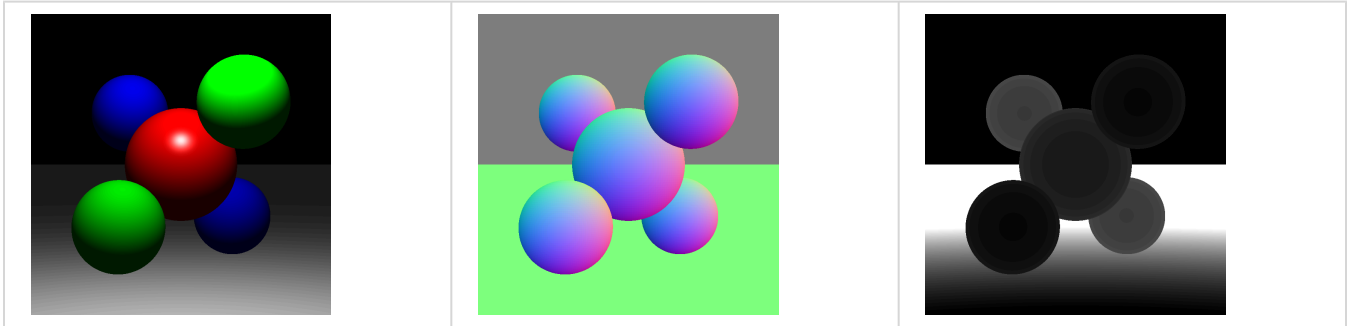


# 光照模型与光线追踪

## 1. Phong光照模型

### 1.1 实验结果



### 1.2 实现方式

#### 获取光照强度

通过计算交点和光源的距离，使用下面的公式计算交点的光照强度。

$$I(x_{surf}) = \frac{I}{\alpha d^2}$$

其中， $I$  是光源的光照强度， $\alpha$  是光源的衰减系数， $d$  是交点和光源的距离。

#### 漫反射着色器

使用下面的公式计算漫反射的光照强度。

$$I_{diffuse} = k_{diffuse} * I_{light} * clamp(L, N)$$

$$clamp(L, N) = max(0, L \cdot N)$$

其中， $k_{diffuse}$  是漫反射系数， $I_{light}$  是光源的光照强度， $L$  是光源的光照方向， $N$  是交点的法向量。

#### 镜面反射着色器

使用下面的公式计算镜面反射的光照强度。

$$I_{specular} = k_{specular} * I_{light} * clamp(R, V)^s$$

其中,  $k_{specular}$  是镜面反射系数,  $I_{light}$  是光源的光照强度,  $R$  是反射方向,  $V$  是视线方向,  $s$  是光泽度。

反射方向  $R$  是通过入射方向  $E$  和法向量  $N$  计算得到。

$$R = E - 2(N \cdot E)N$$

## 环境光着色器

使用下面的公式计算环境光的光照强度。

$$I_{ambient} = k_{diffuse} * I_{ambient}$$

其中,  $k_{diffuse}$  是漫反射系数,  $I_{ambient}$  是光源的光照强度。

## Phong光照模型

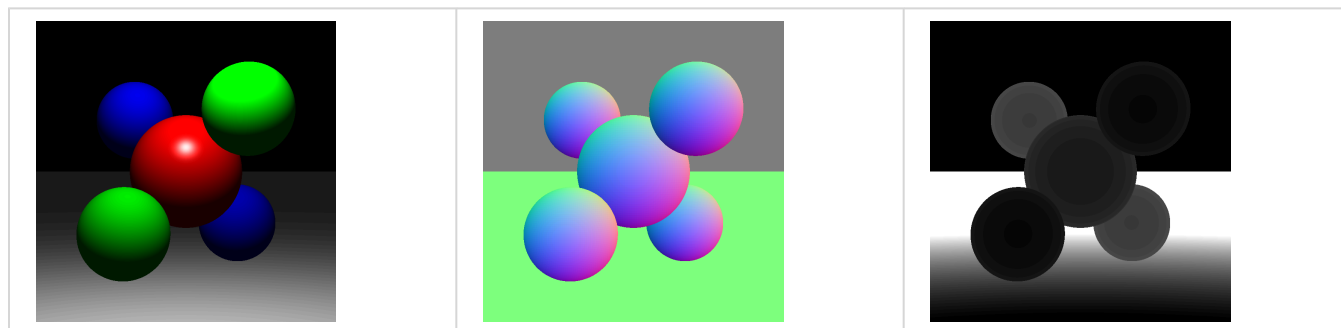
遍历所有的光源, 将漫反射和镜面反射的光照强度相加, 然后在把环境光的光照强度相加, 得到最终的光照强度。

$$I_{phong} = I_{ambient} + \sum_{i \in lights} (I_{specular,i} + I_{diffuse,i})$$

# 2. 光线投射

## 2.1 平面

### 实验结果



### 实现方式

使用  $P \cdot n = d$  表示平面,  $P$  是平面上的点,  $n$  是平面的法向量,  $d$  是平面到原点的距离。使用  $O + tD$  表示光线,  $O$  是光线的起点,  $D$  是光线的方向,  $t$  是交点相对光线的起点距离。使用

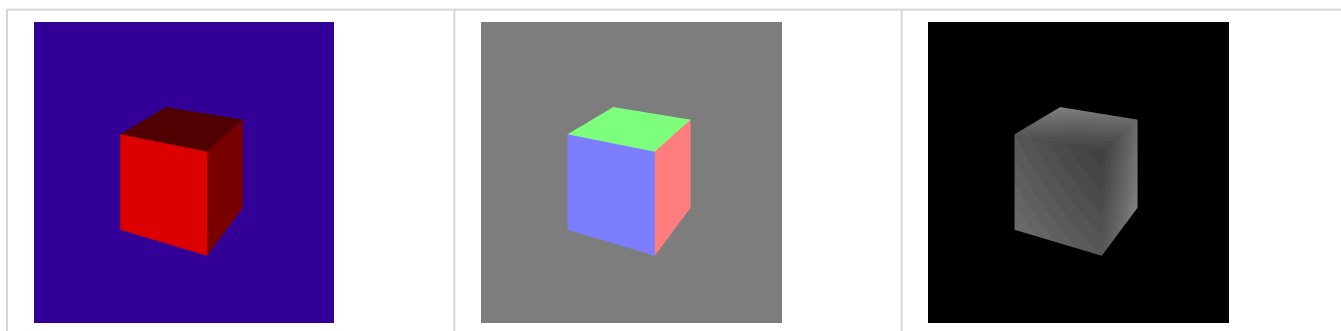
下面的公式计算交点。

$$t = \frac{d - O \cdot n}{D \cdot n}$$

然后判断交点是否在光源之后，即 $t > t_{min}$ 。然后判断是否在光线已有交点之前。若满足上述条件，则更新交点。

## 2.2 三角形

### 实验结果



### 实现方式

使用Möller–Trumbore算法计算三角形和光线的交点。首先用三角形三个顶点表示交点P。

$$P = (1 - u - v)A + uB + vC$$

代入光线方程 $O + tD$ ，得到

$$O + tD = (1 - u - v)A + uB + vC$$

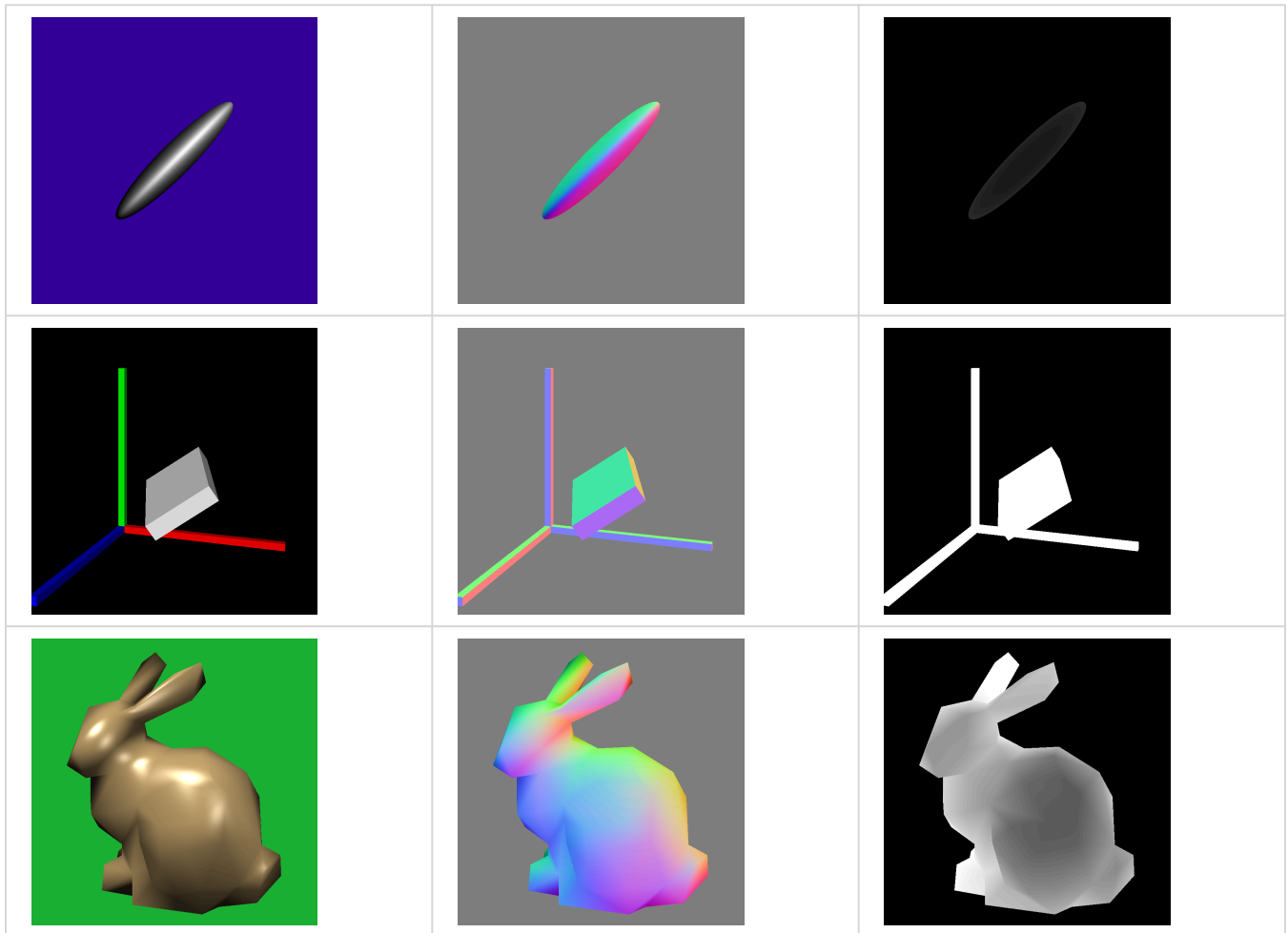
整理得到

$$\begin{bmatrix} -D & (B - A) & (C - A) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ u \\ v \end{bmatrix} = O - A$$

通过 $u, v$ ，得到 $1 - u - v$ 的值，判断三者是否都在 $[0, 1]$ 之间。然后判断 $t$ 是否在 $[t_{min}, t_{exist}]$ 之间。若满足上述条件，则更新交点。

## 2.3 变换类

### 实验结果



### 实现方式

存储一个变换矩阵 $M$ ，及其逆变换矩阵 $M^{-1}$ ，使用下面的公式将光源从世界坐标系变换到物体坐标系。

$$O_{object} = M^{-1}[O_{world}, 1]$$

$$D_{object} = M^{-1}[D_{world}, 0]$$

调用对象的intersect函数，判断交点。得到交点之后，将交点的法向量从局部坐标系变换到世界坐标系，使用下面的变换公式。

$$N_{world} = (M^{-1})^T N_{object}$$