Межведомственный суперкомпьютерный центр Российской академии наук — филиал Федерального государственного учреждения «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук» (МСЦ РАН — филиал ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН)

Бендерский Леонид Александрович <u>Рыбаков Алексей Анатольевич</u> Шумилин Сергей Сергеевич

Векторизация перемножения матриц специального вида с использованием инструкций AVX-512

III Международная научная конференция «Конвергентные когнитивно-информационные технологии» 29.11.2018 – 02.12.2018, Московский Государственный Университет им. М. В. Ломоносова



Профиль исполнения расчетных кодов для численного решения задач газовой динамики

% time	Cumu- lative seconds	self seconds	calls	self s/call	total s/call	name
38.61	347.89	347.89	570077429	0.00	0.00	mmatalg_MOD_mmult1
11.60	452.46	104.57	110	0.95	4.71	resd3d_
8.59	529.90	77.44	110	0.70	6.73	solv3d_
8.57	607.12	77.21	220	0.35	0.35	rstdsa_
6.12	662.28	55.16	799303681	0.00	0.00	mmatalg_MOD_matvek2
5.15	708.69	46.41	114185753	0.00	0.00	gz3d3d1_
4.67	750.77	42.08	220	0.19	0.19	rstcinw_
2.62	774.38	23.61	84485163	0.00	0.00	mmatalg MOD mmult
2.02	792.62	18.24	31111367	0.00	0.00	mmatalg_MOD_mi0dnd
1.89	809.61	16.99	285038110	0.00	0.00	diamat1_
1.37	821.95	12.34	110	0.11	0.39	resd3b_
1.16	832.44	10.50	81821796	0.00	0.00	mvtns3d MOD vtns3d
1.02	841.66	9.22	440	0.02	0.02	gszdtu
1.00	850.68	9.02	404804228	0.00	0.00	weno5_
0.82	858.08	7.40	142518595	0.00	0.00	cflrim11_
0.70	864.35	6.27	71260947	0.00	0.00	mmatalg MOD matvek1
0.58	869.58	5.23	330	0.02	0.02	corrsa
0.58	874.81	5.23	220	0.02	0.02	rcbnsaw
0.34	877.86	3.05	11	0.28	0.28	module blocks MOD tblock ac
						tivate
0.32	880.76	2.90	110	0.03	0.03	soursa_
0.30	883.43	2.67	330	0.01	0.01	main

Расположение матриц 8 x 8, 7 x 7, 6 x 6, 5 x 5 внутри охватывающей матрицы 8 x 8

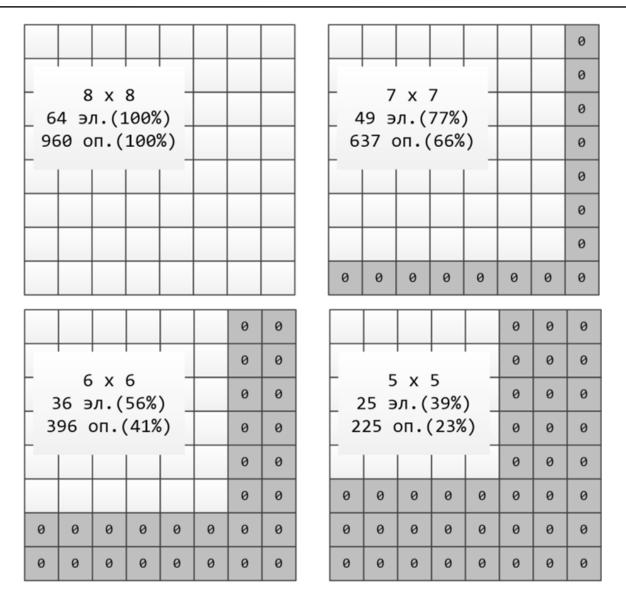


Схема выполнения перемножения двух квадратных матриц размера 8 х 8

```
void mul_8x8_orig(float * __restrict a,
01
                       float * __restrict b,
02
                       float * __restrict r)
03
04
        for (int i = 0; i < V8; i++)
05
06
            int ii = i * V8;
07
98
09
            for (int j = 0; j < V8; j++)
10
11
                 float sum = 0.0;
12
                 for (int k = 0; k < V8; k++)
13
14
                     int kk = k * V8;
15
16
                     sum = sum + a[ii + k] * b[kk + j];
17
18
19
20
                 r[ii + j] = sum;
21
22
23
```

LIBXSMM What's inside? March 5th, CINECA, Bologna, 2018, IXPUG.

LIBXSMM vs. Intel MKL-2017u5 (OpenMP loop / DGEMM)

2 GB stream of A and B matrices* (C += A x B) on Intel Xeon-SP Platinum-8180

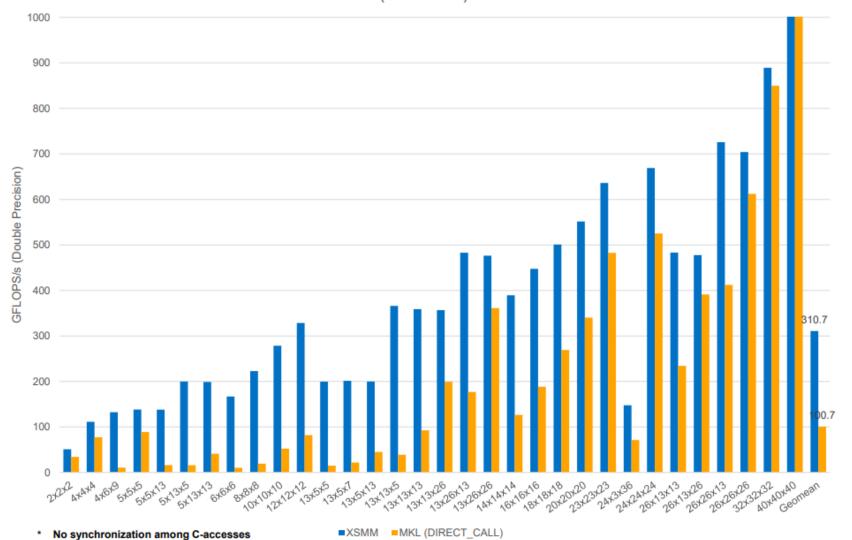






Иллюстрация работы простых двухоперандовых векторных инструкций из набора AVX-512

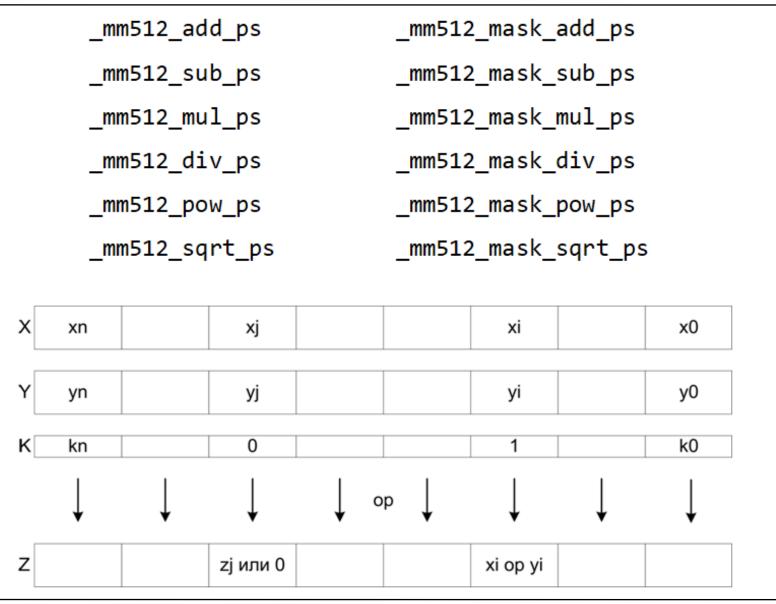


Иллюстрация работы FMA инструкций

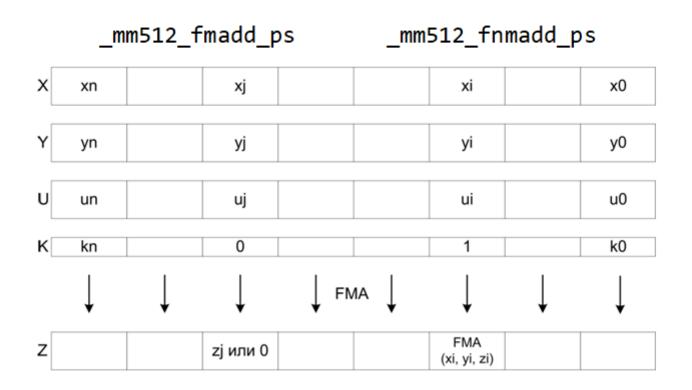
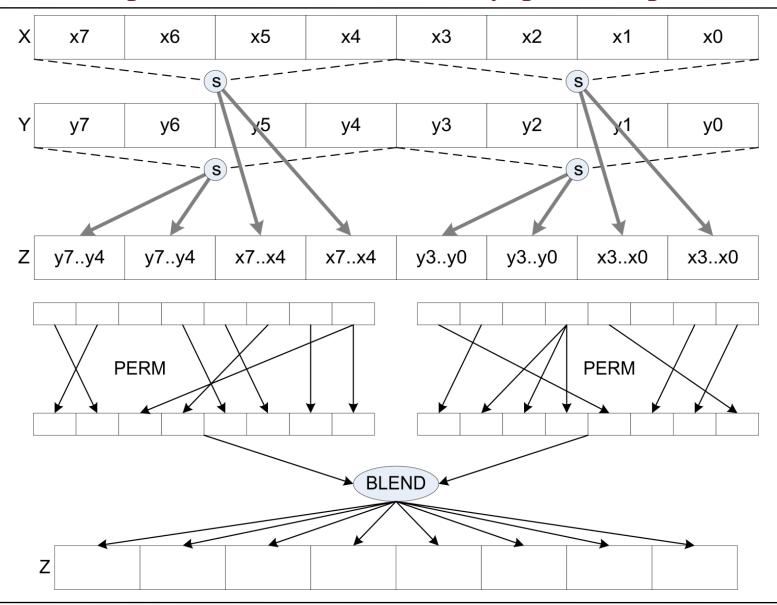


Иллюстрация работы векторных инструкций слияния по маске

```
VBLENDMPS (EVEX encoded versions)
(KL, VL) = (4, 128), (8, 256), (16, 512)
FOR j ← 0 TO KL-1
   i ← j * 32
   IF k1[j] OR *no controlmask*
       THEN
            IF (EVEX.b = 1) AND (SRC2 *is memory*)
                THEN
                                                                                   _mm512_mask_blend_ps
                     DEST[i+31:i] \leftarrow SRC2[31:0]
                ELSE
                     DEST[i+31:i] \leftarrow SRC2[i+31:i]
            FI;
       ELSE
            IF *merging-masking*
                                               ; merging-masking
                THEN DEST[i+31:i] \leftarrow SRC1[i+31:i]
                                               ; zeroing-masking
                ELSE
                     DEST[i+31:i] \leftarrow 0
            FI;
   FI;
                                          Х
                                                                             хj
                                                                                                                      χi
                                                                                                                                                x0
                                                 xn
ENDFOR
DEST[MAXVL-1:VL] \leftarrow 0
                                                                             уj
                                                                                                                      yi
                                                                                                                                                y0
                                                  yn
                                          K
                                                  kn
                                                                              0
                                                                                                                      1
                                                                                                                                                k0
                                                                                           BLEND
                                          Z
                                                                         хј или 0
                                                                                                                      yi
```

Иллюстрация работы различных инструкций перестановок элементов внутри векторов



Москва, 01.12.2018

Иллюстрация работы операций множественного обращения в память

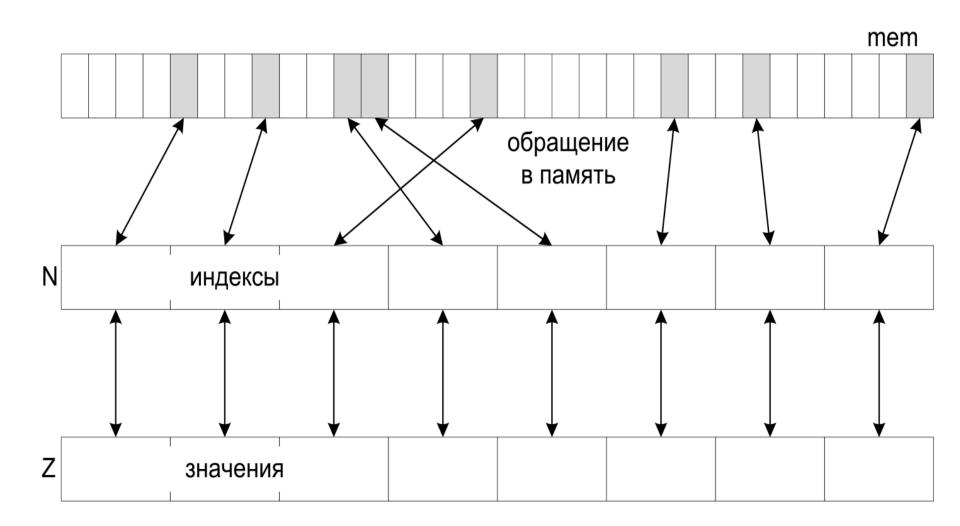
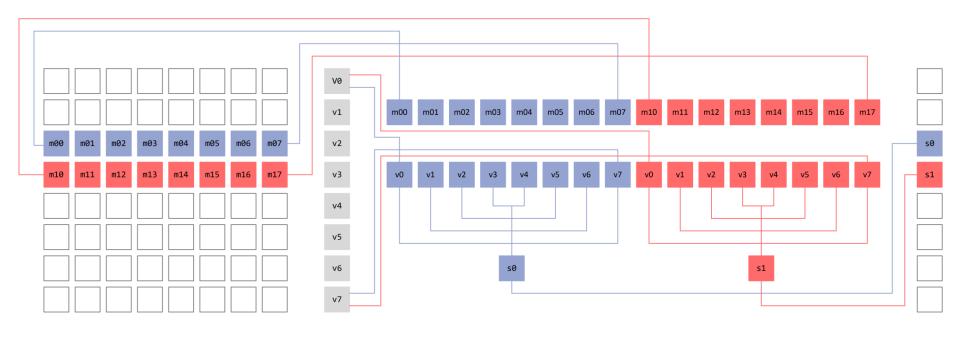


Схема реализации умножения матрицы на вектор

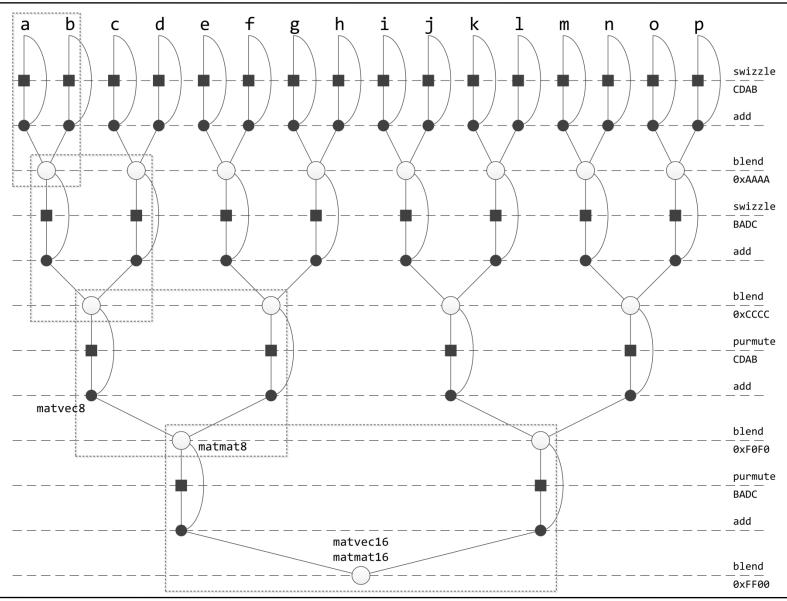


11

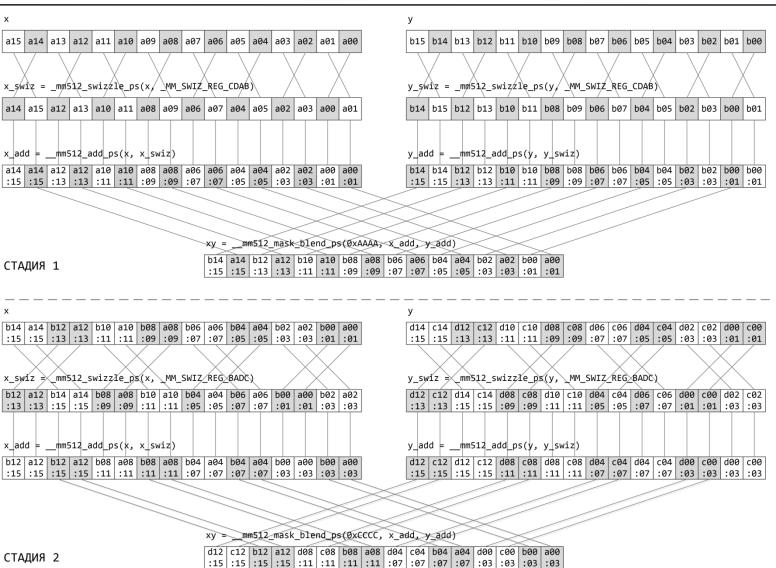
Схема реализации умножения матрицы на матрицу



Дерево параллельного подсчета сумм элементов 16 различных векторов

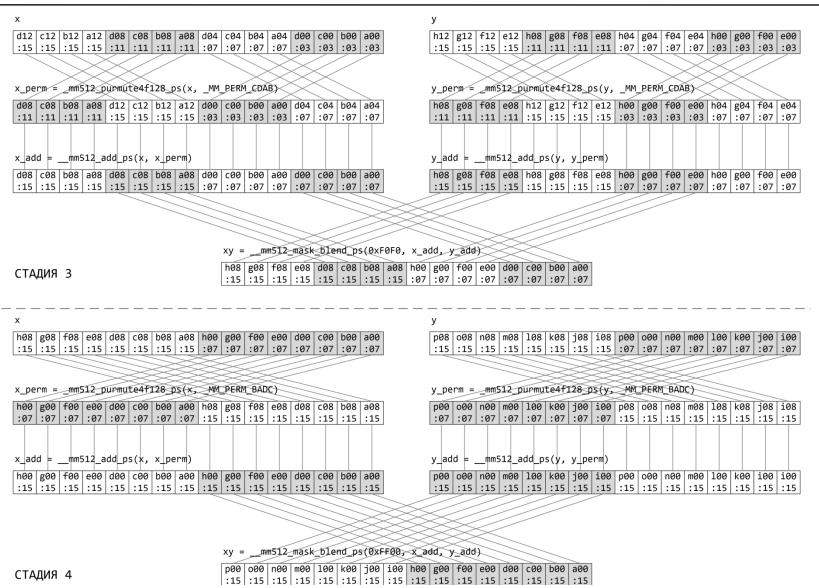


Стадия 1 и Стадия 2 параллельного подсчета сумм элементов 16 векторов





Стадия 3 и Стадия 4 параллельного подсчета сумм элементов 16 векторов







Реализация связки в дереве параллельного вычисления сумм элементов векторов

```
#define SWIZ_2_ADD_2_BLEND_1(X, Y, SWIZ_TYPE, BLEND_MASK) \
01
        _mm512_mask_blend_ps(BLEND_MASK, \
02
03
                              ADD(X, \setminus
04
                                  _mm512_swizzle_ps(X, \
05
                                                      SWIZ TYPE)), \
06
                              mm512_swizzle_ps(Y, \
07
08
                                                      SWIZ TYPE)))
09
    #define PERM 2 ADD 2 BLEND 1(X, Y, PERM TYPE, BLEND MASK) \
        _mm512_mask_blend_ps(BLEND_MASK, \
10
11
                              ADD(X, \setminus
12
                                  mm512 permute4f128 ps(X, \setminus
13
                                                           PERM TYPE)), \
14
                              15
                                  _mm512_permute4f128_ps(Y, \
16
                                                           PERM TYPE)))
```

Векторная реализация перемножения матриц с помощью параллельного подсчета сумм элементов векторов

```
void mul 8x8 opt(float * restrict a, float * restrict b, float * restrict r)
02
03
04
        m512 bj, bj2,
05
               m0, m1, m2, m3, m4, m5, m6, m7;
06
        // Индексы для работы со столбцами.
        m512i ind cc = mm512 set epi32(7 * V8 + 1, 6 * V8 + 1, 5 * V8 + 1, 4 * V8 + 1,
                                          3 * V8 + 1, 2 * V8 + 1,
08
                                                                      V8 + 1
                                          7 * V8 , 6 * V8
09
        3 * V8 , 2 * V8 , V8
__m512i ind_st = _mm512_set_epi32(7 * V8 , 7 * V8 + 1, 5 * V8
10
11
                                          3 * V8 , 3 * V8 + 1,
12
                                                                      V8
                                          6 * V8 + 1, 6 * V8 , 4 * V8 + 1, 4 * V8
13
                                          2 * V8 + 1, 2 * V8 ,
14
                                                                       1
15
        // Чтение всех строк матрицы а (по две в zmm регистр).
16
        m512 \ a0 = mm512 \ load \ ps(&a[0]);
17
        m512 a3 = mm512 load ps(&a[6 * V8]);
18
19
20
        // Цикл по столбцам матрицы b.
21
        for (int j = 0; j < V8; j += 2)
22
            bj = mm512 i32gather ps(ind cc, &b[j], MM SCALE 4);
23
            bj2 = _mm512_permute4f128_ps(bj, _MM_PERM_BADC);
24
25
            // Поэлементное перемножение строк а и столбцов b.
26
            m0 = mm512 \text{ mul ps}(a0, bj);
            m1 = mm512 mul ps(a0, bj2);
27
28
29
            m6 = mm512 \text{ mul ps(a3, bj)};
30
            m7 = mm512 \text{ mul ps}(a3, bj2);
31
           // Параллельное выполнение суммирования подвекторов.
32
           m0 = SWIZ_2_ADD_2_BLEND_1(m0, m1, _MM_SWIZ_REG_CDAB, OXAAAA);
33
           m1 = SWIZ 2 ADD 2 BLEND 1(m2, m3, MM SWIZ REG CDAB, OXAAAA);
           m2 = SWIZ_2_ADD_2_BLEND_1(m4, m5, _MM_SWIZ_REG_CDAB, @xAAAA);
34
            m3 = SWIZ_2_ADD_2_BLEND_1(m6, m7, _MM_SWIZ_REG_CDAB, @xAAAA);
35
            m0 = SWIZ 2 ADD 2 BLEND 1(m0, m1, MM SWIZ REG BADC, 0xCCCC);
36
37
            m1 = SWIZ 2 ADD 2 BLEND 1(m2, m3, MM SWIZ REG BADC, 0xCCCC);
            m2 = PERM 2 ADD 2 BLEND 1(m0, m1, MM PERM CDAB, 0xF0F0);
38
39
            // Сохранение результата.
            mm512 i32scatter ps(&r[j], ind st, m2, MM SCALE 4);
40
41
```



Схема перемножения матриц

в терминах операций со строками

$$\begin{cases} r_{i0} = a_{i0}b_{00} + a_{i1}b_{10} + \ldots + a_{i7}b_{70} \\ \vdots \\ r_{i7} = a_{i0}b_{07} + a_{i1}b_{17} + \ldots + a_{i7}b_{77} \end{cases}, \\ \overline{r}_{i} = a_{i0}\overline{b}_{0} + a_{i1}\overline{b}_{1} + \ldots + a_{i7}\overline{b}_{7} \end{cases}, \\ \overline{r}_{i} = a_{i0}\overline{b}_{0} + a_{i1}\overline{b}_{1} + \ldots + a_{i7}\overline{b}_{7} \end{cases}, \\ \overline{r}_{i} = a_{i0}\overline{b}_{0} + a_{i1}\overline{b}_{1} + \ldots + a_{i7}\overline{b}_{7} \end{cases}, \\ \overline{r}_{i} = a_{i0}\overline{b}_{0} + a_{i1}\overline{b}_{1} + \ldots + a_{i7}\overline{b}_{7} \end{cases}, \\ \overline{r}_{i} = a_{i0}\overline{b}_{0} + a_{i1}\overline{b}_{1} + \ldots + a_{i7}\overline{b}_{7} \end{cases}, \\ \overline{r}_{i} = a_{i0}\overline{b}_{0} + a_{i1}\overline{b}_{1} + \ldots + a_{i7}\overline{b}_{7} \end{cases}, \\ \overline{r}_{i} = a_{i0}\overline{b}_{0} + a_{i1}\overline{b}_{1} + \ldots + a_{i7}\overline{b}_{7} \end{cases}, \\ \overline{r}_{i+1} = a_{i+1,0}b_{07} + a_{i+1,1}b_{17} + \ldots + a_{i+1,7}\overline{b}_{77} \end{cases}, \\ \overline{r}_{i+1} = a_{i+1,0}b_{07} + a_{i+1,1}\overline{b}_{17} + \ldots + a_{i+1,7}\overline{b}_{77} \end{cases}, \\ \overline{r}_{i+1} = a_{i+1,0}\overline{b}_{07} + a_{i+1,1}\overline{b}_{17} + \ldots + a_{i+1,7}\overline{b}_{77} \end{cases}, \\ \overline{r}_{i+1} = a_{i+1,0}\overline{b}_{07} + a_{i+1,1}\overline{b}_{17} + \ldots + a_{i+1,7}\overline{b}_{77} \end{cases}, \\ \overline{r}_{i+1} = a_{i+1,0}\overline{b}_{07} + a_{i+1,1}\overline{b}_{17} + \ldots + a_{i+1,7}\overline{b}_{77} \end{cases}, \\ \overline{r}_{i+1} = a_{i+1,0}\overline{b}_{07} + a_{i+1,1}\overline{b}_{17} + \ldots + a_{i+1,7}\overline{b}_{77} \end{cases}, \\ \overline{r}_{i+1,i7} = a_{i+1,0}\overline{b}_{07} + a_{i+1,1}\overline{b}_{17} + \ldots + a_{i+1,1}\overline$$

Векторная реализация перемножения матриц с использованием только операций со строками

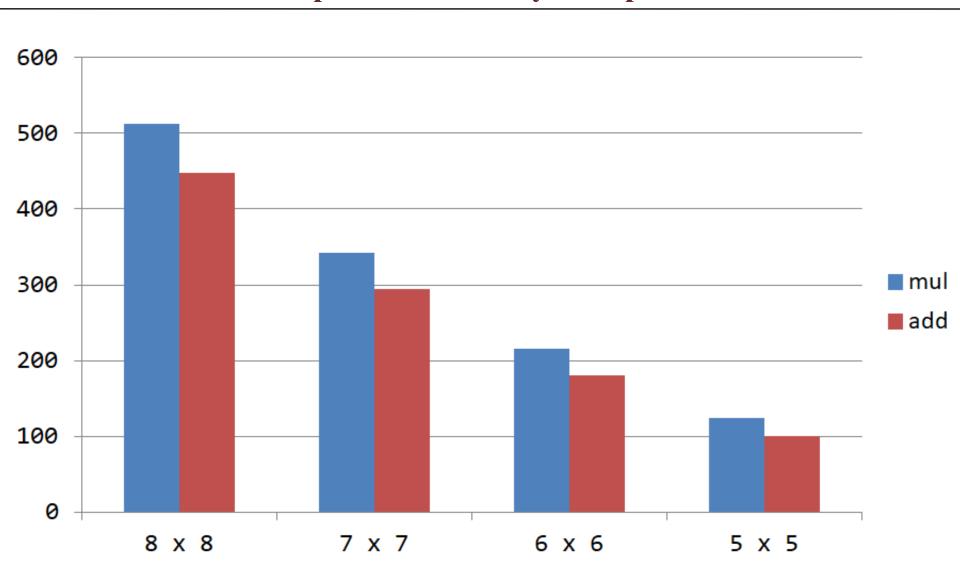
```
void mul 8x8 opt(float * restrict a, float * b, float * restrict r)
02
03
        // Индексы для дублирования первой и второй половины zmm регистра.
04
        __m512i ind_df = _mm512_set_epi32( 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0,
05
                                           7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0);
        __m512i ind_ds = _mm512_set_epi32(15, 14, 13, 12, 11, 10, 9, 8,
07
08
                                          15, 14, 13, 12, 11, 10, 9, 8);
09
        // Загрузка всех строк матрицы b (b0-b7) с дублированием.
        _{m512} b0 = _{mm512} load_ps(&b[0]);
10
11
         _m512 b1 = _mm512_permutexvar_ps(ind_ds, b0);
12
        b0 = mm512 permutexvar ps(ind df, b0);
13
        _{m512} b6 = _{mm512}load_ps(&b[6 * V8]);
14
15
         _m512 b7 = _mm512_permutexvar_ps(ind_ds, b6);
16
        b6 = _mm512_permutexvar_ps(ind_df, b6);
17
        // Загрузка всех строк матрицы а (по две в zmm регистр).
        __m512 a0 = _mm512_load_ps(&a[0]);
18
19
20
         m512 a6 = _mm512_load_ps(&a[6 * V8]);
21
        // Индексы для выбора элементов матрицы а.
        __m512i ind_0 = _mm512_set_epi32(8, <8 pas> 8, 0, <8 pas> 0);
23
24
        __m512i ind_7 = _mm512_set_epi32(15, <8 pas> 15, 7, <8 pas> 7);
25
   // Определение основного блока вычислений.
27
   #define PERMXV _mm512_permutexvar_ps
   #define MUL mm512 mul ps
   #define FMADD mm512 fmadd ps
30 #define BLOCK(N, A)
31
        _mm512_store_ps(&r[N * V8],
32
         FMADD(PERMXV(ind_0, A), b0,
33
                      FMADD(PERMXV(ind_6, A), b6, \
34
                        MUL(PERMXV(ind_7, A), b7)))))));
35
36
37
        // Вычисление и сохранение результата.
38
        BLOCK(0, a0);
39
40
        BLOCK(6, a6);
41
   #undef PERMXVAR
   #undef MUL
   #undef FMADD
45
   #undef BLOCK
46
47
```

Ассемблерный код функции перемножения двух матриц (второй подход)

```
vpermps (%rsi), %zmm16, %zmm5
vmovups 0x152326(%rip),%zmm1
                                            vpermps 0x40(%rsi),%zmm16,%zmm11
                                            vpermps 0x80(%rsi),%zmm16,%zmm26
vmovups 0x15249c(%rip),%zmm18
                                            vfmadd213ps %zmm4,%zmm23,%zmm5
                                            vfmadd213ps %zmm10,%zmm23,%zmm11
vpermps 0x80(%rdx),%zmm1,%zmm19
                                            vpermps 0x40(%rsi),%zmm15,%zmm12
vpermps (%rsi), %zmm18, %zmm2
                                            vpermps (%rsi), %zmm15, %zmm6
vpermps 0x40(%rsi),%zmm18,%zmm8
                                            vpermps (%rdx),%zmm0,%zmm25
vpermps 0x80(%rsi),%zmm18,%zmm20
                                            vpermps 0x80(%rsi),%zmm15,%zmm28
vmulps %zmm19,%zmm2,%zmm3
                                            vfmadd213ps %zmm24,%zmm23,%zmm26
vmovups 0x152331(%rip),%zmm0
                                            vmovups 0x1522c9(%rip),%zmm14
vmovups 0x152427(%rip),%zmm17
                                            vpermps (%rdx),%zmm1,%zmm27
                                            vfmadd213ps %zmm5,%zmm25,%zmm6
vmulps %zmm8,%zmm19,%zmm9
                                            vfmadd213ps %zmm11,%zmm25,%zmm12
vmulps %zmm20,%zmm19,%zmm22
vpermps 0x40(%rdx),%zmm0,%zmm21
                                            vpermps (%rsi), %zmm14, %zmm7
                                            vpermps 0x40(%rsi),%zmm14,%zmm13
vpermps (%rsi),%zmm17,%zmm4
vpermps 0x40(%rsi),%zmm17,%zmm10
                                            vfmadd213ps %zmm26,%zmm25,%zmm28
vpermps 0x80(%rsi),%zmm17,%zmm24
                                            vpermps 0x80(%rsi),%zmm14,%zmm29
vfmadd213ps %zmm3,%zmm21,%zmm4
                                            vfmadd213ps %zmm6,%zmm27,%zmm7
vmovups 0x1523b0(%rip),%zmm16
                                            vmovups %zmm7, (%rdi)
                                            vfmadd213ps %zmm12,%zmm27,%zmm13
vfmadd213ps %zmm9,%zmm21,%zmm10
                                            vmovups %zmm13,0x40(%rdi)
vpermps 0x40(%rdx),%zmm1,%zmm23
                                            vfmadd213ps %zmm28,%zmm27,%zmm29
vmovups 0x152359(%rip),%zmm15
                                            vmovups %zmm29,0x80(%rdi)
                                            retq
vfmadd213ps %zmm22,%zmm21,%zmm24
                                                    0x0(%rax, %rax, 1)
                                            nopw
```



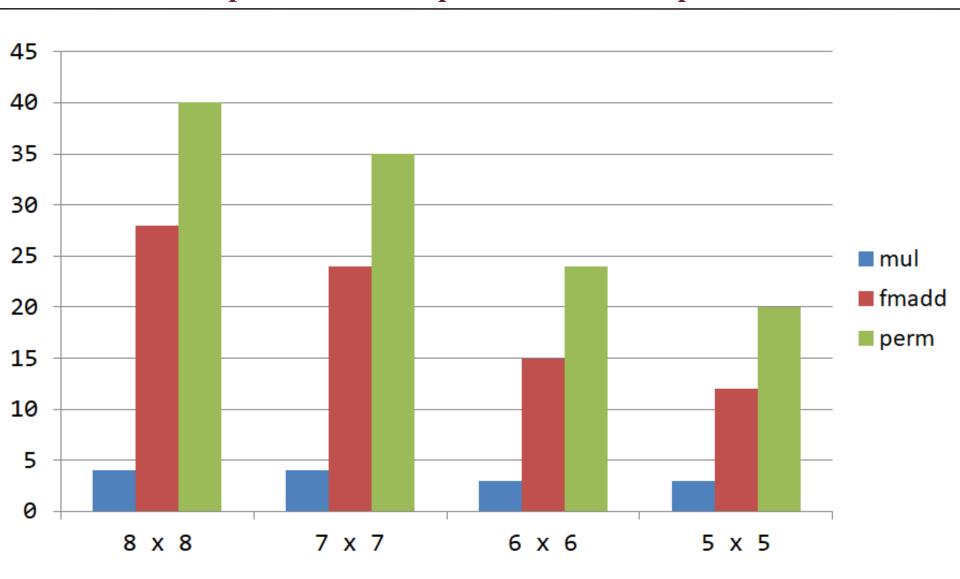
Количество операций умножения и сложения для реализации перемножения двух матриц





21

Количество векторных операций mul, fmadd и perm для реализации перемножения матриц







Прямое вычисление всех элементов результирующей матрицы

```
r[ADR(0, 0)] = a[ADR(0, 0)] * b[ADR(0, 0)] * a[ADR(0, 1)] * b[ADR(1, 0)] * a[ADR(0, 2)] * b[ADR(2, 0)] * a[ADR(0, 3)] * b[ADR(3, 0)] * a[ADR(0, 1)] * a[AD
                      + a[ADR(0,4)]*b[ADR(4,0)]+a[ADR(0,5)]*b[ADR(5,0)]+a[ADR(0,6)]*b[ADR(6,0)]+a[ADR(0,7)]*b[ADR(7,0)];
r[ADR(0, 1)] = a[ADR(0, 0)] * b[ADR(0, 1)] + a[ADR(0, 1)] * b[ADR(1, 1)] + a[ADR(0, 2)] * b[ADR(2, 1)] + a[ADR(0, 3)] * b[ADR(3, 1)]
                      + a[ADR(0,4)]*b[ADR(4,1)]+a[ADR(0,5)]*b[ADR(5,1)]+a[ADR(0,6)]*b[ADR(6,1)]+a[ADR(0,7)]*b[ADR(7,1)];
r[ADR(0, 2)] = a[ADR(0, 0)] * b[ADR(0, 2)] + a[ADR(0, 1)] * b[ADR(1, 2)] + a[ADR(0, 2)] * b[ADR(2, 2)] + a[ADR(0, 3)] * b[ADR(3, 2)]
                      + a[ADR(0,4)]*b[ADR(4,2)]+a[ADR(0,5)]*b[ADR(5,2)]+a[ADR(0,6)]*b[ADR(6,2)]+a[ADR(0,7)]*b[ADR(7,2)]
                     = a[ADR(0,0)]*b[ADR(0,3)]+a[ADR(0,1)]*b[ADR(1,3)]+a[ADR(0,2)]*b[ADR(2,3)]+a[ADR(0,3)]*b[ADR(3,3)]
                      + a[ADR(0,4)]*b[ADR(4,3)]+a[ADR(0,5)]*b[ADR(5,3)]+a[ADR(0,6)]*b[ADR(6,3)]+a[ADR(0,7)]*b[ADR(7,3)];
r[ADR(0, 4)] = a[ADR(0, 0)]*b[ADR(0, 4)] + a[ADR(0, 1)]*b[ADR(1, 4)] + a[ADR(0, 2)]*b[ADR(2, 4)] + a[ADR(0, 3)]*b[ADR(3, 4)]
                      + a[ADR(0,4)]*b[ADR(4,4)]+a[ADR(0,5)]*b[ADR(5,4)]+a[ADR(0,6)]*b[ADR(6,4)]+a[ADR(0,7)]*b[ADR(7,4)];
r[ADR(0, 5)] = a[ADR(0, 0)]*b[ADR(0, 5)] + a[ADR(0, 1)]*b[ADR(1, 5)] + a[ADR(0, 2)]*b[ADR(2, 5)] + a[ADR(0, 3)]*b[ADR(3, 5)]
                      + a[ADR(0,4)]*b[ADR(4,5)]+a[ADR(0,5)]*b[ADR(5,5)]+a[ADR(0,6)]*b[ADR(6,5)]+a[ADR(0,7)]*b[ADR(7,5)];
r[ADR(0, 6)] = a[ADR(0, 0)]*b[ADR(0, 6)] + a[ADR(0, 1)]*b[ADR(1, 6)] + a[ADR(0, 2)]*b[ADR(2, 6)] + a[ADR(0, 3)]*b[ADR(3, 6)]
                      + a[ADR(0,4)]*b[ADR(4,6)]+a[ADR(0,5)]*b[ADR(5,6)]+a[ADR(0,6)]*b[ADR(6,6)]+a[ADR(0,7)]*b[ADR(7,6)];
r[ADR(0, 7)] = a[ADR(0, 0)]*b[ADR(0, 7)] + a[ADR(0, 1)]*b[ADR(1, 7)] + a[ADR(0, 2)]*b[ADR(2, 7)] + a[ADR(0, 3)]*b[ADR(3, 7)]
                      + a[ADR(0,4)]*b[ADR(4,7)]+a[ADR(0,5)]*b[ADR(5,7)]+a[ADR(0,6)]*b[ADR(6,7)]+a[ADR(0,7)]*b[ADR(7,7)];
r[ADR(1, 0)] = a[ADR(1, 0)]*b[ADR(0, 0)]+a[ADR(1, 1)]*b[ADR(1, 0)]+a[ADR(1, 2)]*b[ADR(2, 0)]+a[ADR(1, 3)]*b[ADR(3, 0)]
                      + a[ADR(1,4)]*b[ADR(4,0)]+a[ADR(1,5)]*b[ADR(5,0)]+a[ADR(1,6)]*b[ADR(6,0)]+a[ADR(1,7)]*b[ADR(7,0)];
r[ADR(1, 1)] = a[ADR(1, 0)]*b[ADR(0, 1)]+a[ADR(1, 1)]*b[ADR(1, 1)]+a[ADR(1, 2)]*b[ADR(2, 1)]+a[ADR(1, 3)]*b[ADR(3, 1)]
                      + a[ADR(1,4)]*b[ADR(4,1)]+a[ADR(1,5)]*b[ADR(5,1)]+a[ADR(1,6)]*b[ADR(6,1)]+a[ADR(1,7)]*b[ADR(7,1)];
r[ADR(1, 2)] = a[ADR(1, 0)]*b[ADR(0, 2)]+a[ADR(1, 1)]*b[ADR(1, 2)]+a[ADR(1, 2)]*b[ADR(2, 2)]+a[ADR(1, 3)]*b[ADR(3, 2)]
                      + a[ADR(1,4)]*b[ADR(4,2)]+a[ADR(1,5)]*b[ADR(5,2)]+a[ADR(1,6)]*b[ADR(6,2)]+a[ADR(1,7)]*b[ADR(7,2)];
r[ADR(1, 3)] = a[ADR(1, 0)]*b[ADR(0, 3)] + a[ADR(1, 1)]*b[ADR(1, 3)] + a[ADR(1, 2)]*b[ADR(2, 3)] + a[ADR(1, 3)]*b[ADR(3, 3)]
                      + a[ADR(1,4)]*b[ADR(4,3)]+a[ADR(1,5)]*b[ADR(5,3)]+a[ADR(1,6)]*b[ADR(6,3)]+a[ADR(1,7)]*b[ADR(7,3)];
                     = \bar{A}DR(1,0)^{\frac{1}{2}} + \bar{b}ADR(0,4)^{\frac{1}{2}} + \bar{a}ADR(1,1)^{\frac{1}{2}} + \bar{b}ADR(1,4)^{\frac{1}{2}} + \bar{a}ADR(1,2)^{\frac{1}{2}} + \bar{b}ADR(2,4)^{\frac{1}{2}} + \bar{a}ADR(1,3)^{\frac{1}{2}} + \bar{b}ADR(3,4)^{\frac{1}{2}}
                      + a[ADR(1,4)]*b[ADR(4,4)]+a[ADR(1,5)]*b[ADR(5,4)]+a[ADR(1,6)]*b[ADR(6,4)]+a[ADR(1,7)]*b[ADR(7,4)];
r[ADR(1, 5)] = a[ADR(1, 0)]*b[ADR(0, 5)]+a[ADR(1, 1)]*b[ADR(1, 5)]+a[ADR(1, 2)]*b[ADR(2, 5)]+a[ADR(1, 3)]*b[ADR(3, 5)]
                      + a[ADR(1,4)]*b[ADR(4,5)]+a[ADR(1,5)]*b[ADR(5,5)]+a[ADR(1,6)]*b[ADR(6,5)]+a[ADR(1,7)]*b[ADR(7,5)];
r[ADR(1, 6)] = a[ADR(1, 0)]*b[ADR(0, 6)]+a[ADR(1, 1)]*b[ADR(1, 6)]+a[ADR(1, 2)]*b[ADR(2, 6)]+a[ADR(1, 3)]*b[ADR(3, 6)]
                      + a[ADR(1,4)]*b[ADR(4,6)]+a[ADR(1,5)]*b[ADR(5,6)]+a[ADR(1,6)]*b[ADR(6,6)]+a[ADR(1,7)]*b[ADR(7,6)];
                     = a[ADR(1,0)]*b[ADR(0,7)]+a[ADR(1,1)]*b[ADR(1,7)]+a[ADR(1,2)]*b[ADR(2,7)]+a[ADR(1,3)]*b[ADR(3,7)]
                      + a[ADR(1,4)]*b[ADR(4,7)]+a[ADR(1,5)]*b[ADR(5,7)]+a[ADR(1,6)]*b[ADR(6,7)]+a[ADR(1,7)]*b[ADR(7,7)];
```

01

02

03

04

05

06

07

08

09

10

11

12

13

14 15

16 17 18

19

20

21

22 23

24 25

26 27

28

29

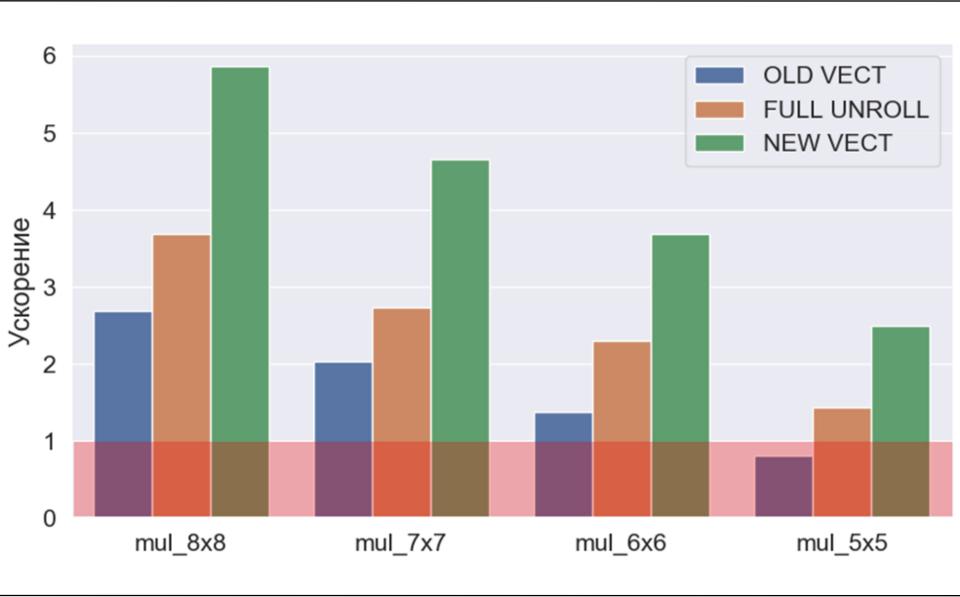
30

31

32 33

МСЦ РАН

Ускорение, достигаемое при использовании трех разных подходов к перемножению матриц







Спасибо за внимание!

Бендерский Леонид Александрович leosun.ben@gmail.com

Рыбаков Алексей Анатольевич rybakov@jscc.ru

Шумилин Сергей Сергеевич shumilin@jscc.ru