

- 关系模式 R 属于第三范式 (3NF) 当且仅当对所有 F^+ 中的函数依赖

$$\alpha \rightarrow \beta$$

下列条件中至少一个成立：

- $\alpha \rightarrow \beta$ 是平凡的函数依赖 (即, $\beta \in \alpha$)
 - α 是 R 的超码
 - $\beta - \alpha$ 中的每个属性 A 都包含于 R 的一个候选码中 (即 $A \in \beta - \alpha$ 是主属性, 若 $\alpha \cap \beta = \emptyset$, 则 $A = \beta$ 是主属性)
- 注：各属性可能包含在不同候选码中

- ❑ 若一个关系属于BCNF则必属于3NF
- ❑ 第三范式相对于BCNF来说放宽了约束，允许非平凡函数依赖的左面不是超码。因为候选码是最小的超码，它的任何一个真子集都不是超码
- ❑ 第三个条件是对BCNF条件的最小放宽，以确保每一个模式都有保持依赖的3NF分解

讨论：国内其他教材关于3NF的定义：不存在非主属性对码的部分依赖和传递依赖。该定义实际是说，当 β 为非主属性时， α 必须是码；但当 β 为主属性时，则 α 无限制。二种定义本质上是一致的

□ 例, $R = (J, K, L)$

$$F = \{JK \rightarrow L, L \rightarrow K\}$$

□ 两个候选码: JK 和 JL

□ R 属于3NF

■ $JK \rightarrow L$, JK 是超码

■ $L \rightarrow K$, K 包含在一候选码中

□ 但BCNF分解将得到 (J, L) 和 (L, K) , $JK \rightarrow L$ 不保持依赖

■ 检查 $JK \rightarrow L$, 需要连接操作

□ 此模式中存在冗余

J---student, K---course, L---
teacher (一门有多个教师, 一个
教师上一门课, 一个学生选多门课
, 一门课有多个学生选)

BCNF与3NF的比较

□ 因3NF的冗余引起的问题

$$R = (J, K, L)$$

$$F = \{JK \rightarrow L, L \rightarrow K\}$$

□ 属于3NF但不属于BCNF的模式存在以下问题：

- 信息重复（如，联系 l_1 和 k_1 ）
- 需要使用空值（如，表示联系 l_2 和 k_2 ，这里没有对应的 J 值）

J---student, K---course, L---teacher
(一门有多个教师，一个教师上一门课，一个学生选多门课，一门课有多个学生选)

J	L	K
j_1	l_1	k_1
j_2	l_1	k_1
j_3	l_1	k_1
$null$	l_2	k_2

检查是否为3NF

- 优化：只需检查 F 中的FD，而不必检查 F^+ 中的所有FD
- 对每个依赖 $\alpha \rightarrow \beta$ ，利用属性闭包来检查 α 是否为超码
- 如果 α 不是超码，必须检查 β 中的每个属性是否包含在 R 的某个候选码中
 - 这个检查较昂贵，因为它涉及求候选码
 - 检查是否属于3NF是NP-hard的
 - 有趣的是，分解到第三范式可以在多项式时间内完成

3NF分解算法

令 F_c 是 F 的正则覆盖;

$i := 0$;

for each F_c 中的函数依赖 $\alpha \rightarrow \beta$ do {

if 没有模式 R_j ($1 \leq j \leq i$) 包含 $\alpha\beta$

then begin

$i := i + 1$;

$R_i := (\alpha, \beta)$

end}

if 没有模式 R_j ($1 \leq j \leq i$) 包含 R 的候选码

then begin

$i := i + 1$;

$R_i := R$ 的任意候选码;

end

return (R_1, R_2, \dots, R_i)

将 F_c 中的每个 $\alpha \rightarrow \beta$ 分解为子模式 $R_i := (\alpha, \beta)$, 从而保证 dependency-preserving

保证至少在一个 R_i 中存在 R 的候选码, 从而保证 lossless-join



3NF示例

❑ 关系模式: $cust_banker_branch = (customer_id, employee_id, branch_name, type)$

❑ 函数依赖:

■ $customer_id, employee_id \rightarrow branch_name, type$

■ $employee_id \rightarrow branch_name$

■ $customer_id, branch_name \rightarrow employee_id$

❑ 计算正则覆盖:

■ $branch_name$ 在第一个函数依赖中是多余的

■ 没有其他的多余属性, 因此, 我们得到 $F_c =$

— $customer_id, employee_id \rightarrow type$

— $employee_id \rightarrow branch_name$

— $customer_id, branch_name \rightarrow employee_id$

3NF示例

- 通过for循环，我们得到以下子关系模式：
 - $(customer_id, employee_id, type)$
 - $(employee_id, branch_name)$
 - $(customer_id, branch_name, employee_id)$
 - 由于 $(customer_id, employee_id, type)$ 包含原关系模式的候选码，分解到此为止
- 在循环结束后，检查并删除模式。如， $(employee_id, branch_name)$ 是其他模式的子集，应该删除
 - 结果与考虑函数依赖的顺序无关

3NF 示例

□ 最后，得到3NF分解的子关系模式：

■ (*customer_id, employee_id, type*)

■ (*customer_id, branch_name, employee_id*)

BCNF与3NF的比较

- 总是可以将一个关系分解到3NF并且满足
 - 分解是无损的
 - 保持依赖
- 总是可以将一个关系分解到BCNF并且满足
 - 分解是无损的
 - 但可能不保持依赖

练习

□ 例1, $F = \{AB \rightarrow E, BE \rightarrow I, E \rightarrow G, GI \rightarrow H\}$, 使用Armstrong公理证明 $AB \rightarrow GH$

证明: $AB \rightarrow E$, 由增补率得: $AB \rightarrow BE$; $BE \rightarrow I$, 由增补率得: $BE \rightarrow EI$;

$\therefore AB \rightarrow EI$ ----- (1)

$E \rightarrow G$, 由增补率得: $EI \rightarrow GI$; $GI \rightarrow H$, 由增补率得: $GI \rightarrow GH$

$\therefore EI \rightarrow GH$ ----- (2)

\therefore (1), (2) 通过传递律得: $AB \rightarrow GH$

练习

□ 例2, 对于关系模式: $R(A, B, C, D)$, $F = \{AB \rightarrow C, C \rightarrow D, D \rightarrow A\}$

- 1) 列出 R 的所有候选码
- 2) 将 R 分解为到BCNF
- 3) 上述分解是否为保持依赖的

答: 1) $(AB)^+ = (ABCD) \supseteq R$, $(BC)^+ = (ABCD) \supseteq R$,

$D \rightarrow A$, $BD \rightarrow AB$; $AB \rightarrow C$; $\therefore (BD)^+ = (ABCD) \supseteq R$,

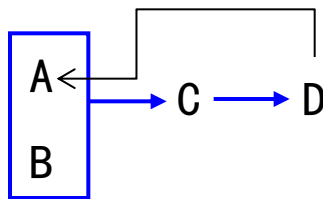
$\therefore AB, BC, BD$ 是候选码, 且 R 不满足BCNF

2) $R1(C, D)$; $R2(A, B, C)$,

($R1$ 满足BCNF, $R2$ 不满足BCNF, $\because C \rightarrow D, D \rightarrow A, \therefore C \rightarrow A$, C 不是 $R2$ 的超码);

$R21(A, C)$, $R22(B, C)$, $R21$ 满足BCNF, $R22$ 满足BCNF

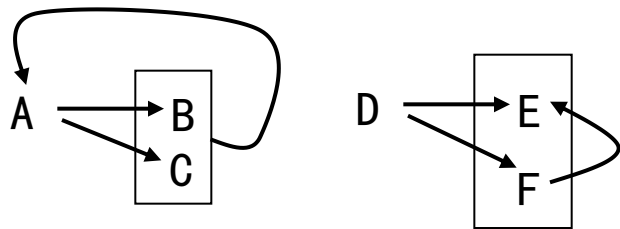
3) $D \rightarrow A$, $AB \rightarrow C$ 不是保持依赖的



练习

□ 例3, 对于关系模式: $R(A, B, C, D, E, F)$, $F = \{A \rightarrow B, A \rightarrow C, BC \rightarrow A, D \rightarrow EF, F \rightarrow E\}$

- 1) 列出 R 的所有候选码
- 2) R 属于BCNF还是3NF, 或都不属于
- 3) 如果 R 不属于BCNF, 将其分解到BCNF
- 4) 上述分解是否为保持依赖的



答: 1) 候选码为: AD, BCD

2) $\because F \rightarrow E$, F 不是超码, E 不在超码中, \therefore 不属于BCNF, 也不属于3NF

3) $R1 = (A, B, C)$, $R2 = (A, D, E, F)$, (由 $A \rightarrow BC$)

$R21 = (D, E, F)$, $R22 = (A, D)$, $\because F \rightarrow E$, $R21$ 不属于BCNF,

$R211 = (F, E)$, $R212 = (D, F)$

练习

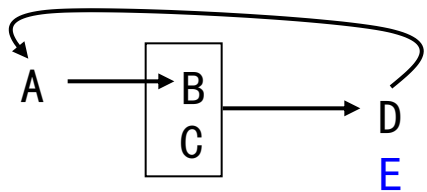
答：3) 方法2： $R1 = (B, C, A)$, $R2 = (B, C, D, E, F)$; $R21 = (F, E)$, $R22 = (B, C, D, F)$,
 $R221 = (D, F)$, $R222 = (B, C, D)$

4) $D \rightarrow E$ 是保持依赖吗？

练习

□ 例4, 对于关系模式: $R(A, B, C, D, E)$, $F = \{A \rightarrow B, BC \rightarrow D, D \rightarrow A\}$

- 1) 列出 R 的所有候选码
- 2) R 属于BCNF还是3NF, 或都不属于
- 3) 如果 R 不属于BCNF, 将其分解到BCNF
- 4) 上述分解是否为保持依赖的



答: 1) 候选码为: ACE , BCE , CDE

2) $\because F$ 中右边的每一个属性都在候选码中, \therefore 属于3NF

3) $R1 = (A, B)$, $R2 = (A, C, D, E)$,

$R21 = (A, D)$, $R22 = (C, D, E)$

练习

答：3) 方法2, $R1 = (A, B)$, $R2 = (A, C, D, E)$,
 $R21 = (A, C, D)$, $R22 = (A, C, E)$,
 $R211 = (A, D)$, $R212 = (C, D)$

4) $BC \rightarrow D$ 不是保持依赖的