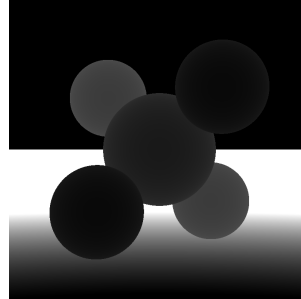
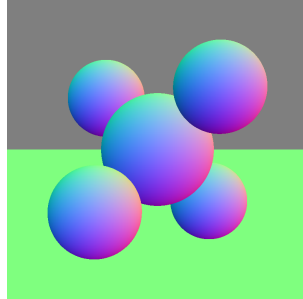
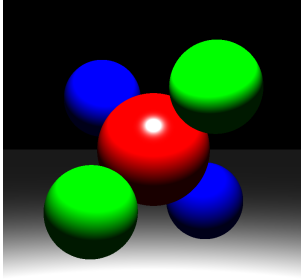


# 光照模型与光线追踪

## 1. Phong光照模型

### 1.1 实验结果



### 1.2 实现方式

**获取光照强度** 通过计算交点和光源的距离，使用下面的公式计算交点的光照强度。

$$I(x_{surf}) = \frac{I}{\alpha d^2}$$

其中， $I$  是光源的光照强度， $\alpha$  是光源的衰减系数， $d$  是交点和光源的距离。

**漫反射着色器** 使用下面的公式计算漫反射的光照强度。

$$I_{diffuse} = k_{diffuse} * I_{light} * clamp(L, N)$$

$$clamp(L, N) = max(0, L \cdot N)$$

其中， $k_{diffuse}$  是漫反射系数， $I_{light}$  是光源的光照强度， $L$  是光源的光照方向， $N$  是交点的法向量。

**镜面反射着色器** 使用下面的公式计算镜面反射的光照强度。

$$I_{specular} = k_{specular} * I_{light} * clamp(R, V)^s$$

其中， $k_{specular}$  是镜面反射系数， $I_{light}$  是光源的光照强度， $R$  是反射方向， $V$  是视线方向， $s$  是光泽度。

反射方向 $R$  是通过入射方向 $E$  和法向量 $N$  计算得到。

$$R = E - 2(N \cdot E)N$$

**环境光着色器** 使用下面的公式计算环境光的光照强度。

$$I_{ambient} = k_{diffuse} * I_{ambient}$$

其中， $k_{diffuse}$  是漫反射系数， $I_{ambient}$  是光源的光照强度。

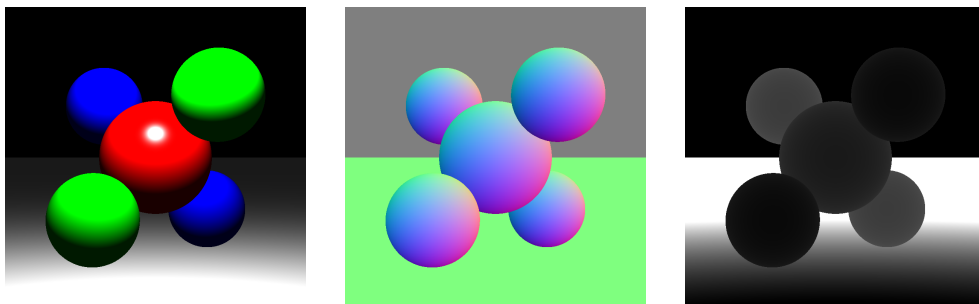
**Phong光照模型** 遍历所有的光源，将漫反射和镜面反射的光照强度相加，然后在把环境光的光照强度相加，得到最终的光照强度。

$$I_{phong} = I_{ambient} + \sum_{i \in lights} (I_{specular,i} + I_{diffuse,i})$$

## 2. 光线投射

### 2.1 平面

#### 实验结果



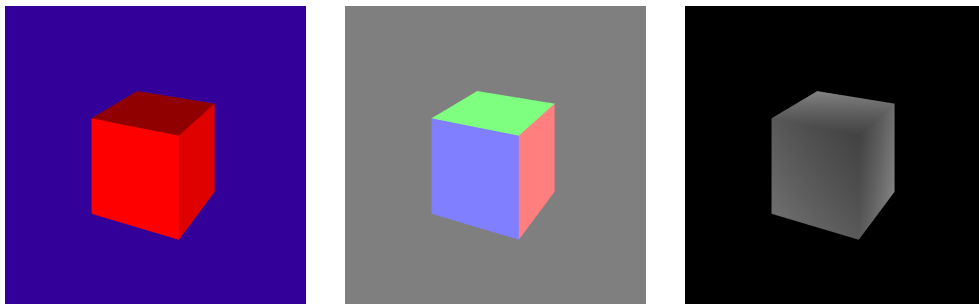
**实现方式** 使用 $P \cdot n = d$ 表示平面,  $P$ 是平面上的点,  $n$ 是平面的法向量,  $d$ 是平面到原点的距离。使用 $O + tD$ 表示光线,  $O$ 是光线的起点,  $D$ 是光线的方向,  $t$ 是交点相对光线的起点距离。使用下面的公式计算交点。

$$t = \frac{d - O \cdot n}{D \cdot n}$$

然后判断交点是否在光源之后, 即 $t > t_{min}$ 。然后判断是否在光线已有交点之前。若满足上述条件, 则更新交点。

### 2.2 三角形

#### 实验结果



**实现方式** 使用Möller-Trumbore算法计算三角形和光线的交点。首先用三角形三个顶点表示交点 $P$ 。

$$P = (1 - u - v)A + uB + vC$$

代入光线方程 $O + tD$ , 得到

$$O + tD = (1 - u - v)A + uB + vC$$

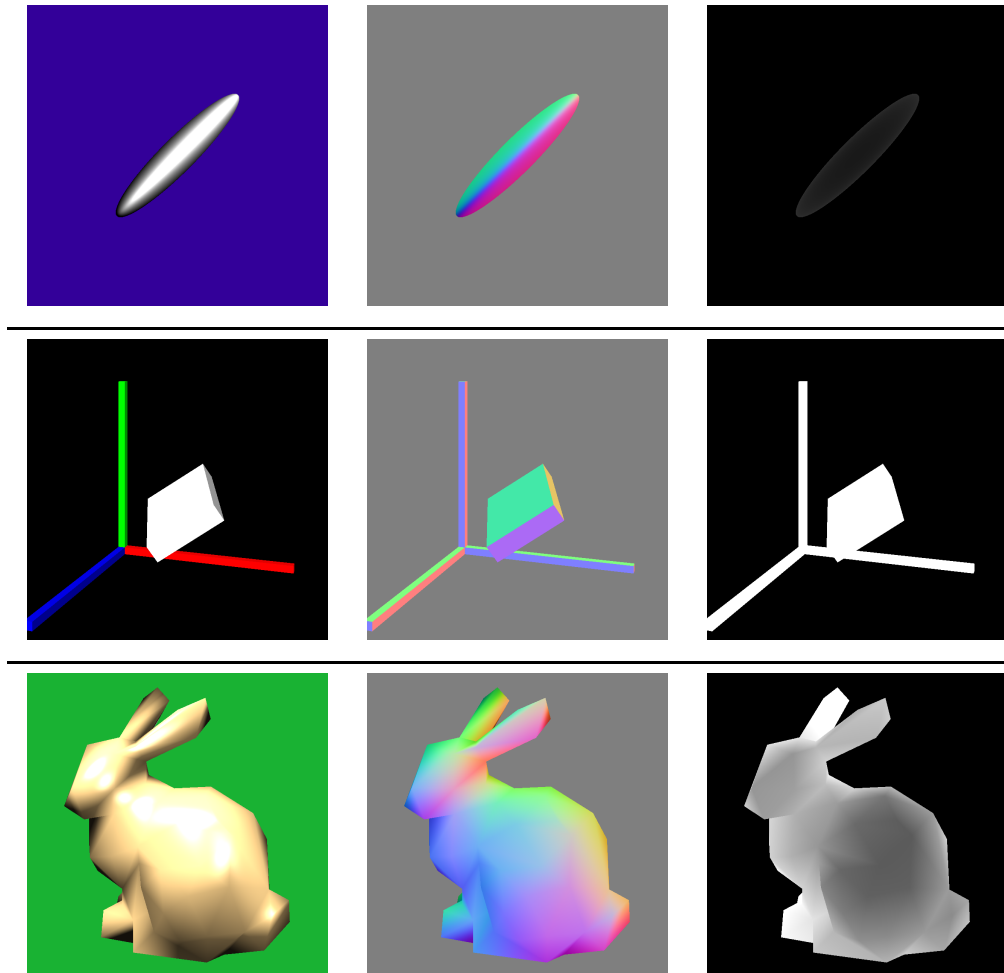
整理得到

$$\begin{bmatrix} -D & (B - A) & (C - A) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t & u & v \end{bmatrix} = O - A$$

通过 $u, v$ , 得到 $1 - u - v$ 的值, 判断三者是否都在 $[0, 1]$ 之间。然后判断 $t$ 是否在 $[t_{min}, t_{exist}]$ 之间。若满足上述条件, 则更新交点。

## 2.3 变换类

### 实验结果



**实现方式** 存储一个变换矩阵 $M$ ，及其逆变换矩阵 $M^{-1}$ ，使用下面的公式将光源从世界坐标系变换到物体坐标系。

$$O_{object} = M^{-1}[O_{world}, 1]$$

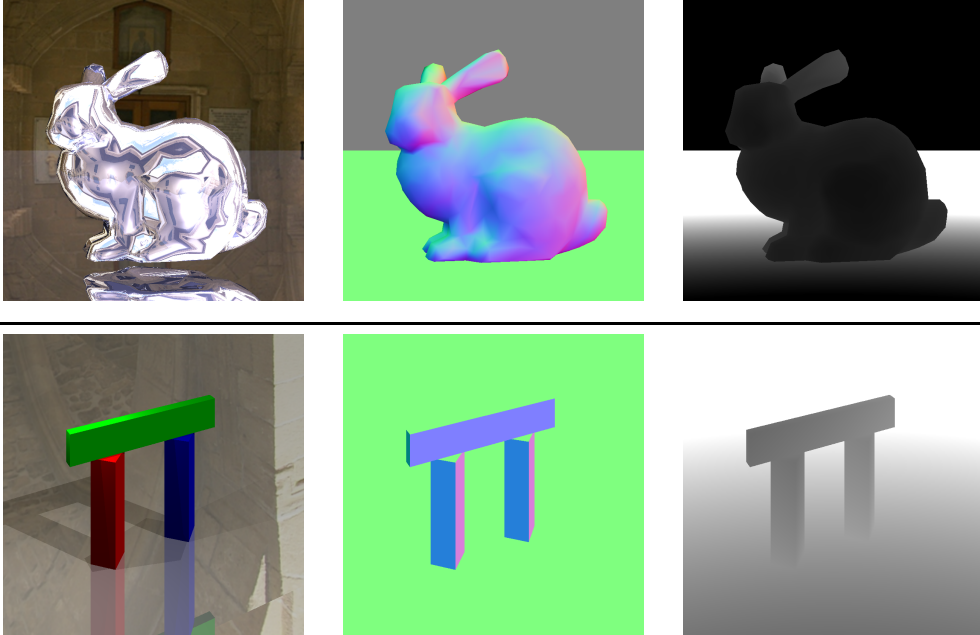
$$D_{object} = M^{-1}[D_{world}, 0]$$

调用对象的intersect函数，判断交点。得到交点之后，将交点的法向量从局部坐标系变换到世界坐标系，使用下面的变换公式。

$$N_{world} = (M^{-1})^T N_{object}$$

## 3. 光线追踪与抗锯齿

### 3.1 实验结果



### 3.2 实现方式

当bounces大于0时，进行反射。使用下面的公式计算反射方向。

$$R = E - 2(N \cdot E)N$$

然后递归调用trace函数，计算反射光线的颜色。使用下面的公式计算反射光线的颜色。

$$I_{total} = I_{direct} + I_{indirect} * k_{specular}$$

其中， $I_{total}$  是总的光照强度， $I_{direct}$  是直接光照强度， $I_{indirect}$  是间接光照强度， $k_{specular}$  是镜面反射系数。

要计算阴影的投射，将从这个点（Hit）向光源（light）发送光线。如果在光源之前有相交点（Hit），则当前的表面点处于阴影中，并忽略来自该光源的直接照明。

必须将阴影光线发送到所有光源。必须同等地将tmin设置为某个极小值，防止与自己相交。

为了实现抗锯齿，使用随机采样的方法。循环进行16次抖动采样，计算每个采样点的颜色，然后将所有采样点的颜色相加，最后除以采样点的数量。使用下面的公式计算抗锯齿。

$$I_{antialiasing} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_i$$

其中， $I_{antialiasing}$  是抗锯齿的光照强度， $N$  是采样点的数量， $I_i$  是第*i*个采样点的光照强度。

在此之后，再使用高斯滤波器进行模糊处理。下面是高斯滤波器的公式。

$$G(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

但我们这里是离散的情况，且固定kernel大小为3x3，所以我们使用下面的公式。

$$G(x, y) = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

然后将每个像素点的颜色和周围8个像素点的颜色相乘，然后除以16，得到模糊处理后的颜色。使用下面的公式计算模糊处理后的颜色。

$$I_{blur} = \frac{1}{16} \sum_{i=-1}^1 \sum_{j=-1}^1 I_{i,j}$$

其中， $I_{blur}$  是模糊处理后的颜色， $I_{i,j}$  是第 $i,j$ 个像素点的颜色。最后将模糊处理后的颜色赋值给当前像素点的颜色。