

黄金市场投资组合优化的实证性分析

张晏子

(兰州大学数学与统计学院, 甘肃 兰州 730000)

【摘要】黄金资产和证券资产同样存在收益和市场风险。本文从实证的角度出发,利用序列二次规划最优化理论知识,构建六种黄金资产的最优资产投资组合的可行性,并成功计算出有效前沿方程,达到了一定的精度。这为不同投资者在各自偏好下收益和风险的决策平衡点,做出了比较可靠的参考。

【关键词】黄金市场 Markowitz 均值-方差模型 投资组合 序列二次规划

一、序列二次规划

最优化问题在各种约束下,通常要更简单的子问题替换该问题,然后求解这鞋子问题并作为迭代过程的基础。K-T 方程是有约束最优化问题求解的充分必要条件。假设有所谓的 Convex 规划问题, $f(x)$ 和 $G_i(x)$, $i=1, 2, \dots, m$ 为 Convex 函数, 则 K-T 方程对于求得全局极小点是充分的,也是必要的。

对于规划问题

$$\begin{cases} \min_{x \in R} f(x) \\ G_i(x) = 0 \quad i = 1, \dots, m_e \\ G_i(x) \leq 0 \quad i = m_e + 1, \dots, m \\ x_l \leq x \leq x_u \end{cases}$$

x 在上式中是设计参数向量, $f(x)$ 为目标函数, 返回标量值, 然后向量函数 $G(x)$ 返回等式约束和不等式约束在 x 处的值。

它的 K-T 方程可表达为

$$f'(x^*) + \sum_{i=1}^m \lambda_i^* \cdot \nabla G_i(x^*) = 0 \quad (*)$$

$$\nabla G_i(x^*) = 0 \quad i = 1, \dots, m_e \quad \text{-- 梯度为零时 } G_i(?) \text{ 达到极值}$$

$$\lambda_i^* \geq 0 \quad i = m_e + 1, \dots, m$$

K-T 方程的解成为许多非线性规划算法的基础。这些算法可以直接计算拉格朗日乘子。然后用拟牛顿法更新过程, 给 K-T 方程积累二阶信息, 可以保证有约束拟牛顿法的超线性收敛。这些方法被称为序列二次规划法 (SQP), 是因为在每一次主要的迭代中都要求解一次二次规划问题。

对于给定的规划问题, 序列二次规划 (SQP) 的主要思路是把有约束的问题变为基于拉格朗日函数二次近似的二次规划子问题, 即

$$L(x, \lambda) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(x)$$

这样, (*) 式便通过假设约束条件为不等式约束得到了简化, 二次规划子问题便通过非线性有约束问题线性化来获得。

二次规划子问题可表达为

$$\min_{d \in R^n} \frac{1}{2} d^T H_c d + \nabla f(x_k)^T d$$

$$\nabla g_i(x_k)^T d + g_i(x_k) = 0 \quad i = 1, \dots, m_e$$

$$\nabla g_i(x_k)^T d + g_i(x_k) \leq 0 \quad i = m_e + 1, \dots, m$$

任意一种二次规划算法都可以去求解该子问题, 求得的解可以用来形成新的迭代公式

$$x_k + 1 = x_k + \alpha k d_k$$

用 SQP 法求解非线性有约束问题时的迭代次数常常比用无约束问题时的要少, 这是因为在搜索区域内, SQP 方法可以获取最

佳的搜索方向和步长信息。

二、数据来源及其描述性统计

我们在上海黄金交易市场选用了六种黄金资产及其衍生资产, 数据从 2009 年 1 月 5 号到 2011 年 10 月 31 日, 共 674*6 个数据。选至新浪财经财经频道: http://vip.stock.finance.sina.com.cn/q/view/vGold_History.php?breed=

具体资产及其描述性统计见表 1 及图 1:

表 1 六种黄金资产描述性统计

描述统计	AGTD	AU9995	AUTD	AU100g	AU9999	PT9995
收益均值 (%)	0.18188	0.09774	0.09768	0.09665	0.09469	0.07936
均值的秩	1	2	3	4	5	6
收益方差 (10^{-4})	4.56573	1.40046	1.38224	1.29082	1.30667	2.10718
方差的秩	1	3	4	6	5	2

注: 表中按从大到小排列, 收益均值是 674 天涨跌幅的算术平均值。

图 1 六种黄金资产收益对比



从表 1 中可以看出, 白银延期 (AGTD) 收益最大, 近 0.18%; 但是高收益往往伴随着高风险, 其方差亦最大, 约 4.57×10^{-4} 。AU9995 (黄金 9995)、AUTD (黄金延期)、AU100g (黄金 100 克) 和 AU9999 (黄金 99.99%) 的期望收益和收益方差基本相同, 而 PT9995 (铂金 99.95%) 期望收益最低, 为 0.079%, 方差第二, 为 2.11×10^{-4} 。

从均值和方差的秩 (排序) 来看, 除了铂金 9995 (PT99.95%), 其均值秩减方差秩为 4 之外, 其他五个之差都在 ± 2 以内。这说明了高收益和高风险往往成正比, 高收益要以高风险为代价。因此有必要对它们进行投资组合优化, 使得投资者可在各自的风险偏好、期望收益偏好下做出最合适的决策。

三、投资组合模型

(一) 目标函数

1. 组合收益

$$E(R_p) = W_1 R_1 + W_2 R_2 + \dots + W_N R_N \quad (1)$$

2. 组合风险

$$\text{Var}(R_p) = [W_1, W_2, \dots, W_N] \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \dots & \sigma_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{N1} & \dots & \sigma_N^2 \end{bmatrix} [W_1, W_2, \dots, W_N]^T \quad (2)$$

(下转第 301 页)

地域优势能够轻松掌握中小企业的“软信息”，也能够有效地降低跟踪和贷款调查的成本，因此能够对资金进行有效的监督，这样也避免了银行贷款风险。从我国地方中小金融机构发展来看，主要包含了农村商业银行、邮政储蓄、农村信用社等。这一部分地方金融机构，考虑到自身的资产规模和数量，主要是针对当地的个人贷款或是企业的贷款而服务，由于特殊的服务市场，经营情况相对困难，也就使得抗风险能力较弱。在管理上，由于缺乏管理上的人才，在信息系统建设上也无法与大型银行相比。另外，由于地方金融机构不健全的管理规范以及内部控制制度，也使得其存在较高的道德风险，贷款关联方较多。想要大力发展地方中小金融机构，就可以从以下几种途径来进行：其一，降低地方中小金融机构的设立门槛，尽可能引入民间资本，并且让地方中小金融机构能够做到治理结构科学、产权清晰；其二，提高监管力度，加快建设贷款保险制度，进而控制经营风险。在正规的金融体制中引入民间资本，非正规金融的规模进一步减少，也会将中小企业融资成本降低，这样也有利于中小企业的健康持续发展。

（二）中小企业直接融资体系的完善

1. 中小企业风险投资基金的建立健全

风险投资基金主要是对于个人或者是机构的资金通过某种方式进行吸收，然后再以股权投资的方式，从而对部分具备良好的发展前景，但是自身上市资格欠缺的中小企业进行投资。从风险投资基金的优势来看，主要是手续相对简单，被投资的企业也不需要进行资产抵押担保。因此，如果自身企业资金短缺，但是拥有较好的发展潜力，如果能够获取风险投资基金，那么不仅能够缓解自身企业资金短缺问题，也会让风险投资者从中获取自己希望的利益。从目前我国中小企业风险投资基金建立和发展来看，主要从以下两个方面来加以推进：其一，针对中小企业风险投资基金的规模与品种，政府部门应当多做鼓励，并且制定相关的鼓励政策；其二，为了让基金投资股权转让更加方便，也可以将产权交易制度加以完善，从而推进金融市场的进一步规范。

2. 地方性中小资本市场的建立

柜台交易在西方发达国家是普遍存在的，大量的股票交易和债券交易都是通过柜台的方式来完成。地方性中小资本市场的建立，可以根据中小企业自身实际的发展需求，制定专门的政策，将政策支持或者是优惠给予那些急需的地区。为了更好地满足中小企业融资的需求，可以建立符合实际特征的地方性中小资本市场，从而满足不同地区的不同需求，以缓解中小企业在融资中面临的困难。

（三）确保中小企业融资渠道畅通无阻

1. 中小企业融资法律法规体系的完善

只有从法律法规政策入手，获取支持，才能够将中小企业面临的融资难问题加以解决。在西方发达国家内，对于中小企业的融资问题通常都是通过立法形式来明确的，这样就能够使中小企业的发展得以法律法规来保护并保障其“畅通”。由于国内中小企业的规模偏小、竞争实力欠缺，在融资方面上存在很大的难度，但是在融资法律健全的国家，中小企业都能够获得很好的发展机会。可以看出，完善的融资法律法规体系，能够降低中小企业在融资方面的难度，法律手段具备的稳定性和权威性，也能够为中小企业的融资、发展保驾护航。

2. 社会和中小企业信用体系的完善

信用体系的建立主要涉及到中小企业自身和社会这两个方面，而中小企业融资困难的环节，就需要这两方面的完善体系。中小企业内部融资环境的优化有赖于中小企业信用体系的完善，而中小企业外部融资环境的优化有赖于社会信用体系的完善。

四、结语

总之，当前国际经济形势下，我国中小企业融资渠道受到影响的原因相对复杂，有中小企业内部自身的原因，也有政府、监管部门、金融机构等方面的外部原因。因此，我们要看清楚中小企业融资难的现实问题，针对现状，找寻中小企业融资难问题得以缓解的有利措施。

参考文献

- [1] 杨薇. 民间金融市场的发展是解决中小企业融资问题的有效途径 [J]. 现代经济信息, 2010(13):158-159.
- [2] 陈禹珂. 浅析中小企业知识产权质押融资 [J]. 才智, 2011(02):88-90.
- [3] 于越. 利率市场化与中小企业融资问题分析 [J]. 山东社会科学, 2009(11):111.
- [4] 黄惠春, 孙兆斌. 江苏省高新技术产业发展融资策略研究 [J]. 现代管理科学, 2006(10):121-125.
- [5] 企业融资渠道的比较与选择 [J]. 科技智囊, 2006(01):56-57.

作者简介：董安琪（1992-），女，山东人，现就读于同济大学经济与管理学院国际经济与贸易专业，研究方向：国际经济。

（责任编辑：刘晶晶）

（上接第252页）

（二）约束条件

$$W_1 + W_2 + \dots + W_N = 1 \quad (3)$$

$$0 \leq W_i \leq 1, i=1, 2, \dots, N \quad (4)$$

（三）建模步骤

第一步：因为在满足(3)和(4)的条件下，方差最大和最小的投资组合情况分别是将权重以1分配给AGTD和AU100g，其他资产权重全为0；前者方差达到最大，后者方差达到最小。其对应的期望收益分别是AGTD和AU100g的期望收益。

第二步：将方差的最大值(4.57×10^{-4})和最小值(1.29×10^{-4})之间平均划分为21个区间，求出第一区间端点的方差值，如图2中 a_1, a_2, \dots, a_N 各点对应的方差。

第三步：以式(1)中期望收益最大值、最小值作为目标函数，以式(2)替换为第二步中求出的各个区间端点方差值作为等式约束条件，式(3)和(4)仍然作为约束条件，利用序列二次规划求解。求得第二步中各个区间端点的方差值对应的期望收益率的最大值和最小值。

第四步：以方差为横轴，以期望收益率为纵轴，将求出的各

点画出，并连成曲线。

四、总结

以上海黄金交易所6种黄金资产为研究对象，实证性地分析了Markowitz均值-方差模型理论，得出在不允许卖空条件下的可行域及有效前沿方程，这比较可靠地为各种投资者（风险厌恶、风险中性、风险偏好）做出了一个可行性的参考。各投资者可以根据自身来进行投资与决策。

参考文献

- [1] 汪政红, 周清志. 两种多元正态性检验的方法运用和比较 [J]. 中南民族大学学报(自然科学版), 2009(28):3.
- [2] 叶中行, 林建忠. 数理金融—资产定价与金融决策理论(2版)[M]. 北京: 科学出版社, 2010.

作者简介：张晏子（1989-），女，汉族，河南漯河人，兰州大学数学与统计学院2011级应用统计硕士研究生。

（责任编辑：刘婷婷）