Реализация математических операций в интервальных и нечетких числах в Python

Интервальные числа

Интервальное число – ЭТО нечеткое множество принадлежности, равной 1 на отрезке [a, b] и равной 0 вне этого отрезка. Интервальное число – частный случай нечеткого множества. Хотя для интервальных чисел не выполняется одно из важных свойств нечетких множеств перехода «непринадлежности непрерывность OT К «принадлежности», это математическое понятие позволяет успешно моделировать разброс результатов косвенных измерений и погрешности других расчетов в прикладных научных исследованиях.

Интервальные числа часто используются для описания результатов измерений, поскольку измерение всегда проводится с некоторой неопределенностью.

Формулы для основных операций в интервальных числах

$$\begin{split} \tilde{a} + \tilde{b} &= [a_1, a_2] + [b_1, b_2] = [a_1 + b_1, a_2 + b_2], \\ \tilde{a} - \tilde{b} &= [a_1, a_2] - [b_1, b_2] = [a_1 - b_2, a_2 - b_1], \\ k \times \tilde{a} &= k \times [a_1, a_2] = f(x) = \begin{cases} [ka_1, ka_2], & k > 0 \\ [ka_1, ka_2], & k < 0 \end{cases}, \\ \tilde{a} \times \tilde{b} &= [a_1, a_2] \times [b_1, b_2] = \begin{bmatrix} \min_{i,j} (a_i \times b_j), \max_{i,j} (a_i \times b_j) \end{bmatrix}, \\ \tilde{a} / \tilde{b} &= [a_1, a_2] / [b_1, b_2] = [a_1, a_2] \times [1/b_2, 1/b_1]. \end{split}$$

Формула для поиска производной n-го порядка в интервальных числах

$$\widetilde{y}_{\widetilde{x}}^{(n)} \equiv \left[y_{1,\widetilde{x}}^{(n)}, y_{2,\widetilde{x}}^{(n)} \right] = \left[-\frac{2^{n-1}(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)^n}, \frac{2^{n-1}(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)^n} \right],$$

$$\widetilde{x} = [x_1, x_2], n = 1, 2, 3 \dots$$

Нечеткие числа

Нечеткое множество представляет собой совокупность элементов произвольной природы, относительно которых нельзя с полной определенностью утверждать принадлежит ли тот или иной элемент рассматриваемой совокупности данному множеству или нет.

Функция принадлежности треугольного нечеткого числа

$$\mu_A(x; a, b, c) = \begin{cases} 0, & x \leq a, \\ \frac{x - a}{b - a}, & a \leq x \leq b, \\ \frac{c - x}{c - b}, & b \leq x \leq c, \\ 0, & x \geq c. \end{cases}$$

Формулы для основных операций в треугольных нечетких числах

$$A \pm B = C = \{z, \mu_C(z)\}$$
, где
$$\mu_C(z) = \sup_{z=x\pm y} \{\min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}\}.$$
 $A \times B = C = \{z, \mu_C(z)\}$, где
$$\mu_C(z) = \sup_{z=x\times y} \{\min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}\}.$$
 $A/B = C = \{z, \mu_C(z)\}$, где
$$\mu_C(z) = \sup_{z=x/y} \{\min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}\}.$$
 $\max\{A, B\} = C = \{z, \mu_C(z)\}$, где
$$\mu_C(z) = \sup_{z=\max\{x,y\}} \{\min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}\}.$$
 $\min\{A, B\} = C = \{z, \mu_C(z)\}$, где
$$\mu_C(z) = \sup_{z=\min\{x,y\}} \{\min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}\}.$$
 $\mu_B(x) = \mu_A(x)^k \quad (\forall x \in X).$

Производные в нечетких числах

Производная в четкой точке:

$$\tilde{f}'(a) = \frac{d}{dx}\tilde{f}(x)|_{x \in a},$$
$$\mu_{f'(\tilde{a})}(z) = \max_{z=f(x)} \{\mu_{\tilde{a}}(x)\}.$$

Производная в нечеткой точке:

$$\tilde{f}'(\tilde{a}) = \frac{d}{dx}\tilde{f}(x)|_{x \in \tilde{a}},$$

$$\mu_{f'(\tilde{a})}(z) = \max_{z=f(x)} \{\mu_{\tilde{a}}(x)\}.$$

Интегралы в нечетких числах

Интеграл в четких границах:

$$\tilde{I}(a,b) = \int_a^b \tilde{f}(x) dx.$$

$$I_i(a,b) = \int_a^b f_i(x) dx, \quad i = 1, 2, ..., n.$$

Интеграл в нечетких границах:

$$\begin{split} \tilde{I}(\tilde{a},\tilde{b}) &= \int_{\tilde{a}}^{\tilde{b}} \tilde{f}(x) \, dx, \\ \mu_{\tilde{I}(\tilde{a},\tilde{b})}(z) &= \max_{z} \{ \min \{ \mu_{\tilde{a}}(x), \mu_{\tilde{b}}(x) \} \}, \\ z &= \int_{a_{i}}^{b_{j}} \tilde{f}(t) \, dt. \end{split}$$