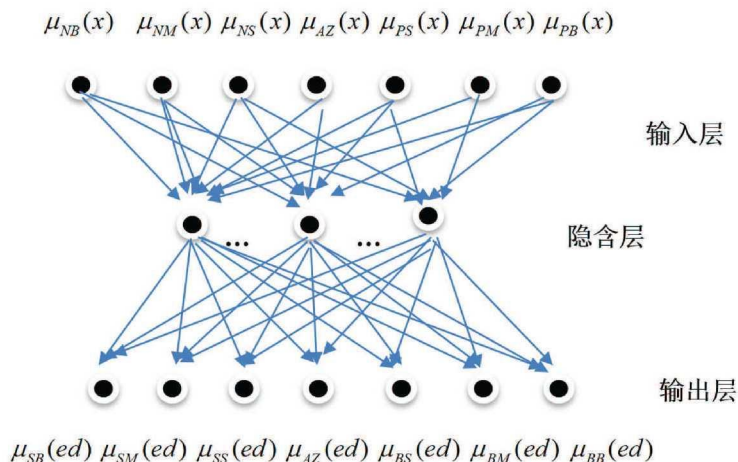


图 3 BP 网络生成模糊交易规则结构图

(Figure 3 The structure of fuzzy trading rules generated by diagram BP neural network generates)

## 4 基于交易规则的模糊决策系统

### 4.1 动态价格方程

假设某只股票在  $t$  时刻的价格为  $p_t$  ( $t = 0, 1, \dots$ ), 有  $M$  组交易者参与交易该股票, 并且每一组的交易者使用相同的技术交易规则. 第  $i$  组的交易者利用模糊系统将技术交易规则转换为对该股票的超额需求  $ed_i(x_t)$ . 因此定义超额需求函数  $ed_i(x_t)$  为技术指标  $x_t$  对超额需求  $ed$  映射的模糊系统, 根据反身性理论 (见 Soros<sup>[36]</sup>), 我们得到价格动态模型如下

$$\ln(p_{t+1}) = \ln(p_t) + \sum_{i=1}^M a_i(t) ed_i(x_t), \quad (4.1)$$

其中系数  $a_i(t)$  表示第  $i$  组中交易者的强度, 而  $x_t$  表示技术指标变量.  $a_t$  是时变系数 (代表不断变化的市场状况), 当  $a_i(t) = 0$  意味着在时间  $t$  不存在第  $i$  组的超额需求  $ed_i(x_t)$ .  $a_i(t)$  可以根据股票价格数据  $\{p_t, p_t, \dots\}$  确定. 式 (4.1) 构建的模型表明, 某只股票在  $t+1$  时刻的价格由这个时刻的价格、交易者的策略 (即交易者对股票的超额需求  $ed_i(x_t)$ ) 以及交易者的行动对市场的影响程度  $a_i(t)$  有关.

## 4.2 模糊控制系统构建

模糊控制系统主要由模糊规则库 (fuzzy rule base), 模糊推理机 (fuzzy inference engine), 模糊器 (fuzzifier) 以及解模糊器 (defuzzifier), 四大主要部分组成. 系统的具体运行过程如下: 首先, 设计者需要对模糊化过程的具体约束规则, 并集合在模糊交易规则库中; 其次, 通过推理机将模糊交易规则库中的规则进行合成, 并映射到输出的论域 (即输出结果的集合) 中; 第三, 通过模糊器, 实现将清晰输入变量转化为模糊数 (fuzzy number) 的运算过程; 最后, 利用解模糊器将输出的模糊集转化为清晰数, 用以后续研究.

通过模糊控制系统将数据进行模糊化和清晰化 (解模糊化), 可以对函数形式未知的数据进行处理和信息挖掘.

**定理 4.1** 假设模糊交易规则库中的输出模糊集  $ed$  的中心为  $c_i$ , 则带有模糊交易规则库、乘积推理机 (product inference engine) 和三角模糊器 (fuzzifier triangular) 及中心平均解模糊器 (center average defuzzifier) 的模糊系统形式为

$$ed(x) = \frac{\sum_{i=1}^M c_i \mu_{A_i}(x)}{\sum_{i=1}^M \mu_{A_i}(x)}, \quad (4.2)$$

其中,  $U, V$  为  $n$  维欧氏空间上的两个论域,  $x \in U \subset R^n$  是模糊系统的输入,  $ed(x) \in V \subset R^n$  是模糊系统的输出;  $A_1 = PS, A_2 = PM, A_3 = PL, A_4 = NS, A_5 = NM, A_6 = NL, A_7 = AZ$  为如图 1 所示  $x_{1,t}^{(m,n)}$  的模糊集合, 图 2 所示,  $c_i$  为 BS, BB, SM, SS, SB, BM, N 模糊集中心.  $M$  为模糊交易库的规则数目.

证 假设推理机采用如下 Mamdani 含义的乘积推理机<sup>2</sup>

$$ed(x) = \frac{\sum_{i=1}^M c_i \mu_{A_i}(x)}{\sum_{i=1}^M \mu_{A_i}(x)}, \quad (4.3)$$

其中  $M$  为模糊交易规则库的规则数目,  $n$  为模糊系统输入的维度.

由于输入的模糊器采用三角模糊器, 因此式 (4.3) 可简化为

$$\mu_B(ed) = \max_{l=1}^M \left[ \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x_i^*) \mu_{B^l}(ed) \right], \quad (4.4)$$

其中  $x_i^*$  为给定的输入参数,  $B^l$  为第  $l$  个模糊集的模糊中心.

定义中心平均解模糊器为

$$y^* = \frac{\sum_{l=1}^M B^l w_l}{\sum_{l=1}^M w_l}, \quad (4.5)$$

其中  $y^*$  为模糊系统的输出,  $B^l$  为第  $l$  条规则的  $ed$  模糊集中心,  $w_l$  为对应的模糊集高度. 因为对于给定的输入  $x_i^*$ , 式 (4.4) 中第  $l$  个模糊集的高度为  $\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x_i^*) \mu_{B^l}(B^l) = \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x_i^*)$ , 所以由带有三角模糊器的乘积推理机 (4.4) 和中心平均解模糊器 (4.5) 组成的模糊系统为

$$y^* = \frac{\sum_{l=1}^M B^l (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x_i^*))}{\sum_{l=1}^M (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x_i^*))}. \quad (4.6)$$

令  $x^* = x, y^* = ed(x), B^l = c_i$ , 系统输入为一维, 因此  $n = 1$ , 于是式 (4.6) 变为式 (4.2). 定理证明完毕.

2. 推理机的含义代表给定  $U$  上一个模糊集合  $A$ , 推理机可由式 (4.2) 给出  $V$  上的模糊集  $ed$ .

### 4.3 交易策略设计

根据以上讨论, Apriori 规则以及神经网络交易规则的价格动态方程分别为

$$\ln(p_{t+1}^1) = \ln(p_t^1) + a_1(t)ed_1(x_{1,t}^{(m,n)}) + \varepsilon(t), \quad (4.7)$$

$$\ln(p_{t+1}^2) = \ln(p_t^2) + a_2(t)ed_2(x_{1,t}^{(m,n)}) + \varepsilon(t), \quad (4.8)$$

其中  $p_t^1$  ( $p_t^2$ ) 是股票在  $t$  时间的价格 (在不引起混淆时统一用  $p_t$  表示),  $ed_1$  ( $ed_2$ ) 是采用 Apriori (神经网络) 交易规则的交易者的超额需求,  $a_1$  ( $a_2$ ) 为采用 Apriori (神经网络) 交易规则的交易者的市场交易强度参数,  $\varepsilon(t)$  代表除这两种交易者外其他交易者对价格的影响.

因此, 我们指定交易策略的第一步就是要利用带有遗忘因子的递推最小二乘法估计市场强度参数  $a_1(t)$  与  $a_2(t)$ , 还要与  $ed_1(x_{1,t}^{(m,n)})$  和  $ed_2(x_{1,t}^{(m,n)})$  比较, 然后制定 Apriori 策略, 以及神经网络策略, 为了方便对比, 增加 Wang<sup>[16-18]</sup> 提出的两种主观类的交易策略: 跟踪大买家策略和骑风而行策略<sup>3</sup>, 以及增加两种对照策略: 买入持有和趋势跟踪. 策略操作具体如下

1) Apriori 策略. 当  $ed_1(x_{1,t}^{(m,n)}) > 0$ , 同时  $a_1(t) > 0$ , 买入 (意味着根据过往最有可能发生的经验来讲, 使用 Apriori 算法得出的交易规则的交易者出现, 而且他们的交易更倾向于推高股票价格), 只要满足此条件一直持有资产, 只要  $a_1(t) < 0$  或 ( $a_1(t) > 0$  且  $ed_1(x_{1,t}^{(m,n)}) < 0$ ) (意味着 Apriori 算法得出的交易规则交易者消失, 或根据以往最频繁出现的经验, 使用 Apriori 算法得出的交易规则交易者更倾向于在未来卖出资产), 卖出资产, 进入下一个买卖周期.

2) 神经网络策略. 当  $ed_2(x_{1,t}^{(m,n)}) > 0$ , 同时  $a_2(t) > 0$ , 买入 (意味着使用神经网络交易规则的交易者出现, 而且他们的交易更倾向于推高股票价格), 只要满足此条件一直持有资产, 只要  $a_2(t) < 0$  或 ( $a_2(t) > 0$  且  $ed_2(x_{1,t}^{(m,n)}) < 0$ ) (意味着使用神经网络交易规则的交易者消失, 或使用神经网络交易规则的交易者出现, 但使用神经网络交易规则的交易者更倾向于在未来卖出资产), 卖出资产, 进入下一个买卖周期.

3) 跟踪大买卖家, 如果大卖家的  $a(t)$  是负的, 大买家的  $a(t)$  是正的 (此时暗示着大买家出现, 而大卖家消失), 就买入股票; 只要大买家的  $a(t)$  仍然为正, 就一直持有股票 (这意味着只要大买家仍然在购买, 无论价格发生什么变化或是否有大卖家, 都不卖出股票, 与大买家一直跟注); 一旦大买家的  $a(t)$  变为负数就卖出股票 (如果大买家停止购买则退出市场); 此时, 一个交易周期已完成, 并根据以上交易逻辑进入下一个交易周期.

4) 骑风而行. 一旦大买家的  $a(t)$  减去大卖家的  $a(t)$  的差值变为正数, 买入股票 (意味着大买家正在获得大卖家的持有量); 只要大买家  $a(t)$  减去大卖家  $a(t)$  的差值仍为正数就一直持有股票; 一旦大买家  $a(t)$  的大卖家  $a(t)$  差值变为负数 (这意味着大卖家变得比大买家强), 卖出股票; 此时交易周期已完成, 进入下一交易周期.

5) 买入和持有. 在投资区间的第一天购买股票, 并将所有现金分配给该股票, 持有股票直到投资区间的最后一天, 卖出所有持有的股票.

6) 趋势跟踪. 当较短的移动平均线从较低移动平均线 (上升模式开始) 购买股票; 一旦较短的移动平均线回落并低于长的移动平均线 (上升模式结束) 时卖出股票.

### 4.4 参数估计

给定价格数据为  $\{p_0, p_1, \dots, p_t, p_{t+1}\}$ , 我们的目标是基于过去的信息集估计模型 (4.7)

3. 策略参考于文献 [18].

和 4.8 中的市场交易强度参数  $a_1(t)$  和  $a_2(t)$ . 令  $r_t = \ln(p_{t+1}/p_t)$  为收益并给出以下定义

$$a_t = (a_1(t), a_2(t), \dots)^T, \quad (4.9)$$

$$ed_t = (ed_1(x_{1,t}^{(m,n)}), ed_2(x_{1,t}^{(m,n)}), \dots)^T. \quad (4.10)$$

根据式 (4.7) 和 (4.8) 定义  $r_t$

$$r_{t+1} = ed_t^T a_t + \varepsilon(t). \quad (4.11)$$

因为现实市场上存在着流动性限制, 交易者在市场完成交易目标时, 必须将买卖订单分割成若干小的订单进行交易, 所以衡量交易者的交易强度系数  $a(t)$  会在一段时间内随时间缓慢变化, 而估计这种缓慢的时变参数的一个有效的办法是带有指数遗忘的递归最小二乘算法, 该算法目标是 minimized 误差的加权平均和

$$E_t(a) = \sum_{i=1}^t \lambda^{t-i} (r_i - ed_i^T a)^2. \quad (4.12)$$

经过推导, 具有指数遗忘的标准递归最小二乘算法进行模型参数估计结果为

$$\begin{aligned} \bar{a}_t &= \bar{a}_{t-1} + K_t (r_{t+1} - ed_t^T \bar{a}_{t-1}), \\ K_t &= \frac{P_{t-1} ed_t}{(ed_t^T P_{t-1} ed_t + \lambda)}, \\ P_t &= (I - K_t ed_t^T) P_{t-1} / \lambda, \end{aligned} \quad (4.13)$$

其中  $\bar{a}_t$  为待估参数,  $\bar{a}_0=0$ ,  $P_0=\gamma I$ ,  $\gamma$  是一个较大的常数,  $\lambda \in (0, 1)$  作为遗忘因子给予最近的数据更大的权重; 而其他参数则为用于估计  $\bar{a}_t$  过程中的过渡参数. 具体推导过程请参考附录.

## 5 实证分析

### 5.1 Apriori 模糊系统实例

根据 Apriori 算法的数据处理方式, 本节采用香港联交所上市的汇丰控股股票 (HK00005) 从 2007 年 7 月 9 日到 2015 年 8 月 13 日 (共 2003 条记录) 的日收盘价数据作为总数据集, 探究汇丰控股的价格与投资者交易行为的模糊规则. 其中根据式 (2),  $x_{1,t}^{(m,n)}$  ( $m = 1, n = 5$ ) 分别代入相对应的 7 个模糊集 (“PS”、“PM”、“PB”、“NZ”、“NS”、“NM”、“NB”) 的隶属度函数, 得到  $t$  时刻  $x_{1,t}^{(m,n)}$  隶属度列表, 同理  $ed$  分别代入相对应的 7 个模糊集 (“BS”、“BM”、“BB”、“AN”、“SS”、“SM”、“SB”) 的隶属度函数, 得到  $t$  时刻  $ed$  的隶属度列表. 表 1 列出了输入数据集前 5 条 “购物清单” 记录.

下一步将 2001 条清单记录输入到 Apriori 算法模型中挑选我们需要的频繁集, 我们只需要预先设定最低支持度, 利用 Python 的开源库<sup>4</sup> 便可轻松实现频繁集的挑选. 当我们设置最低支持度为 0.5 时, 输出结果仅仅为 {4}, 支持度为 0.56, 对应上编号字典的模糊集是 “NZ”, 这样的结果显然不是需要的, 因为汇丰控股是一只市值较高的大盘股, 因此大部分时间都处于低涨幅状态,  $x_{1,t}^{(m,n)}$  在 “NZ” 模糊集的频率比较高, 这时候使用更小的支持度阈值 30%, 这时候能获得更多的频繁项集. 表 2 展示了 3 种阈值水平下频繁项集.

4. Apriori 算法参考于 <https://github.com/asaini/Apriori>. 由于 Apriori 三方模块是基于 python 2.7 开发的, 因此要对代码的版本兼容性进行修改.

表 1 Aprior 输入数据集前 5 条“购物清单”记录  
(Table 1 The first 5 “shopping list” input data of Aprior)

时间	$x_{1,t}^{(m,n)}$ ( $m = 1, n = 5$ )	$ed$ ( $a(t) = 0.17$ )	$\mu(x_{1,t}^{(m,n)})$	$\mu(ed)$	最终输入数据集 (“购物清单”)
2007-07-09	0.00849646	0.0123529	[0.85, 0, 0, 0.15, 0, 0, 0]	[0.76, 0.24, 0, 0, 0, 0, 0]	[1, 4, 8, 9]
2007-07-10	0.0039019	-0.0852941	[0.39, 0, 0, 0.61, 0, 0, 0]	[0, 0, 0, 0, 0, 0, 1]	[1, 4, 12]
2007-07-11	-0.0020957	0.0205882	[0, 0, 0, 0.79, 0.21, 0, 0]	[0.0.97, 0.03, 0, 0, 0, 0]	[4, 5, 9, 10]
2007-07-12	-0.00013946	0.0288235	[0, 0, 0, 0.99, 0.01, 0, 0]	[0.0, 0.56, 0.44, 0, 0, 0, 0]	[4, 5, 9, 10]
2007-07-13	0.00277971	0.0205882	[0.28, 0, 0, 0.72, 0, 0, 0]	[0, 0.97, 0.03, 0, 0, 0, 0]	[1, 4, 9, 10]

表 2 不同支持度阈值下的频繁项集表  
(Table 2 Frequent itemsets under different support thresholds)

最小支持度	$L(0)$	$L(1)$	$L(2)$
0.5	{3}		
0.3	{2} {6} {10} {5} {14} {4} {1}	{3 4} {3 13} {0 3}	
0.2	{2} {6} {13} {12} {11}	{0 1} {4 13} {12 13} {4 5}	
	{10} {5} {14} {9} {8} {4} {1}	{3 12} {4 5} {3 12} {0 9} {3 4} {9 3} {8 9} {9 4} {0 13} {3 13} {8 3}	{3 4 13}

表 2 表明, 当我们设置最低支持度为 0.2 时能获得相对较多频繁集, 因此, 挑选 0.2 的最低支持度能帮助我们寻找有关联性的模糊规则. 接下来, 在生成的频繁项集中生成模糊关联规则. 首先将最低置信度设置为 0.7, 此时生成的关联规则只有  $\{2 \rightarrow 0\}$ 、 $\{6 \rightarrow 4\}$ <sup>5</sup>, 置信度分别为 0.87 和 0.85. 由于两个以上得出的规则都是来源于  $x_{1,t}^{(m,n)}$  的模糊集, 因此, 需要降低置信度获取更多的规则. 表 3 列出了置信度从 0.1 到 1 的全部规则组合, 观察表 3 可知, 来自于同种类型的模糊集关联规则需要剔除, 挑选分别来自  $x_{1,t}^{(m,n)}$  和  $ed$  模糊集的关联规则, 表 3 中阴影部分的关联规则便是剔除后的记录, 但是挑选的记录中, 有相同的规则前件 (模糊规则中的 IF 部分) 指向不同规则后件 (模糊规则中的 THEN 部分), 这显然是不合逻辑和矛盾的, 因此, 在这些不合逻辑的一对多的规则记录中选取支持度相对较高的规则作为我们的模糊规则, 最终选中的结果为  $\{4\} \rightarrow \{13\}$ 、 $\{0\} \rightarrow \{9\}$ 、 $\{3\} \rightarrow \{9\}$ , 因此, 对于汇丰控股这单只股票而言, Apriori 算法得出的关联规则通过自然语言转换成模糊 IF-THEN 交易启发式<sup>6</sup>为

规则 1: 如果  $x_{1,t}^{(m,n)}$  是零 (NZ), 则  $ed$  为卖中 (SM);

规则 2: 如果  $x_{1,t}^{(m,n)}$  是正小 (PS), 则  $ed$  为买中 (BM);

规则 3: 如果  $x_{1,t}^{(m,n)}$  是正大 (PL), 则  $ed$  为买大 (BB).

表 3 不同置信度阈值下的模糊关联规则表  
(Table 3 Fuzzy association rules under different confidence level)

置信度区间	关联规则	置信度
0.7 到 1.0	$\{1\} \rightarrow \{0\}$	0.870
	$\{5\} \rightarrow \{4\}$	0.850
0.3 到 0.7	$\{12\} \rightarrow \{3\}$	0.620
	$\{13\} \rightarrow \{3\}$	0.540

5. 注意: 这的  $A \rightarrow B$ , 指的是如果 A, 则 B, 但不能推出如果 B, 则 A.  
6. 这里的交易启发式是针对某个特殊的数据集选取的关联规则, 不能代表全部投资者使用的交易规则.

续表 3 不同置信度阈值下的模糊关联规则表  
(Table 3 Fuzzy association rules under different confidence level (Continued))

置信度区间	关联规则	置信度
0.1 到 0.3	$\{8\} \rightarrow \{3\}$	0.640
	$\{13\} \rightarrow \{4\}$	0.490
	$\{4\} \rightarrow \{13\}$	0.390
	$\{9\} \rightarrow \{0\}$	0.460
	$\{0\} \rightarrow \{9\}$	0.370
	$\{3\} \rightarrow \{9\}$	0.340
	$\{4\} \rightarrow \{9\}$	0.350
	$\{9\} \rightarrow \{4\}$	0.450
	$\{13\} \rightarrow \{0\}$	0.430
	$\{0\} \rightarrow \{13\}$	0.355
	$\{3\} \rightarrow \{13\}$	0.359
	$\{3\} \rightarrow \{12\}$	0.183
	$\{3\} \rightarrow \{8\}$	0.2095
	$\{4\} \rightarrow \{3, 13\}$	0.221
	$\{3\} \rightarrow \{4, 13\}$	0.183

因此, 根据 Apriori 交易规则 (4.13) 和定理 1, 将规则转换为超额需求函数, 从而构建一个模糊系统

$$ed_1(x_{1,t}^{(m,n)}) = \frac{\sum_{i=1}^3 c_i \mu_{A_i}(x_{1,t}^{(m,n)})}{\sum_{i=1}^3 \mu_{A_i}(x_{1,t}^{(m,n)})}, \tag{5.1}$$

其中  $A_1=$ NZ,  $A_2=$ PS,  $A_3=$ PL 是图 1 所示的模糊集, 且如图 2 所示  $c_1 = -0.2$ ,  $c_2=c_3 = 0.2$ , 是模糊集 SM, BM 的中心. 根据式 (5.1) 即可得针对某些特殊数据集构建的改良后的模糊系统

$$ed_1(x_{1,t}^{(m,n)}) = \frac{-0.2\mu_{NZ}(x_{1,t}^{(m,n)}) + 0.2(\mu_{PS}(x_{1,t}^{(m,n)}) + \mu_{PL}(x_{1,t}^{(m,n)}))}{\mu_{NZ}(x_{1,t}^{(m,n)}) + \mu_{PS}(x_{1,t}^{(m,n)}) + \mu_{PL}(x_{1,t}^{(m,n)})}. \tag{5.2}$$

5.2 神经网络模糊系统实例

本节采用香港联交所上市的汇丰控股股票 (HK00005) 从 2007 年 7 月 9 日到 2015 年 8 月 13 日 (共 2003 条记录) 的日收盘价数据作为神经网络训练数据集, 2015 年 8 月 13 日到 2019 年 9 月 18 日 (共 1003 条记录) 的日收盘价数据作为神经网络测试数据集. 根据 (2.1) 和 (2.2) 计算当天价格与前 5 天的平均价格比值的对数, 将  $x_{1,t}^{(m,n)}$  ( $m = 1, n = 5$ ) 分别代入相对应的 7 个模糊集 (“PS”、“PM”、“PB”、“NZ”、“NS”、“NM”、“NB”) 的隶属度函数, 将数据进行模糊化, 得到模糊输入信号矩阵, 同理计算后一天的价格与当前价格比值的对数作为超额需求  $ed$ , 将其分别代入相对应的 7 个模糊集 (“BS”、“BM”、“BB” “SS”、“SM”、“SB”、“N”) 的隶属度函数, 得到模糊输出信号矩阵. 每一组的输入输出信号对作为网络学习的训练样本. 表 4 表明了训练集前 5 条记录.

表 4 汇丰控股 (HK00005) 日收盘价的前 5 条训练数据  
(Table 4 The first 5 training data of HSBC Holdings (HK00005) daily closing price)

时间	$\mu(x_{1,t}^{(m,n)})$ (输入)	$\mu(ed)$ (输出)
2007-07-09	[0.85, 0, 0, 0.15, 0, 0, 0]	[0.76, 0.24, 0, 0, 0, 0, 0]
2007-07-10	[0.39, 0, 0, 0.61, 0, 0, 0]	[0, 0, 0, 0, 0, 0, 1]
2007-07-11	[0, 0, 0, 0.79, 0.21, 0, 0]	[0, 0.97, 0.03, 0, 0, 0, 0]
2007-07-12	[0, 0, 0, 0.99, 0.01, 0, 0]	[0.0, 0.56, 0.44, 0, 0, 0, 0]
2007-07-13	[0.28, 0, 0, 0.72, 0, 0, 0]	[0, 0.97, 0.03, 0, 0, 0, 0]

神经网络的结构分为输入层、隐层、输出层. 神经网络不同的分层结构会影响整个系统的性能, 而网络的不同结构体现在网络的隐层数目和每层神经元的数目. 关于神经网络最优的隐层和神经元数目的确定目前没有明确的规定, 网络只能根据不同的数据类型不断尝试寻找能满足模型容忍条件的网络结构. 本节将设置不同的实验组合, 寻找误差相对最小的神经网络结构. 其中实验组合分为 9 组, 分别编号实验组 0, 1,  $\dots$ , 8, 对于网络训练步长为 100, 采用前向型 BP 神经网络, 其中网络结构设置为实验组别到 5 隐层数为 1, 每一层的神经元数目分别为 3, 7, 15, 50, 100, 200, 实验组别 6 和 7 的隐层数为 2, 其中组别 6 第一层和第二层的神经元数目均为 15 和 15, 组别 7 第一层和第二层的神经元数目均为 100, 对于实验组别 8 的隐层数为 3, 第一层、第二层和第三层的神经元数目同样均为 100. 表 5 展示了不同结构的网络性能图. 从表 5 可以看出, 当单层神经元数目达到 15 层以上, 均方误差 MSE 变化不大, 误差均在 0.06 附近. 但从实验组中, 当神经网络的层数越多时, 误差会逐渐减小, 但考虑到隐层数越多会影响收敛步长, 收敛步长越长意味着收敛得越慢, 即训练所花费的时间越多. 因此, 综合时间和误差的考虑, 当神经网络选择两层隐层, 每层神经元数目为 100 时, 能达到相对较低的误差 0.062764, 收敛步长为 200 步是相对较优的网络结构.

表 5 BP 神经网络不同结构的性能展示表  
(Table 5 Performances of different BP neural network structures)

实验组别	网络结构 (中间层)	均方误差 (MSE)	收敛步长 (学习步长: 1000)
0	[3]	0.19598	350
1	[7]	0.066317	220
2	[15]	0.063098	200
3	[50]	0.062936	300
4	[100]	0.062908	240
5	[200]	0.062984	150
6	[15 15]	0.063471	210
7	[100 100]	<b>0.062764</b>	<b>200</b>
8	[100 100 100]	0.062692	250

接下来利用不同的训练函数对网络的训练性能进行比较, 图 4, 图 5, 图 6 分别描述了梯度下降 BP 训练算法、梯度下降动量 BP 算法、动量及自适应 IrBP 梯度递减算法对网络训练过程的误差曲线. 由以上 3 条误差曲线可以看出, 采用动量及自适应 IrBP 梯度递减算法



能获得更低的误差和更快的收敛速度. 根据以上分析, 最优的网络结构采用 2 隐层, 每层神经元数量为 100, 最优的训练函数采用动量及自适应 IrBP 梯度递减算法对模型进行训练.

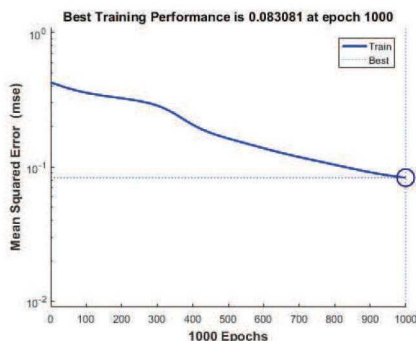


图 4 梯度下降 BP 算法网络训练过程的误差曲线

(Figure 4 MSE curve of BP algorithm training process using gradient descent)



图 5 梯度下降动量 BP 算法网络训练过程的误差曲线

(Figure 5 MSE curve of momentum BP algorithm training process using gradient descent)

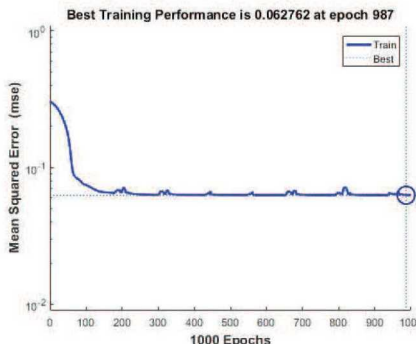


图 6 动量及自适应 IrBP 梯度递减算法网络训练过程的误差曲线

(Figure 6 MSE curve of momentum & adaptive IrBP algorithm training process using gradient descent)

经过最优网络结构的分析, 定义训练好的 BP 神经网络输出为  $BP\_net(x_{1,t}^{(m,n)})$ . 当网络受到新的数据输入, 会输出相应的输出信号, 但输出的信号是一组模糊系统, 这时候需要解模

糊对网络输出的信号进行解模糊. 本文采用中心平均解模糊器式 (4.5) 对网络的输出信号进行解模糊处理, 形成超额需求函数

$$ed_2(x_{1,t}^{(m,n)}) = y^* | BP\_net(x_{1,t}^{(m,n)}), \quad (5.3)$$

其中  $y^*$  为如式 (4.6) 的中心平均解模糊器,  $BP\_net(x_{1,t}^{(m,n)})$  为模糊神经网络输出的模糊信号.

### 5.3 交易决策结果分析

我们现在将 6 种交易策略 (跟踪大买家策略, 骑风而行策略, 趋势跟踪策略和买入持有策略, Apriori 策略, 神经网络策略), 应用于香港证券交易所上市的 7 只大型银行和房地产股票的每日收盘价 (见表 6 和表 7). 选择这些龙头银行和房地产股票, 因为它们通常是“热钱”的目标, 它们代表了香港和中国的经济条件. 在 2007 年 7 月 3 日至 2019 年 9 月 18 日的 12 年期间, 我们将使用这 7 种股票中的每日收盘价数据来测试交易策略.

如图 7 所示, 根据 2/3 的数据作为训练集, 1/3 的数据作为验证集的抽样原则, 选择 2007 年 7 月 9 日到 2015 年 8 月 13 日 (共 2003 条记录) 的日收盘价数据作为训练数据集, 2015 年 8 月 13 日到 2019 年 9 月 18 日 (共 1003 条记录) 的日收盘价数据作为测试数据集. 因此, 对于主观类的交易策略 (跟踪大买卖家策略、骑风而行策略) 仅采用测试数据集, 对于非主观类的交易策略 (Apriori 策略, 神经网络策略), 需要训练集预先训练好模型参数, 然后再应用于测试数据集.

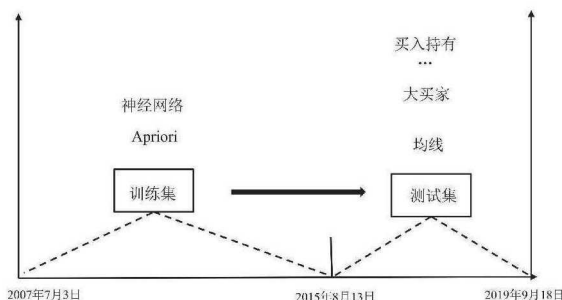


图 7 交易策略的回测流程图

(Figure 7 Flowchart of backtesting trading strategies)

对于测试区间, 我们分别运用 6 种交易策略, 并计算 7 只股票的年化收益率以及其方差和夏普比率. 其中模型参数  $a(t)$  是使用过去每日收盘价进行估计的, 其中参数设置为:  $w = 0.01, n = 5, \lambda = 0.95, \gamma = 10^7$ .

设  $p_{i,k}^{buy}$  ( $p_{i,k}^{sell}$ ) 为第  $i$  只股票在测试区间中第  $k$  个交易周期的买入 (卖出) 价格,  $N_i$  为第  $i$  只股票的交易周期数, 那么考虑交易费用, 股票  $i$  的交易策略在测试区间内的年化收益率为<sup>8</sup>

$$ar(i) = \frac{245}{1003} \left( \prod_{k=1}^{N_i} \frac{p_{i,k}^{sell}}{p_{i,k}^{buy}} \right) (1 - 0.316\%)^{N_i}. \quad (5.4)$$

7. 此参数并非是对所有的股票都是最优的, 在本论文中对所有的股票设置相同参数, 以此表明即使使用非最优参数设置, 跟踪大买卖家策略以及骑风而行策略都能胜过买入持有被动策略和传统的趋势跟踪策略.

8. 交易费用  $(0.1\% + 0.1\% \times 2 + 0.003\% \times 2 + 0.005\% \times 2) = 0.316\%$ .

平均收益率为

$$\bar{r}(i) = \sum_{k=1}^{N_i} \frac{p_{i,k}^{sell}}{p_{i,k}^{buy}} (1 - 0.316\%), \quad (5.5)$$

其标准差为

$$std(i) = \sqrt{\frac{1}{1003} \sum_{k=1}^{N_i} \left( \frac{p_{i,k}^{sell}}{p_{i,k}^{buy}} (1 - 0.316\%) \right) - \bar{r}(i))^2}, \quad (5.6)$$

夏普比率为

$$SR(i) = \frac{\bar{r}(i)}{std(i)}. \quad (5.7)$$

表 6 和表 7 给出了 7 只股票 6 种策略 (分别为跟踪大买家策略、骑风而行策略、Apriori 策略、神经网络策略、买入持有策略和趋势跟踪策略) 的  $ar(i)$ 、 $std(i)$ , 其中夏普比率为  $ar(i)/std(i)$ <sup>9</sup>. 从表 6 和表 7 可以看出, 大多数情况下, 基于主观类的交易规则策略的年化收益率和夏普比率都高于对照组买入持有和趋势跟踪策略. 另一方面, 值得我们关注是, 本文设计的非主观类的交易规则 (Apriori 算法和神经网络) 在每组实验中基本表现最优, 拥有较高的夏普比率和收益率, 非主观类的交易规则能表现得出色的原因在于, 避免了人为主观性对系统的误差, 而且神经网络的自适应性能给系统带来更稳定的性能, 这意味着由交易规则构建的模糊系统在实际应用中能给投资者作出有效的投资指导建议. 图 8 绘制了汇丰控股 (HK00005) 股票应用 6 种策略在测试区间内的财富水平变化图 (投资者初始资产财富水平为 1): 由上至下各曲线 (2018 年 6 月 21 日) 分别代表神经网络策略、Apriori 策略、买入持有策略、跟踪大卖家策略、趋势跟踪策略和骑风而行策. 从图 8 可以看出, Apriori 和神经网络的非主观类交易策略具有更高的财富曲线, 对于投资者的财富积累具有更优越的性能, 而对于买入持有和趋势跟踪策略则变现将最差, 但在香港交易所 (HK00388) 股票中出现反转, 买入持有策略具有最高的夏普比率和较高的年化收益率, 这就验证了在变化莫测的交易市场中, 没有永远优胜的交易策略, 一个好的交易策略是要不断更新参数、调整模型结构以及构建良好的投资组合来适应市场的变化. 通过对表 6 和表 7 计算发现, 总体平均而言, 在香港市场中, 非主观类交易规则策略的夏普比率比被动的买入持有策略的夏普比率高约 3~4 倍, 比趋势跟踪策略的夏普比率高约 4 到 5 倍; 主观类的交易策略的夏普比率比被动买入持有策略的夏普比率高约 1.7 倍到 2.5 倍, 比趋势跟踪策略的夏普比率高出约 1.4 倍到 2 倍.

对于策略的买卖周期回测结果如下: 对其中一只 HK00005 (汇丰控股) 作为例子说明, 股票在 2015 年 8 月 13 日到 2019 年 09 月 18 日的测试区间内, 神经网络策略的买卖周期回测结果如图 9 所示. 图 9 的上方子图中, 浅色竖线为买点, 深色竖线为卖点, 中间曲线为汇丰控股 (HK00005) 在 2015 年 8 月 13 日到 2019 年 9 月 18 日的日收盘价; 中间子图中, 浅灰色粗实线代表模糊神经网络输出曲线, 深色细实线代表使用神经规则交易者的市场强度的曲线; 下方子图中, 对应这上方子图的时间横轴, 而中间子图说明了神经网络模糊系统的输出值, 最下方子图展示了  $a_2(t)$  的变化过程. 策略开仓 53 次, 期间收益为 172%.

9. 这里我们假设无风险利率为零, 低利率环境对于股票策略影响较小, 暂且忽略不计, 不影响分析结果.

表 6 在 6 种策略下 7 只测试股票中前 3 只股票以及恒生指数的回测结果  
(Table 6 Backtesting results of the top 3 stocks and the Hang Seng Index under six strategies)

	交易策略	年化收益率 (%)	标准差	夏普比率
HK00001 长和	跟踪大买家	4.65	0.06	0.7794
	骑风而行	-3.15	0.06	-0.5248
	Apriori	5.56	0.06	0.8824
	神经网络	12.96	0.16	0.8284
	买入持有	-10.00	0.08	-1.1691
	趋势跟踪	-2.75	0.03	-0.8532
HK00004 九龙仓集团	跟踪大买家	-15.49	0.26	-0.5811
	骑风而行	9.12	0.19	0.4652
	Apriori	12.85	0.26	0.4942
	神经网络	25.56	0.44	0.5700
	买入持有	-13.89	0.37	-0.3731
	趋势跟踪	-14.75	0.33	-0.4405
HK00005 汇丰控股	跟踪大买家	3.36	0.07	0.4789
	骑风而行	1.33	0.12	0.1091
	Apriori	12.23	0.18	0.6631
	神经网络	23.11	0.33	0.6956
	买入持有	-2.12	0.13	-0.1597
	趋势跟踪	-3.41	0.09	-0.3517
HIS 恒生指数	买入持有	2.71	0.11	0.2547

表 7 在 6 种策略下 7 只测试股票中后 4 只股票以及恒生指数的回测结果  
(Table 7 Backtesting results of the other 4 stocks and the Hang Seng Index under six strategies)

	交易策略	年化收益率 (%)	标准差	夏普比率
HK0038 香港交易所	跟踪大买家	11.30	0.1906	0.5932
	骑风而行	11.67	0.1835	0.6358
	Apriori	9.12	0.1920	0.4749
	神经网络	13.89	0.2118	0.6560
	买入持有	6.64	0.0918	0.7237
	趋势跟踪	4.45	0.1070	0.4161
HK02388 中银香港	跟踪大买家	-3.97	0.0777	-0.5113
	骑风而行	2.60	0.1276	0.2038
	Apriori	5.85	0.1989	0.2943
	神经网络	9.41	0.1990	0.4729
	买入持有	-0.24	0.2199	-0.0111
	趋势跟踪	4.71	0.1036	0.4544
HK01398 工商银行	跟踪大买家	3.45	0.1328	0.2601
	骑风而行	3.95	0.1674	0.2360
	Apriori	20.37	0.3142	0.6485
	神经网络	29.50	0.3817	0.7726
	买入持有	-0.47	0.0851	-0.0549
	趋势跟踪	-0.97	0.0595	-0.1623

续表 7 在 6 种策略下 7 只测试股票中后 4 只股票以及恒生指数的回测结果  
(Table 7 Backtesting results of the other 4 stocks and the Hang Seng Index under six strategies (Continued))

HK00939 建设银行	跟踪大买家	8.18	0.1558	0.5250
	骑风而行	1.47	0.1721	0.0852
	Apriori	30.62	0.5257	0.5824
	神经网络	20.75	0.3615	0.5740
	买入持有	-0.110	0.0949	-0.1161
HIS 恒生指数	趋势跟踪	-0.022	0.0395	-0.5713
	买入持有	2.71	0.11	0.2547

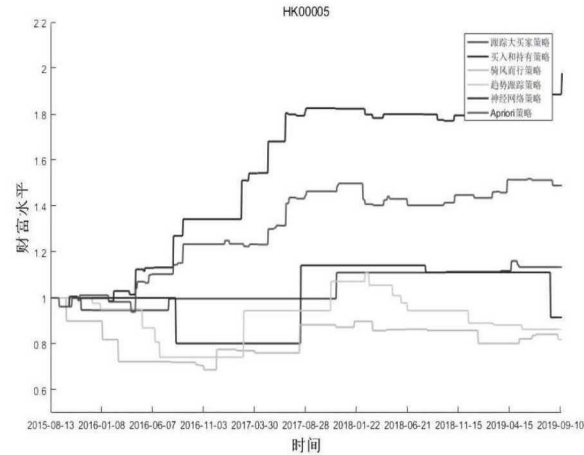


图 8 汇丰控股 (HK0005) 在测试集内投资者的资产财富水平对比图  
(Figure 8 Investors' asset wealth level in the test set of HSBC Holdings (HK0005))

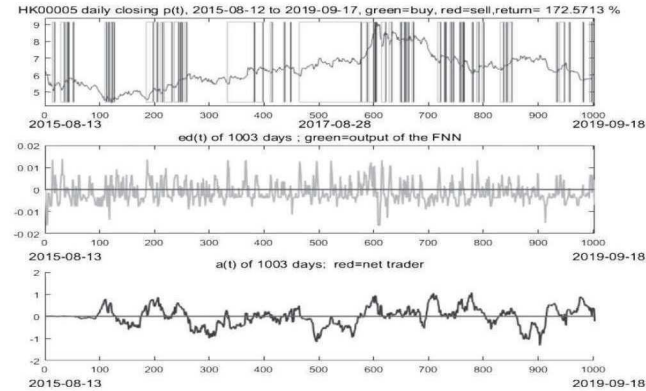


图 9 回测交易结果  
(Figure 9 The backtesting trading results)

通过图 9 可以发现, 利用模糊系统构建交易策略具有以下特点: 1) 在价格趋势上升阶段, 策略能发现并识别主要的上涨波段, 并自动建仓获利; 2) 在下跌阶段, 能摆脱主要的下跌趋势, 避免了重大损失; 3) 利用非主观类的交易策略能获得更高的收益, 避免了人为交易规

则的局限性带来的偏差. 换句话说, 在一定程度上说明了利用模糊系统构建的交易策略具有巨大的盈利可能以及一定的抗风险(止损)能力, 考虑到策略运用在不同的股票表现出来的结果有所差异, 但无论如何策略的表现平均而言都优于被动的买入持有策略和恒生指数收益率.

## 6 结 语

本文利用 Apriori 算法和神经网络生成的非主观类模糊交易规则库、带有 Mamdani 含义的乘积推理机、三角模糊器、中心平均解模糊器构建模糊系统. 根据模糊系统构建的动态价格模型和带有遗忘因子的递推最小二乘参数估计法, 提出两种非主观类的交易策略(Apriori 策略、神经网络策略). 通过香港股票市场的实证分析表明, 在扣除交易成本后, 非主观类交易规则策略的夏普比率比被动的买入持有策略的夏普比率高约 3~4 倍, 比主观类策略的夏普比率高约 50% ( $3 - 2.5 = 0.5$ ) 到 150% ( $4 - 2.5 = 1.5$ ). 这样的结果对于基金经理或股票投资者在进行交易决策时, 非主观类的模糊决策系统能给予决策者有效的投资指导建议去尝试克服自身心理以及市场基准.

本文创新点在于: (i) 利用模糊系统理论的模糊集刻画主观性的技术分析指标, 以模糊系统的动态价格模型阐述金融资产复杂的价格模式. (ii) 提出利用机器学习的方法, 如 Apriori 算法和神经网络, 生成非主观的模糊推理规则, 代替领域专家设定的模糊主观规则, 避免由人为设定规则的主观性导致的系统偏差. (iii) 模糊决策系统的建立为我们提供了一个检测市场隐藏操作的框架, 从而我们可以制定相关的策略以获得超出被动策略(买入持有策略)和市场组合的超额收益.

本文还存在一些不足之处. 首先, 模糊系统的参数是事先按照多次实验的平均效果确定的, 例如交易策略中假设交易者的感官阈值参数  $w = 0.01$ , 以及交易者 10%、20%、40% 的购买力等. 实际上, 交易者感官参数可能受到当时做决策时的情绪, 以及同行的意见所发生改变, 交易者的实际购买力也因不同的交易习惯而有不同的比率. 但本文认为即使策略是非最优参数设置, 由模糊系统设计的交易策略都优胜于被动的买入持有策略和传统的趋势跟踪策略. 第二, 策略没有考虑仓位管理, 本文策略假设当模糊系统检测到买入或卖出信号时, 是采用全仓购入或卖出以及假设账户内拥有足够多的资金, 在实际中如果当策略大幅度的亏损就容易发生账户的资金不足从而退出市场. 第三, 模型的参数估计仅仅使用带有指数遗忘的标准递归最小二乘算法去估计市场交易强度参数  $a(t)$ , 众所周知, 面对变化莫测的金融市场, 快速的估计方法和估计的准确性是策略成功的关键. 因此, 寻找一个更快速、误差更小的参数估计方法成为提高模糊决策系统性能的关键因素. 以上不足之处也将是我们未来继续研究的方向.

## 参 考 文 献

- [1] Black F, Scholes M. The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, 1973, 81(3): 637-654.

- [2] Engle R F. Auto regressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of U.K. inflation. *Econometrica*, 1982, **50**: 987–1008.
- [3] Bachelier L. Théorie de la spéculation. *Annales scientifiques de l'École normale supérieure*, 1900, **17**: 21–86.
- [4] Hull J C. Options, Futures, and Other Derivatives. 7th ed. Singapore: Pearson, 2009.
- [5] Bollerslev T, Chou R Y, Kroner K F. ARCH modeling in finance: A review of the theory and empirical evidence. *Econometrica*, 1992, **52**: 5–59.
- [6] Fouque J P, Papanicolaou G, Sircar K R. Derivatives in Financial Markets with Stochastic Volatility. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 2000.
- [7] LeBaron B, Chen S H, Sunder S. The future of agent-based research in economics: A panel discussion. *Eastern Economic Journal*, 2008, **34**(4): 550–565.
- [8] Hommes C H. Heterogeneous agent models in economics and finance. *Handbook of Computational Economics*, 2006, **2**: 1109–1186.
- [9] 刘晓光, 刘晓峰. 基于 Agent 的股票交易模拟及应用. 计算机工程与应用, 2004, (21): 220–222.  
(Liu X G, Liu X F. The design of a stock market simulation and its applications. *Computer Engineering and Applications*, 2004, (21): 220–222.)
- [10] Tesfatsion T. Handbook of Computational Economics: Agent-based Computational Economics. Elsevier, 2006.
- [11] 于同奎. 多种市场形态下人工股市特征性事实分析. 复杂系统与复杂性科学, 2008, (2): 62–71.  
(Yu T K. Stylized facts of an artificial stock market in many market states. *Complex Systems and Complexity Science*, 2008, (2): 62–71.)
- [12] Kirkpatrick C D, Dahlquist J. Technical Analysis: The Complete Resource for Financial Market Technicians. 2nd ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Pearson, 2011.
- [13] Malkiel B G. A Random Walk Down Wall Street: Including a Life-cycle Guide to Personal Investing. WW Norton & Company, 2012.
- [14] Fama E F, Malkiel B G. Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *The Journal of Finance*, 1970, **25**(2): 383–417.
- [15] Wang L X. A Course in Fuzzy Systems and Control. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall PTR, 1997.
- [16] Wang L X. Dynamical models of stock prices based on technical trading rules-part I: The models. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2014, **23**(4): 787–801.
- [17] Wang L X. Dynamical models of stock prices based on technical trading rules-part II: Analysis of the model. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2014, **23**(4): 1127–1141.
- [18] Wang L X. Dynamical models of stock prices based on technical trading rules-part III: Application to Hong Kong stocks. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2014, **23**(5): 1680–1697.
- [19] Wang L X, Mendel J M. Fuzzy opinion networks: A mathematical framework for the evolution of opinions and their uncertainties across social networks. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2015, **24**(4): 880–905.
- [20] Naranjo R, Santos M. A fuzzy decision system for money investment in stock markets based on fuzzy candlesticks pattern recognition. *Expert Systems with Applications*, 2019, **133**: 34–48.
- [21] 郭保明. 基于模糊逻辑的智能股票投资模型. 计算机科学, 2008, (35): 288–291.  
(Wu B M. Intelligent stock investment software model based on fuzzy logic. *Computer Science*, 2008, (35): 288–291.)
- [22] 李太华, 马燕, 邱玉辉. 基于模糊逻辑的智能 Agent 情感建模. 计算机科学, 2007, (11): 137–140.  
(Li T H, Ma Y, Qiu Y H. Modeling emotions for the intelligent agent based on fuzzy logic. *Computer Science*, 2007, (11): 137–140.)
- [23] 李婷, 张卫国, 徐维军. 考虑背景风险因素的模糊投资组合选择模型. 系统工程, 2012, **30**(12): 33–38.  
(Li T, Zhang W G, Xu W J. Fuzzy portfolio selection model considering background risk. *Systems Engineering*, 2012, **30**(12): 33–38.)



- [24] 王中兴, 卢余刚. 基于模糊熵和模糊夏普比率的多阶段投资组合模型及实证. 广西大学学报 (自然科学版), 2019, **44**(6): 18–19.  
(Wang Z X, Lu Y G. Empirical analysis on multi-period portfolio model based on fuzzy entropy and fuzzy Sharpe ratio. *Journal of Guangxi University (Nat. Sci. Ed.)*, 2019, **44**(6): 18–19.)
- [25] 王健, 余剑峰. 理性的非理性金融. 北京: 中信出版社, 2019.  
(Wang J, Yu J F. Rational Irrational Finance. Beijing: CITIC, 2019.)
- [26] 回旋. 模糊神经网络在股票预测中的应用研究. 硕士论文. 安徽财经大学, 合肥, 2012.  
(Hui X. Fuzzy neural network in the research on the application of stock forecast. Master Thesis. Anhui University of Finance & Economics, Hefei, 2012.)
- [27] 周辉仁, 郑丕谔, 王海龙. 模糊系统的一种结构设计方法及经济系统应用. 系统工程理论与实践, 2008, **28**(4): 101–107.  
(Zhou H R, Zheng P E, Wang H L. A method for design of fuzzy systems and application in economic system. *Systems Engineering — Theory & Practice*, 2008, **28**(4): 101–107.)
- [28] 李海, 李医民. Type-2 模糊系统在股票预测中的应用. 统计与决策, 2007, (5): 16–18.  
(Li H, Li Y M. Application of Type-2 fuzzy system in stock forecast. *Statistics & Decision*, 2007, (5): 16–18.)
- [29] 张鹏, 张卫国. 多阶段均值 - 半方差模糊投资组合决策研究. 华南理工大学 (社会科学版), 2014, **16**(5): 21–29.  
(Zhang P, Zhang W G. The possibilistic multi-period mean-semivariance portfolio selection. *Journal of South China University of Technology (Social Science Edition)*, 2014, **16**(5): 21–29.)
- [30] 张鹏, 黄梅雨. 随机模糊的等比例 - 最小方差投资组合优化研究. 模糊系统与数学, 2020, **34**(1): 68–78.  
(Zhang P, Huang M Y. Random fuzzy mixture of equally weighted and minimum-variance portfolios selection problem. *Fuzzy Systems and Mathematics*, 2020, **34**(1): 68–78.)
- [31] 刘勇, 张卫国, 徐维军. 考虑现实约束的模糊多准则投资组合优化模型. 系统工程理论与实践, 2013, **33**(10): 2462–2470.  
(Liu Y, Zhang W G, Xu W J. Fuzzy multiple criteria portfolio selection optimization model under real constrains. *Systems Engineering — Theory & Practice*, 2013, **33**(10): 2462–2470.)
- [32] Harrington P. Machine Learning in Action. Manning Publications Co., 2012.
- [33] 禹建丽, 孙增圻, 刘治军. 基于 BP 神经网络的股市建模与决策. 系统工程理论与实践, 2003, **23**(5): 15–19.  
(Yu J L, Sun Z Q, Liu Z J. Stock market forecasting and decision-making based on neural network. *Systems Engineering — Theory & Practice*, 2003, **23**(5): 15–19.)
- [34] 刘庆玲. 基于模糊深度学习网络算法的短期股价预测. 硕士论文. 哈尔滨工业大学, 哈尔滨, 2016, 30–40.  
(Liu Q L. Short term stock price forecasting based on fuzzy deep learning network algorithm. Master Thesis. Harbin Institute of Technology, Harbin, 2016, 30–40.)
- [35] 葛哲学, 孙志强. 神经网络理论与 matlab R2007 实现. 北京: 电子工业出版社, 2007.  
(Ge Z X, Sun Z Q. Neural Network Theory and Matlab R2007 Application. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2007.)
- [36] Soros G. The Alchemy of Finance. New York: John Wiley & Sons, 2015.

## 附 录

### 遗忘因子递推最小二乘推导

现提出一种改良的学习算法, 实现所有由 1 到  $t$  的输入输出数据对的拟合误差之和达到最小, 并且加入指数遗忘因子使得对于历史数据赋予较小的权重, 给予新的数据更高的权重. 即设计一个输出  $f(x)$ , 使得下式最小.

$$E_t(a) = \sum_{i=1}^t \lambda^{t-i} (r_i - e d_i^T a)^2, \quad (\text{A.1})$$

其中  $\lambda \in (0, 1)$ ,  $E_t(a)$  为  $t$  时刻输入 - 输出对的拟合误差和.

令  $Y_{t-1} = (\lambda^{(t-2)/2}r_1, \lambda^{(t-3)/2}r_2, \dots, r_{t-1})^T$ , 及

$$\begin{aligned} B_{t-1} &= (\lambda^{(t-2)/2}ed_1^T, \lambda^{(t-3)/2}ed_2^T, \dots, ed_{t-1}^T)^T, \\ \theta(t-1) &= (a_1, a_2, \dots, a_{t-1})^T, \end{aligned} \quad (A.2)$$

则根据式 (A.1)、(A.2),  $E_{t-1}(a)$  可改写为

$$E_{t-1}(a) = \sum_{i=1}^{t-1} \lambda^{t-i-1} (r_i - ed_i^T a)^2 = (B_{t-1}\theta - Y_{t-1})^T (B_{t-1}\theta - Y_{t-1}). \quad (A.3)$$

因为式 (A.3) 是  $\theta$  的二次函数, 所以使式 (A.3) 达到最小的最优  $\theta(t-1)$  为

$$\theta(t-1) = (B_{t-1}^T B_{t-1})^{-1} B_{t-1}^T Y_{t-1}. \quad (A.4)$$

当已知输入-输出数据对  $(ed_t^T; r_t)$  时, 式 (A.1) 可表示为

$$E_t(a) = \left[ \begin{pmatrix} \lambda B_{t-1} \\ ed_t^T \end{pmatrix} \theta(t) - \begin{pmatrix} \lambda Y_{t-1} \\ r_t \end{pmatrix} \right]^T \left[ \begin{pmatrix} \lambda B_{t-1} \\ ed_t^T \end{pmatrix} \theta(t) - \begin{pmatrix} \lambda Y_{t-1} \\ r_t \end{pmatrix} \right]. \quad (A.5)$$

同理, 使式 (A.5) 达到最小的最优  $\theta(t)$  可由下式得到

$$\theta(t) = [\lambda B_{t-1}^T B_{t-1} + ed_t^T ed_t]^{-1} [\lambda B_{t-1}^T Y_{t-1} + ed_t r_t]. \quad (A.6)$$

为进一步化简上式, 需使用矩阵恒等式

$$(\lambda P^{-1} + bb^T)^{-1} = \lambda^{-1}P - \lambda^{-1}Pb(b^T P b + \lambda)^{-1}b^T P. \quad (A.7)$$

定义  $P(t-1) = (B_{t-1}^T B_{t-1})^{-1}$ ,  $ed_t = b$ , 因此式 (2.3) 可改写为

$$\begin{aligned} \theta(t) &= \{\lambda^{-1}P(t-1) - \lambda^{-1}P(t-1)ed_t[ed_t^T P(t-1)ed_t + \lambda]^{-1}ed_t^T P(t-1)\}(\lambda B_{t-1}^T Y_{t-1} + ed_t r_t) \\ &= \theta(t-1) + \lambda^{-1}P(t-1)ed_t r_t - P(t-1)ed_t[ed_t^T P(t-1)ed_t + \lambda]^{-1}ed_t^T P(t-1)B_{t-1}^T Y_{t-1} \\ &\quad - \lambda^{-1}P(t-1)ed_t[ed_t^T P(t-1)ed_t + \lambda]^{-1}ed_t^T P(t-1)ed_t r_t \\ &= \theta(t-1) - P(t-1)ed_t[ed_t^T P(t-1)ed_t + \lambda]^{-1}ed_t^T \theta(t-1) \\ &\quad + \lambda^{-1}P(t-1)ed_t\{1 - [ed_t^T P(t-1)ed_t + \lambda]^{-1}ed_t^T P(t-1)ed_t\}r_t \\ &= \theta(t-1) + P(t-1)ed_t[ed_t^T P(t-1)ed_t + \lambda]^{-1}[r_t - ed_t^T \theta(t-1)]. \end{aligned} \quad (A.8)$$

定义  $K(t) = P(t-1)ed_t[ed_t^T P(t-1)ed_t + \lambda]^{-1}$ . 所以式 (A.8) 可改为

$$\theta(t) = \theta(t-1) + K(t)[r_t - ed_t^T \theta(t-1)]. \quad (A.9)$$

最后, 由定义,

$$\begin{aligned} P(t) &= [\lambda B_{t-1}^T B_{t-1} + ed_t^T ed_t]^{-1} \\ &= \lambda^{-1}P(t-1) - \lambda^{-1}P(t-1)ed_t[ed_t^T P(t-1)ed_t + \lambda]^{-1}ed_t^T P(t-1) \\ &= (I - K(t)ed_t^T)P(t-1)\lambda^{-1}. \end{aligned} \quad (A.10)$$

令  $\theta(t) = \overline{a}_t$ ,  $\theta(t-1) = \overline{a}_{t-1}$ ,  $P(t) = P_t$ ,  $K(t) = K_t P(t)^{10}$ , 即可得递推式 (4.12). 证毕.

9.  $K(t)$  为估计过程中的过渡参数, 无实际意义.