

# 基于 Adams 的三自由度 Delta 机械手的运动学仿真分析

伍经纹, 徐世许, 王 鹏, 宋婷婷

(青岛大学自动化与电气工程学院, 山东 青岛 266071)

**摘 要:** 结合自动化工业生产线对应高速轻载搬运作业的需求, 三自由度 Delta 机械手是一种并联机器人专为拾取和放置任务而设计。本文以 Delta 机械手本体为研究对象, 分析简化机械结构, 建立 Delta 机械手的数学模型, 求其运动学逆解算法。以改善 Delta 机器人运动特性为目的, 采用改进修正梯形加速度在笛卡尔坐标系下进行“门”字型轨迹规划, 时间耦合方式处理“门”字型方向突变问题。通过虚拟样机 ADAMS 与 MATLAB 联合仿真, 获得 Delta 机械手运动性能参数, 为研究 Delta 机器人轨迹优化提供一定的理论基础。

**关键词:** Delta 机械手; 轨迹规划; 改进修正梯形; 仿真

**中图分类号:** TP241 **文献标识码:** A **DOI:** 10.3969/j.issn.1003-6970.2017.06.022

**本文著录格式:** 伍经纹, 徐世许, 王鹏. 基于 Adams 的三自由度 Delta 机械手的运动学仿真分析[J]. 软件, 2017, 38 (6): 108-112

## Kinematics Simulation Analysis of Three-Degree-of-Freedom Delta Robot Based on Adams

WU Jing-wen, XU Shi-xu, WANG Peng, SONG Ting-ting

(College of Automation and Electrical Engineering, Qingdao University, Qingdao 266071, China)

**【Abstract】:** Based on the requirement of automatic industrial production line for high speed light load transporting, three degree of freedom Delta manipulator was a kind of parallel robot designed for picking up and placing tasks. In this paper, taking the Delta manipulator as the research object, the simplified mechanical structure was analyzed, and the mathematical model of Delta manipulator was established and the inverse kinematics algorithm was also presented. In order to improve the motion characteristics of the Delta manipulator, an improved modified trapezoidal acceleration was used to carry out the 'gate' trajectory planning under Cartesian coordinate and dealing with the problem of 'gate' directional mutation by time coupling. Through the simulation of virtual prototype ADAMS and MATLAB, the motion performance parameters of Delta manipulator were obtained, which provided a theoretical basis for the research of Delta robot trajectory optimization.

**【Key words】:** Delta manipulator; Trajectory planning; Modified trapezoidal; Simulation

## 0 引言

机器人技术发展给传统的工业带来了巨大的变化, 大大的提高了社会生产力水平。现代工业生产中运用的工业机器人大致可以分为串联工业机器人和并联工业机器人和混联工业机器人<sup>[1]</sup>。最典型的并联机器人是 Delta 机器人, 它是由 R.Clavel 博士

于 1985 年提出的。其中, 三自由度的 Delta 并联机械手具有刚度大, 承载能力强、重量轻、体积小、定位精确、效率高等特点, 在包装、分拣、轻量搬运等生产工序中得到广泛应用<sup>[2-4]</sup>。现如今为适应越来越苛刻的产品质量要求, 大幅度提高企业效率, 国内外各大机器人制造厂商分别制造出各自的 Delta 机器人。Delta 并联机器人呈现出高速高精、

**作者简介:** 伍经纹(1993-), 男, 湖北省天门市人, 硕士研究生, 主要研究领域为计算机控制; 徐世许(1965-), 男, 山东省青岛市人, 教授, 硕士研究生导师, 主要研究领域为计算机控制; 宋婷婷(1992-), 女, 山东省济宁市人, 硕士研究生; 王鹏(1991-), 男, 山东省青岛市人, 硕士研究生。

灵活性等方向的发展趋势<sup>[5]</sup>。但值得指出的是，尽管近些年来不断涌现出结构特点鲜明的并联机器人样机，但与串联机构的产业化水平相比，并联机械手还存在较大差距<sup>[6]</sup>。究其根本原因，控制层面研究成果的缺乏很大程度上影响了并联机械手的工作性能，阻碍和限制了该类机械手在工业中的前景<sup>[7-9]</sup>。目前对 Delta 机械手在轨迹规划、控制策略方面还不够成熟导致机械手运动过程出现剧烈震动，使得机械手的使用寿命降低，增加企业成本。通过对运动轨迹和路径合理规划，可以提高机械手的效率、稳定性、可靠性，延长使用的寿命<sup>[10-11]</sup>。因此本文采用改进修正梯形加速度的方法在笛卡尔坐标系下进行轨迹规划、采用虚拟样机 ADAMS 软件进行运动仿真获得结论。

## 1 Delta 机械手运动学

### 1.1 Delta 机械手的数学模型

Delta 机械手有三个平动自由度，建立数学模型如图 1 所示，分别以等边三角形 $\Delta C_1C_2C_3$ 中心 O 和 $\Delta A_1A_2A_3$ 中心 o 建立静平台坐标系 O-XYZ 和动平台坐标系 o-xyz。其中，X 轴沿着主动臂 $C_1B_1$ 方向建立，Z 轴与静平台垂直并指向上，Y 轴的方向根据右手定则确定。动平台坐标系的建立同理。机械手的主要参数有主动臂长度 $|C_iB_i|=L_a$  ( $i=1,2,3$ )，从动臂长度为 $|B_iC_i|=L_b$ ，静平台外接圆半径为 R，即 $|OC_i|=R$ ；动平台外接圆半径为 r，即 $|oA_i|=r$ ； $OC_i$ 相互之间夹角为 $\varphi_i=120^\circ$ ，静平台与主动臂之间的夹角为 $\theta_i$ 。对于并联机器人，位置逆解即为已知机构末端运动位置 $o'$ 情况下，求解主动臂所需转动的角度 $\theta_i$ 。

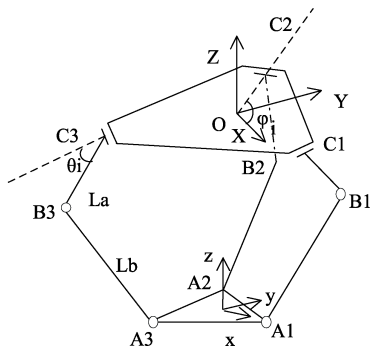


图 1 Delta 机械手的数学模型  
Fig.1 Delta manipulator matical model

### 1.2 Delta 机械手逆解分析

根据 1.1 小节建立的静平台坐标系，获得静平台与主动臂之间关节 $C_i$ 位置矢量为：

$$C_i = R \begin{bmatrix} \cos \varphi_i \\ \sin \varphi_i \\ 0 \end{bmatrix}, \varphi_i = \frac{2}{3}(i-1)\pi, i=1,2,3 \quad (1)$$

假设 $o'$ 在静平台下的坐标为 $(x, y, z)$ 同理， $A_i$ 在静平台坐标系下位置矢量为：

$$A_i = r \begin{bmatrix} \cos \varphi_i \\ \sin \varphi_i \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (2)$$

根据空间几何关系，得出 $B_i$ 点在坐标系 O-XYZ 中的位置矢量为：

$$B_i = R \begin{bmatrix} \cos \varphi_i \\ \sin \varphi_i \\ 0 \end{bmatrix} + L_a \begin{bmatrix} \cos \theta_i \cos \varphi_i \\ \cos \theta_i \sin \varphi_i \\ -\sin \theta_i \end{bmatrix} \quad (3)$$

已知三组关键点的位置矢量那么 $|B_iA_i|=L_b$ 为约束条件建立 Delta 机械手的约束关系为：

$$\begin{aligned} & [(R-r+L_a \cos \theta_i) \cos \varphi_i - x]^2 + \\ & [(R-r+L_a \cos \theta_i) \sin \varphi_i - y]^2 + \\ & (L_a \sin \theta_i + z)^2 = L_b^2 \end{aligned} \quad (4)$$

运用三角函数万能公式：

$$\sin \theta_i = \frac{2t}{1+t^2}, \cos \theta_i = \frac{1-t^2}{1+t^2} \quad (5)$$

对上式进行整理并简化为：

$$A_i t_i^2 + B_i t_i + C_i = 0, i=1,2,3 \quad (6)$$

方程的解 $t_i = \frac{-B_i \pm \sqrt{B_i^2 - 4A_i C_i}}{2A_i}$ ，分析机械手空间位置结构方程最终取一个解 $t_i = \frac{-B_i - \sqrt{B_i^2 - 4A_i C_i}}{2A_i}$ ，其中：

$$\begin{cases} A_1 = \frac{x^2 + y^2 + z^2 + (R-r)^2 + L_a^2 - L_b^2 - 2x(R-r)}{2L_a} - \\ \quad (R-r-x) \\ B_1 = 2z \\ C_1 = \frac{x^2 + y^2 + z^2 + (R-r)^2 + L_a^2 - L_b^2 - 2x(R-r)}{2L_a} + \\ \quad (R-r-x) \\ A_2 = \frac{x^2 + y^2 + z^2 + (R-r)^2 + L_a^2 - L_b^2 - (R-r)(x-\sqrt{3}y)}{2L_a} - \\ \quad 2(R-r)(x-\sqrt{3}y) \\ B_2 = 2z \\ C_2 = \frac{x^2 + y^2 + z^2 + (R-r)^2 + L_a^2 - L_b^2 - (R-r)(x-\sqrt{3}y)}{2L_a} + \\ \quad 2(R-r)(x-\sqrt{3}y) \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} A_3 = \frac{x^2 + y^2 + z^2 + (R-r)^2 + L_a^2 - L_b^2 - (R-r)(x+\sqrt{3}y)}{2L_a} - \\ \quad 2(R-r)(x+\sqrt{3}y) \\ B_3 = 4z \\ C_3 = \frac{x^2 + y^2 + z^2 + (R-r)^2 + L_a^2 - L_b^2 - (R-r)(x+\sqrt{3}y)}{2L_a} + \\ \quad 2(R-r)(x+\sqrt{3}y) \end{cases}$$

最终根据机械手的末端位置坐标(x, y, z)可以获得主动臂转动角度即伺服电机驱动主动臂转过的角度  $\theta_i = 2 \arctan(t_i)$ 。

## 2 Delta 机械手运动轨迹路径规划

### 2.1 轨迹规划

机器人运动轨迹是指机器人在运动过程中的位移、速度、加速度。规划轨迹顾名思义就是按照任务要求,计算出运动轨迹<sup>[13-14]</sup>。笛卡尔坐标系下轨迹规划是任务层规划,具有直观、便捷的优点,直接对机械手的位姿进行规划,但需要将笛卡尔空间的位姿转换为驱动臂转动角度,涉及大量的运动逆解。Delta 机械手作为并联机器人逆解比较容易求解,1.2 小节已给出。机械手轨迹规划的目的是给定位移和最大加速度的前提下,优化其末端执行器的运动轨迹,使运行时间和机械振动趋于最小。那么至少满足以下两个条件:①末端执行器起始点和结束点速度、加速度都为零。②位移对时间的一阶、二阶导数连续,且三阶导数有上界。张祥等人计算比较过,采用修正梯形加速度是在位移、最大加速度相同的情况下,运行周期最短,在整个轨迹过程中快速、平稳、没有刚性冲击。对修正梯形加速度曲线求导获得速度曲线,会发现运行开始点和结束点附近存在速度突变,这会带来柔性冲击,影响机械手运行稳定性。为了消除冲击,对修正梯形加以改进后的加速度表达式为:

$$a = \begin{cases} \frac{a_m}{2} \left[ 1 - \cos\left(\frac{8\pi}{T}t\right) \right] & \left(0 \leq t < \frac{1}{8}T\right) \\ a_m \left(\frac{1}{8}T \leq t < \frac{3}{8}T\right) \\ a_m \cos\left[\frac{4\pi}{T}\left(t - \frac{3}{8}T\right)\right] & \left(\frac{3}{8}T \leq t < \frac{5}{8}T\right) \\ -a_m \left(\frac{5}{8}T \leq t < \frac{7}{8}T\right) \\ -\frac{a_m}{2} \left[ 1 + \cos\left(\frac{8\pi}{T}\left(t - \frac{7}{8}T\right)\right) \right] & \left(\frac{7}{8}T \leq t < T\right) \end{cases} \quad (8)$$

如图 2 所示,将  $a_{\max}$  单位化后进行改进前后加速度对比,发现改进后加速度在运行的始末两端明显变平缓。

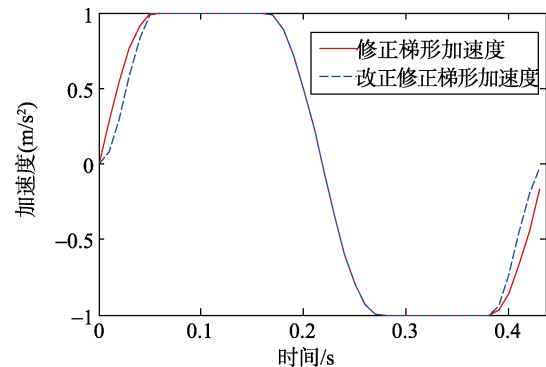


图 2 改进前后加速度曲线

Fig.2 Acceleration curve before and after improvement diagram

对加速度积分得到速度变化曲线,对速度积分得到位移曲线,分别如图 3,图 4 所示。

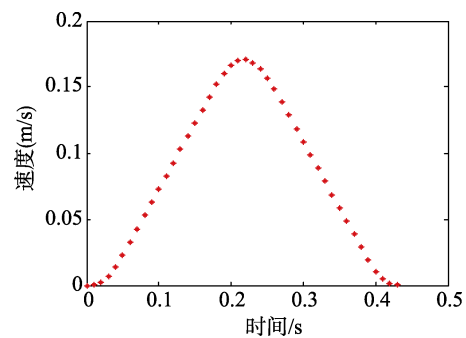


图 3 速度曲线

Fig.3 Velocity curve

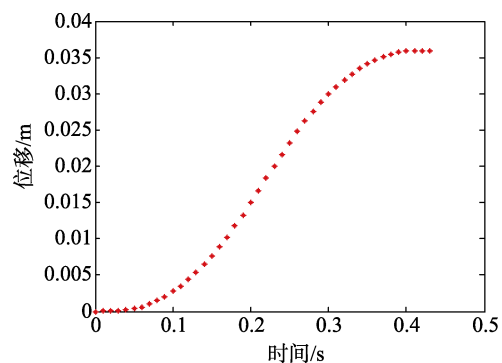


图 4 位移曲线

Fig.4 Displacement curve

### 2.2 路径规划

Delta 机器人主要执行抓取和放置操作任务,机械手末端的运动路径一般采用“门”字形,如图 5 所示。 $P_1$  作为起始点,  $P_6$  作为目标点,机械手进行

往复运动。以上升和下降阶段垂直距离为 100 mm、水平阶段距离为 400 mm 为例，垂直阶段与水平阶段之间通过弧  $P_2P_3$  和弧  $P_4P_5$  代替突变的拐角。弧  $P_2P_3$  和弧  $P_4P_5$  是通过垂直运动和水平运动的时间耦合形成。以单个周期为例具体过程是当机械手末端运动从起始点  $P_1$  开始竖直向上运动在  $t_1$  时刻到达  $P_2$  点启动水平运动，在  $T_v$  时刻从  $P_3$  点开始变为完全水平运动，在  $(T-T_v)$  时刻从  $P_4$  点启动竖直向下运动，在  $(T-t_1)$  时刻从  $P_5$  点到目标点  $P_6$  为完全竖直向下运动。整个运行周期为  $T_1 = 2 \times t_1 + T_h$ 。

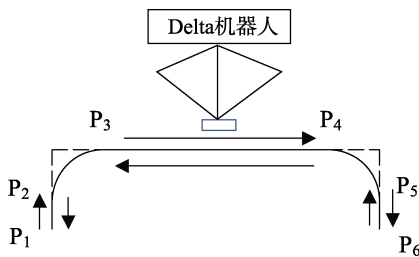


图 5 Delta 机器人的运动路径  
Fig.5 The motion path of delta robot

当路径点  $P_2$ 、 $P_5$  为垂直阶段的中间点时能实现时间最优，那么  $T_v = 2 \times t_1$ 。设定最大加速度  $a_{\max} = 30 \text{ m/s}^2$ ，由公式：

$$T = \sqrt{\frac{S}{\left(\frac{1}{4\pi} + \frac{1}{8}\right) a_{\max}}} \quad (9)$$

可以计算出各阶段所用时间  $t_1 = 0.0903 \text{ s}$ ,  $t_1 = 0.2553 \text{ s}$ ,  $T = 0.4359 \text{ s}$ 。

### 3 Delta 机械手的仿真分析

通过 ADAMS 软件建立 Delta 机械手的各零件的三维模型，然后进行装配得到完整的 Delta 机械手三维模型。如图 6 所示，简化 Delta 机械手机械结构，主要有静平台、动平台、主动臂、从动臂构成。其中静平台与主动臂之间通过旋转副联接，从动臂与主动臂、动平台与从动臂通过球副联接，通过 ADAMS 验证自由度为 3，因此添加的约束副正确。

根据路径规划和给定的机器人结构参数，利用 MATLAB 软件编写反解算法求解机器人末端位置对应的主动臂驱动角度  $\theta_{ij}$  ( $i=1,2,3$ )，如表 1 所示。Delta 机器人结构尺寸参数  $R=120 \text{ mm}$ ;  $r=45 \text{ mm}$ ;  $La=260 \text{ mm}$ ;  $Lb=640 \text{ mm}$ ;

由 2.2 小节设定最大加速度、时间参数可以通过 SPLINE 工具将数据导入 ADAMS 三维模型的三

个驱动 MOTION 中，驱动虚拟样机进动力学仿真。仿真结束后通过 ADAMS 的结果后处理获得机械手末端的位移、速度、加速度和力矩曲线，初步达到了预期的轨迹规划如图 7，图 8 所示。

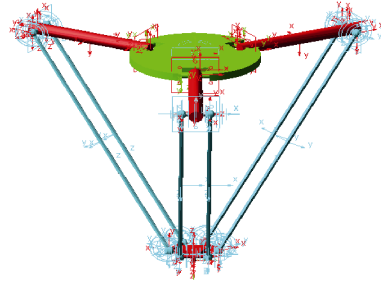


图 6 Delta 机械手的三维模型  
Fig.6 Three dimensional model of delta manipulator

表 1 路径点对应各主动臂驱动角度  
Tab.1 The machine path point corresponds to the driving angle of each driving arm

|                      | 驱动角度          |               |               |
|----------------------|---------------|---------------|---------------|
|                      | $\theta_{1j}$ | $\theta_{2j}$ | $\theta_{3j}$ |
| $P_1(200, 0, -650)$  | -0.2744       | 0.3739        | 0.373         |
| $P_2(200, 0, -600)$  | -0.4529       | 0.2645        | 0.264         |
| $P_3(150, 0, -550)$  | -0.5833       | 0.0406        | 0.0406        |
| $P_4(-150, 0, -550)$ | 0.2256        | -0.3709       | -0.3709       |
| $P_5(-200, 0, -600)$ | 0.4697        | -0.2082       | -0.2082       |
| $P_6(-200, 0, -650)$ | 0.5598        | -0.0517       | -0.0517       |

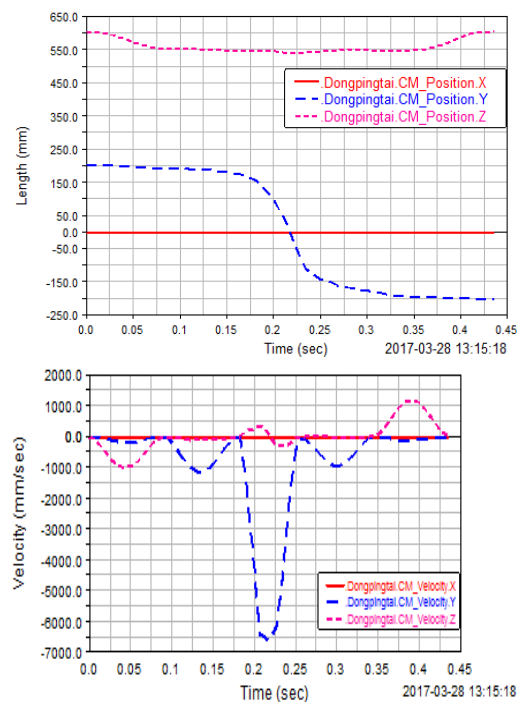


图 7 机械手末端位移、速度曲线  
Fig.7 Displacement and velocity curve of end of manipulator

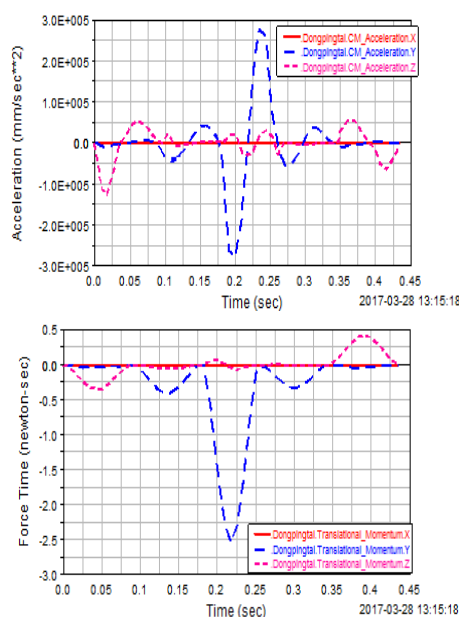


图8 机械手末端加速度、力矩曲线  
Fig.8 Acceleration and torque curve of end of manipulator

## 4 结束语

针对三自由度 Delta 机械手在分拣、包装行业的广泛应用,对于机械手的理论研究显得尤为重要,本文首先建立 Delta 机器手的数学模型,给出机械手的逆解解析方程,为轨迹规划提供前提;其次,采用改进的修正梯形加速度曲线,消除运动始末端的给机械手带来的冲击。通过虚拟样机 ADAMS 搭建 Delta 样机平台将 MATLAB 计算出的时间与主动臂对应转角添加到主动臂获得机械手末端的运动参数,验证时间耦合规划的路径合理可行。

## 参考文献

- [1] 王洪伟. Delta并联机器人结构分析及其控制研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2015.
- [2] 夏斌. Delta并联机器人的运动规划研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2014.
- [3] 徐超. Delta并联机器人的优化设计与运动/视觉控制技术研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2015.
- [4] 郎需林. 基于实时以太网的Delta并联机械手控制系统研究[D]. 济南: 山东大学, 2014.
- [5] 安宏雷, 韦庆, 韩大鹏. 一种混联式力反馈手控器设计及运动学仿真[J]. 计算机仿真, 2004, 27(1): 174-176, 221.
- [6] 贾凯凯. 高速并联机械手控制方法研究[D]. 天津: 天津大学, 2014.
- [7] 郭晓彬, 刘冠峰, 张国英, 苏泽荣. Delta并联机器人计算力矩解耦控制与仿真[J]. 计算机仿真, 2014, 33(12): 3586-3590.
- [8] 梁香宁, 牛志刚. 三自由度Delta并联机器人运动学分析及工作空间求解[J]. 太原理工大学学报, 2008, 32(11): 352-357.
- [9] Adept Technology, Inc. Adept Quattro Parallel Robot Technical Data. [2012-10-1]. <http://www.adept.com/>
- [10] 李云辉. Delta并联机器人抓放轨迹优化[J]. 计算机技术及其应用, 2016, 38(3): 20-22, 70.
- [11] 郭卫东, 李守忠, 马璐. ADAMS2013应用实例精解教程[M]. 北京: 机械工业出版社, 2015.
- [12] 贺凯, 李韶杰, 吉亚威, 等. 移动机器人新型半智能路径导航系统的设计与实现[J]. 软件, 2013, 34(4): 1-6.
- [13] 张文昌. Delta高速并联机器人视觉控制技术及视觉标定技术研究[D]. 天津: 天津大学, 2012.
- [14] 宋玲玲, 杨银刚. 基于平行控制的异构多Agent机器人系统控制方法[J]. 软件, 2015, 36(3): 52-58.