



# ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ВЕКТОРИЗАЦИИ ГНЕЗД ЦИКЛОВ С НЕРЕГУЛЯРНЫМ ЧИСЛОМ ИТЕРАЦИЙ

Рыбаков Алексей Анатольевич

Шумилин Сергей Сергеевич





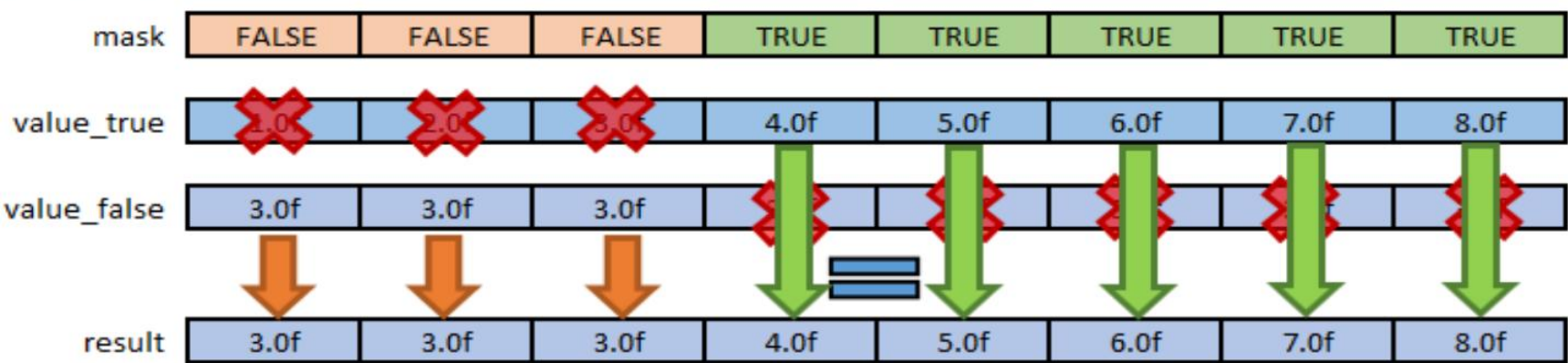


# INTEL® ADVANCED VECTOR EXTENSIONS 512

IN INTEL® XEON® SCALABLE PROCESSORS



Skylake — Knights Landing — Broadwell  
Comparative analysis of vector processing functionality



ВЗЯТО с сайта [tech.io](http://tech.io)

Пример применения масок в векторных операциях

## Technologies

- ☐ MMX
- ☐ SSE
- ☐ SSE2
- ☐ SSE3
- ☐ SSSE3
- ☐ SSE4.1
- ☐ SSE4.2
- ☐ AVX
- ☐ AVX2
- ☐ FMA
- ☒ AVX-512
- ☐ KNC
- ☐ SVML
- ☐ Other

<code>__m512i _mm512_4dpwssd_epi32 (_m512i src, _m512i a0, _m512i a1, _m512i a2, _m512i a3, _m128i * b)</code>	<code>vp4dpwssd</code>
<code>__m512i _mm512_mask_4dpwssd_epi32 (_m512i src, _mmask16 k, _m512i a0, _m512i a1, _m512i a2, _m512i a3, _m128i * b)</code>	<code>vp4dpwssd</code>
<code>__m512i _mm512_maskz_4dpwssd_epi32 (_mmask16 k, _m512i src, _m512i a0, _m512i a1, _m512i a2, _m512i a3, _m128i * b)</code>	<code>vp4dpwssd</code>
<code>__m512i _mm512_4dpwssds_epi32 (_m512i src, _m512i a0, _m512i a1, _m512i a2, _m512i a3, _m128i * b)</code>	<code>vp4dpwssds</code>
<code>__m512i _mm512_mask_4dpwssds_epi32 (_m512i src, _mmask16 k, _m512i a0, _m512i a1, _m512i a2, _m512i a3, _m128i * b)</code>	<code>vp4dpwssds</code>
<code>__m512i _mm512_maskz_4dpwssds_epi32 (_m512i src, _mmask16 k, _m512i a0, _m512i a1, _m512i a2, _m512i a3, _m128i * b)</code>	<code>vp4dpwssds</code>
<code>__m512 _mm512_4fmadd_ps (_m512 a, _m512i b0, _m512i b1, _m512i b2, _m512i b3, _m128i * c)</code>	<code>v4fmaddps</code>
<code>__m512 _mm512_mask_4fmadd_ps (_m512 a, _mmask16 k, _m512i b0, _m512i b1, _m512i b2, _m512i b3, _m128i * c)</code>	<code>v4fmaddps</code>
<code>__m512 _mm512_maskz_4fmadd_ps (_m512 a, _mmask16 k, _m512i b0, _m512i b1, _m512i b2, _m512i b3, _m128i * c)</code>	<code>v4fmaddps</code>

## Synopsis

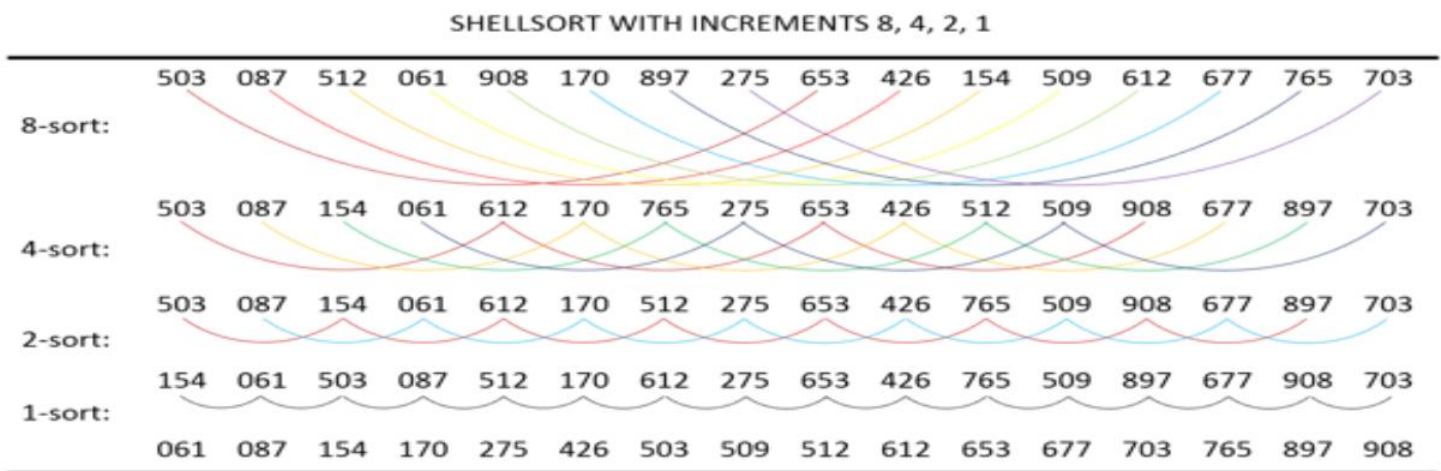
```
__m512i _mm512_mask_add_epi32 (__m512i src, __mmask16 k, __m512i a, __m512i b)
#include <immintrin.h>
Instruction: vpaddd zmm {k}, zmm, zmm
CPUID Flags: AVX512F for AVX-512, KNCNI for KNC
```

## Description

Add packed 32-bit integers in `a` and `b`, and store the results in `dst` using writemask `k` (elements are copied from `src` when the corresponding mask bit is not set).

## Operation

```
FOR j := 0 to 15
  i := j*32
  IF k[j]
    dst[i+31:i] := a[i+31:i] + b[i+31:i]
  ELSE
    dst[i+31:i] := src[i+31:i]
  FI
ENDFOR
dst[MAX:512] := 0
```



**Визуализация сортировки Шелла**

Взято с GitHub, польз. heray1990

Последовательность	Формула
Последовательность Шелла, 1959 г.	$k_1 = \lfloor \frac{N}{2} \rfloor, k_i = \lfloor \frac{k_{i-1}}{2} \rfloor, k_t = 1$
Последовательность Хиббарда, 1963 г.	$2^i - 1 \leq N, i \in \mathbb{N}$
Последовательность Пратта, 1971 г.	$2^i \cdot 3^j \leq \frac{N}{2}, i \in \mathbb{N}, j \in \mathbb{N}$
Последовательность Седжвика, 1986 г.	$k_i = \begin{cases} 9 \cdot 2^i - 9 \cdot 2^{\frac{i}{2}} + 1, & k \text{ even} \\ 8 \cdot 2^i - 6 \cdot 2^{\frac{i+1}{2}} + 1, & k \text{ odd} \end{cases}$

**Последовательности шагов,  
используемые в сортировке Шелла**

```

01 void shell_sort(float *m, int n, int *ks, int k_ind)
02 {
03     int i, j, k;
04
05     for (k = ks[k_ind]; k > 0; k = ks[--k_ind])
06     {
07         for (i = k; i < n; i++)
08         {
09             float t = m[i];
10
11             for (j = i; j >= k; j -= k)
12             {
13                 if (t < m[j - k])
14                 {
15                     m[j] = m[j - k];
16                 }
17                 else
18                 {
19                     break;
20                 }
21             }
22             m[j] = t;
23         }
24     }
25 }
26

```

**Каноничная реализация**  
сортировки Шелла

k	i	j
for (k = ks[k_ind]; k >= 16; k = ks[--k_ind])	for (i = k; i + 15 < n; i += 16) // w = 16	
	call shell_sort_k_i_w(m, n, k, i, 16)	
	if (i + 1 < n)	
	call shell_sort_k_i_w(m, n, k, i, n - i)	
	else if (i < n)	
	call shell_sort_k_i(m, n, k, i)	
for (; k > 1; k = ks[--k_ind])	for (i = k; i + (k - 1) < n; i += k) // w = k	
	call shell_sort_k_i_w(m, n, k, i, w)	
	if (i + 1 < n)	
	call shell_sort_k_i_w(m, n, k, i, n - i)	
	else if (i < n)	
	call shell_sort_k_i(m, n, k, i)	
// k = 1	for (i = 1; i < n; i++)	
	call shell_sort_k_i(m, n, 1, i)	

HIGH

MED

NO VECT

**Декомпозиция** сортировки Шелла  
для выделения **векторизуемых**  
**участков кода**



```
int j = i;
float t = m[j];
```

```
do
{
```

```
  bool p1 = (j >= k);
  if (!p1)
  {
    break;
  }
```

```
  float q = m[j - k];
  bool p2 = (t < q);
```

```
  if (!p2)
  {
    break;
  }
```

```
  m[j] = q;
  j -= k;
```

```
}
while (true);
```

```
m[j] = t;
```

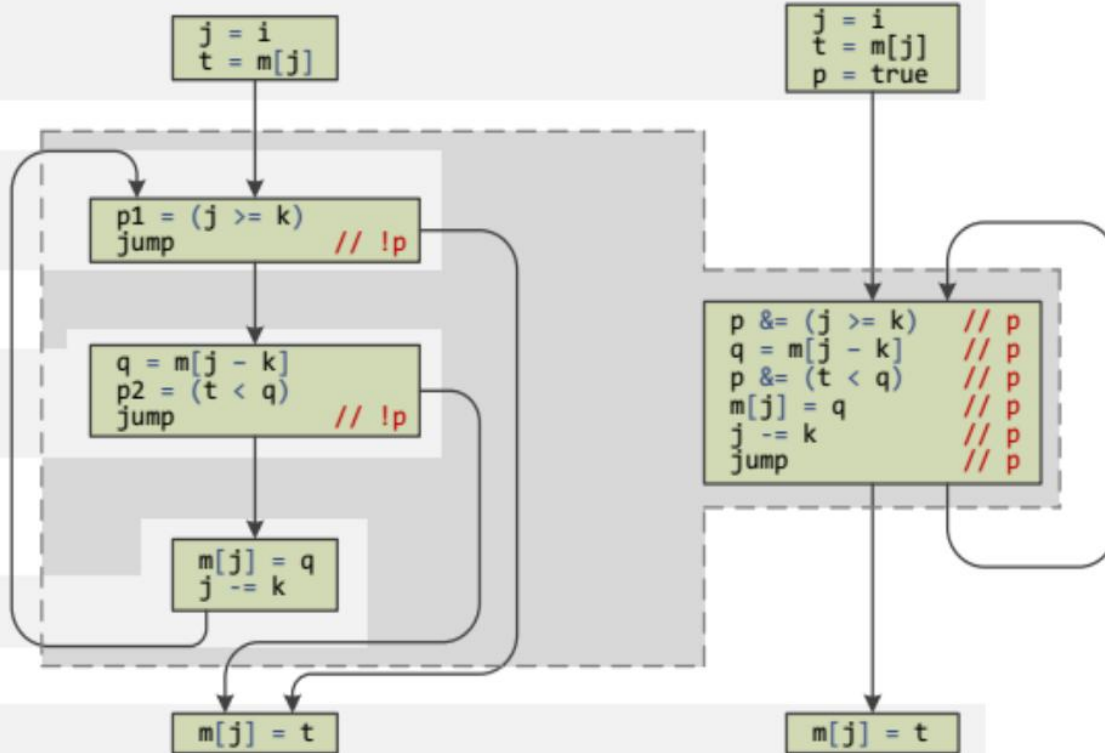


Схема перевода **тела внутреннего цикла** сортировки Шелла в **предикатную форму**

```

01 void shell_sort_k_i_w(float *m, int n, int k, int i, int w)
02 {
03     int j = i;
04     __mmask16 ini_mask = ((unsigned int)0xFFFF) >> (16 - w);
05     __mmask16 mask = ini_mask;
06     __m512i ind_j = _mm512_add_epi32(_mm512_set1_epi32(i),
07                                     ind_straight);
08     __m512 t, q;
09
10     t = _mm512_mask_load_ps(t, mask, &m[j]);
11
12     do
13     {
14         mask = mask & _mm512_mask_cmp_epi32_mask(mask, ind_j, ind_k,
15                                                     _MM_CMPINT_GE);
16         q = _mm512_mask_load_ps(q, mask, &m[j - k]);
17         mask = mask & _mm512_mask_cmp_ps_mask(mask, t, q,
18                                                 _MM_CMPINT_LT);
19         _mm512_mask_store_ps(&m[j], mask, q);
20         ind_j = _mm512_mask_sub_epi32(ind_j, mask, ind_j, ind_k);
21         j -= k;
22     }
23     while (mask != 0x0);
24
25     _mm512_mask_i32scatter_ps(m, ini_mask, ind_j, t, _MM_SCALE_4);
26 }

```

**Векторизованный вариант ядра  
сортировки Шелла**

`_mm512_add_epi32`

`_mm512_mask_i32scatter_ps`

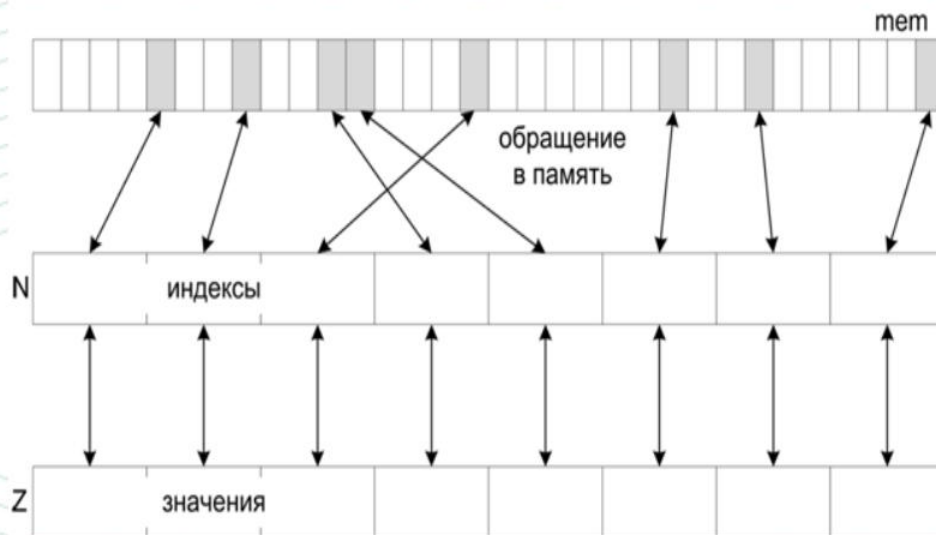
`_mm512_set1_epi32`

`_mm512_mask_sub_epi32`

`_mm512_mask_cmp_epi32_mask`

`_mm512_mask_load_ps`

**Интринсики**, используемые в коде векторизации



`_mm512_mask_i32scatter_ps`



# Формулы для расчета числа итераций

$$T = \sum_{k \in ks} \sum_{i=k}^{n-1} I(k, i)$$

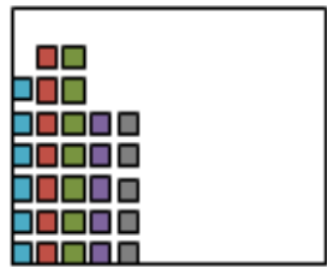
$$T_v = \sum_{k \in ks} \left( \left( \sum_{g=0}^{G(k)-1} \max_{i=k+w(k)g}^{k+w(k)(g+1)-1} I(k, i) \right) + \max_{i=k+w(k)G(k)}^{n-1} I(k, i) \right)$$

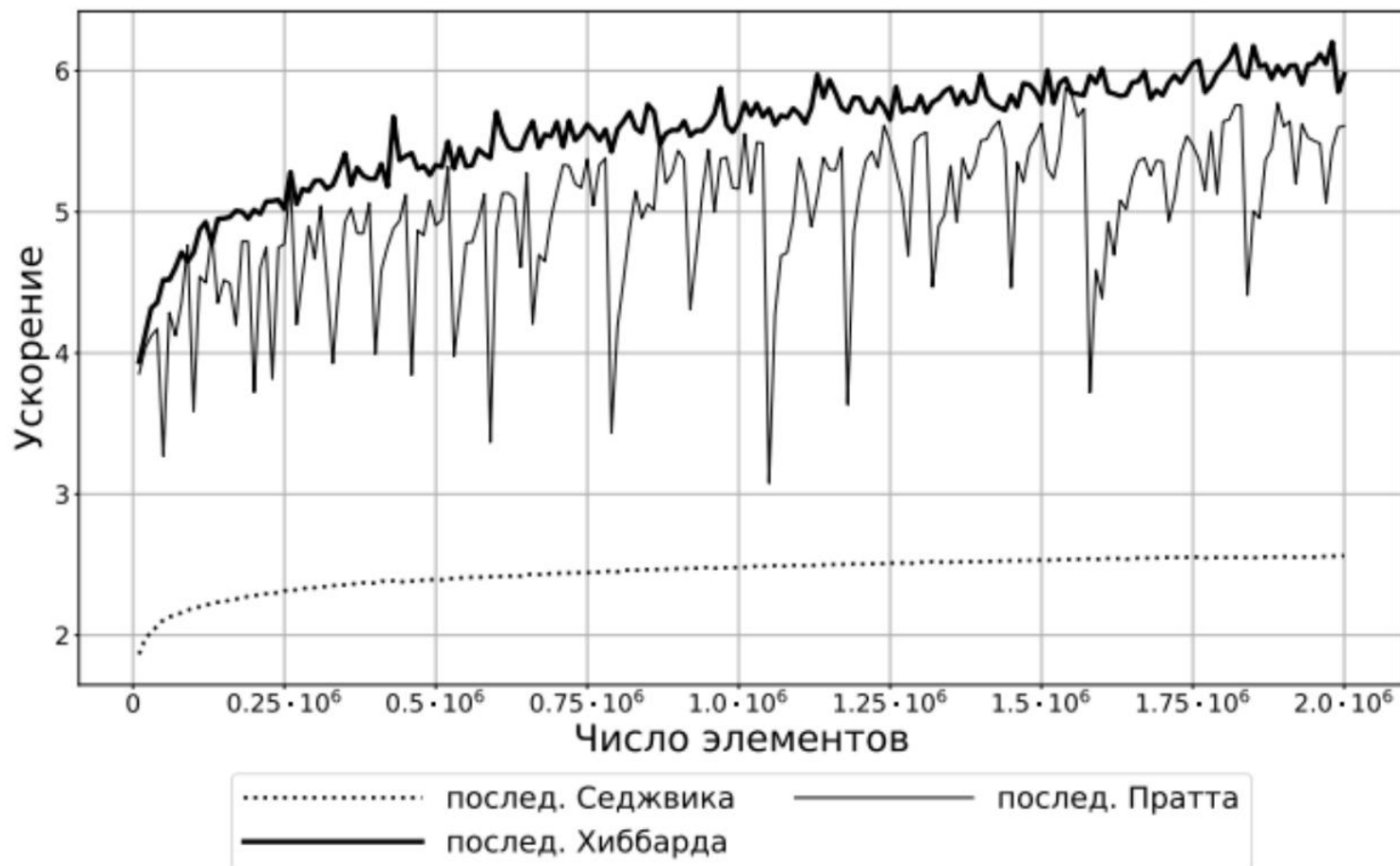
где  $w(k) = \min(k, 16)$ ,  $G(k) = \lfloor \frac{n-k}{w(k)} \rfloor$

## Исходный массив



## Векторизация



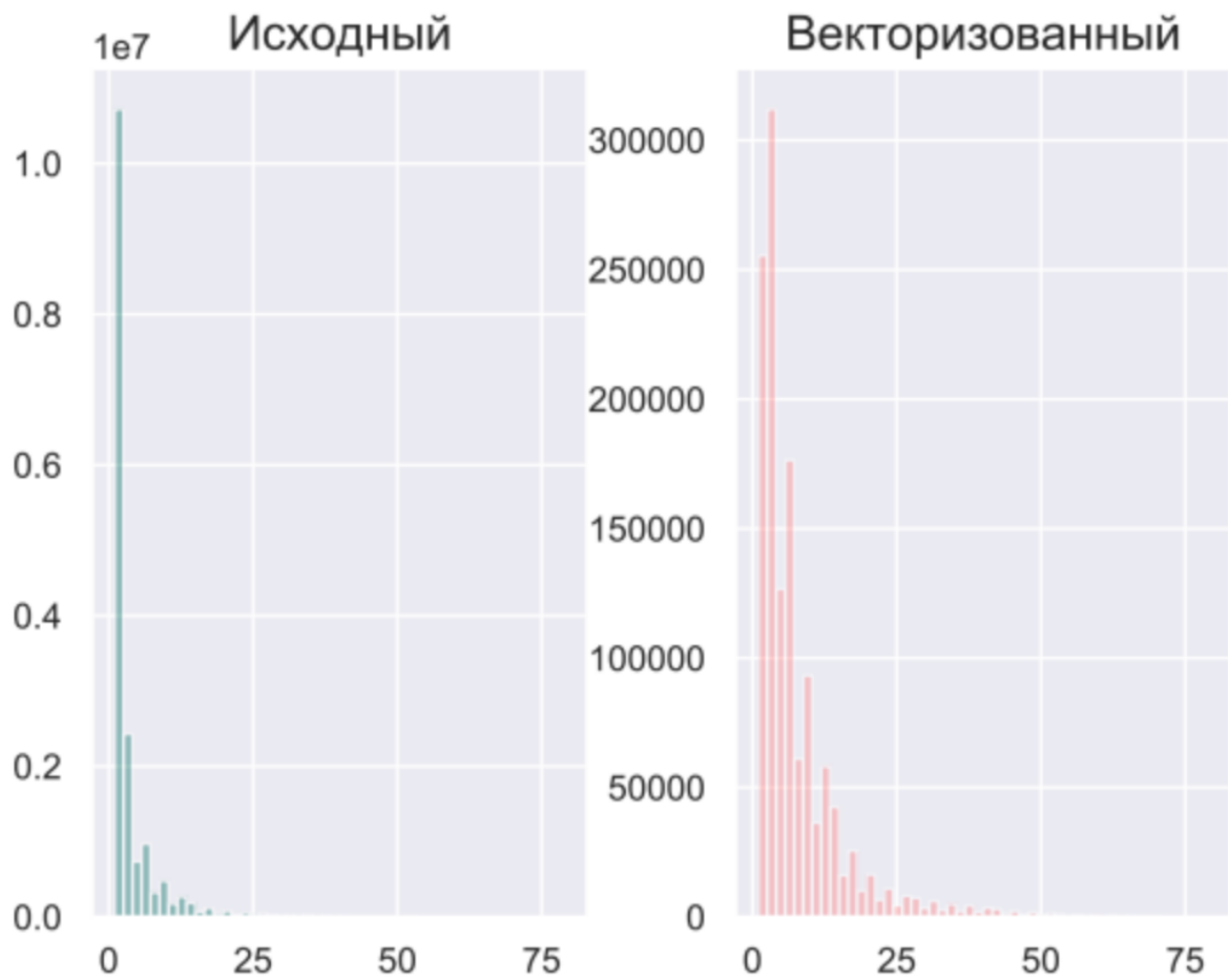


Сравнение **теоретического ускорения**  
векторизованной версии сортировки Шелла для  
различных последовательностей шагов



Сравнение **экспериментального ускорения**  
 векторизованной версии сортировки Шелла для  
 различных последовательностей шагов

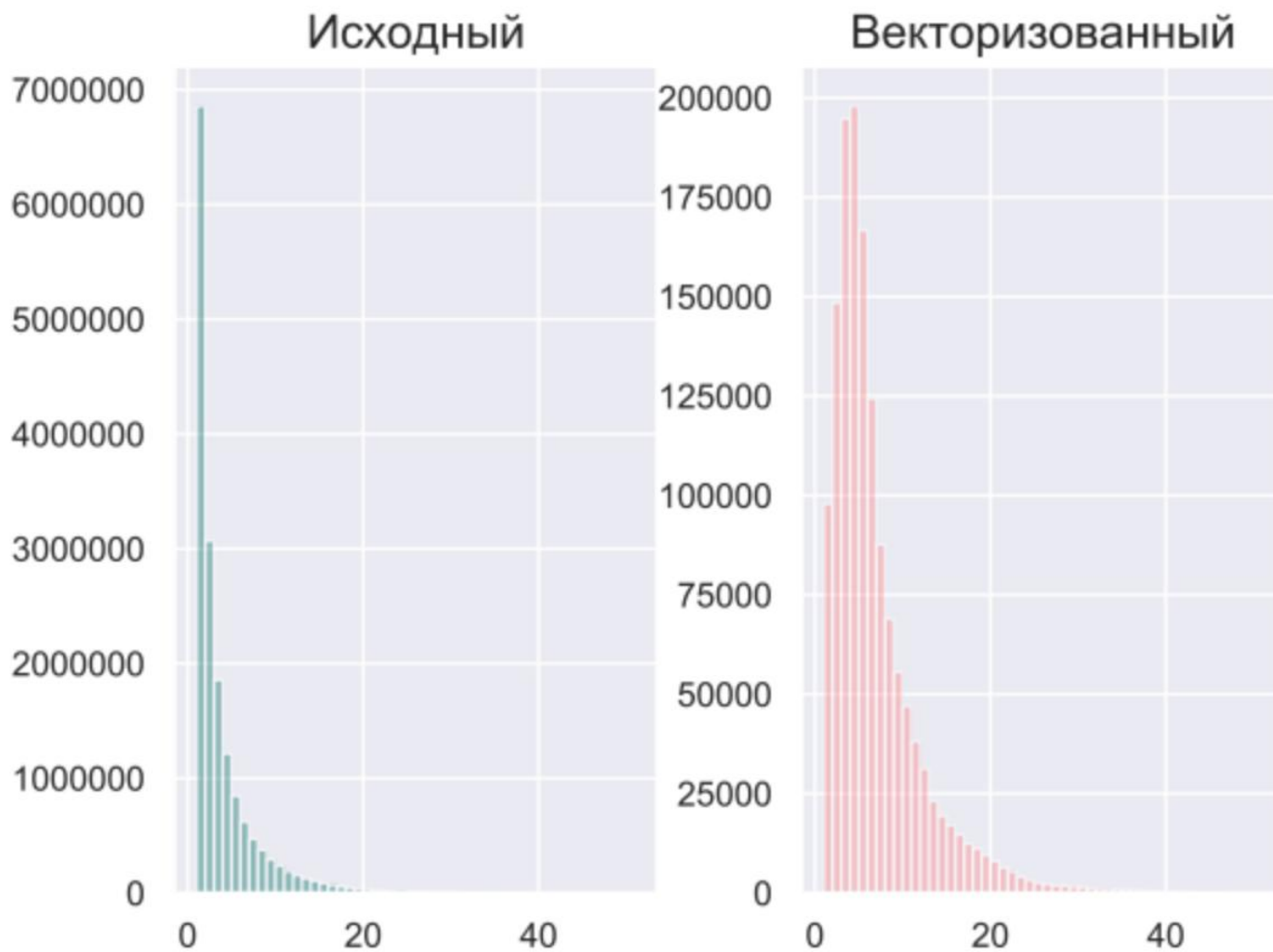




Гистограмма распределения **количества итераций** внутреннего цикла при сортировке с последовательностью **Шелла** при  $k = 4$

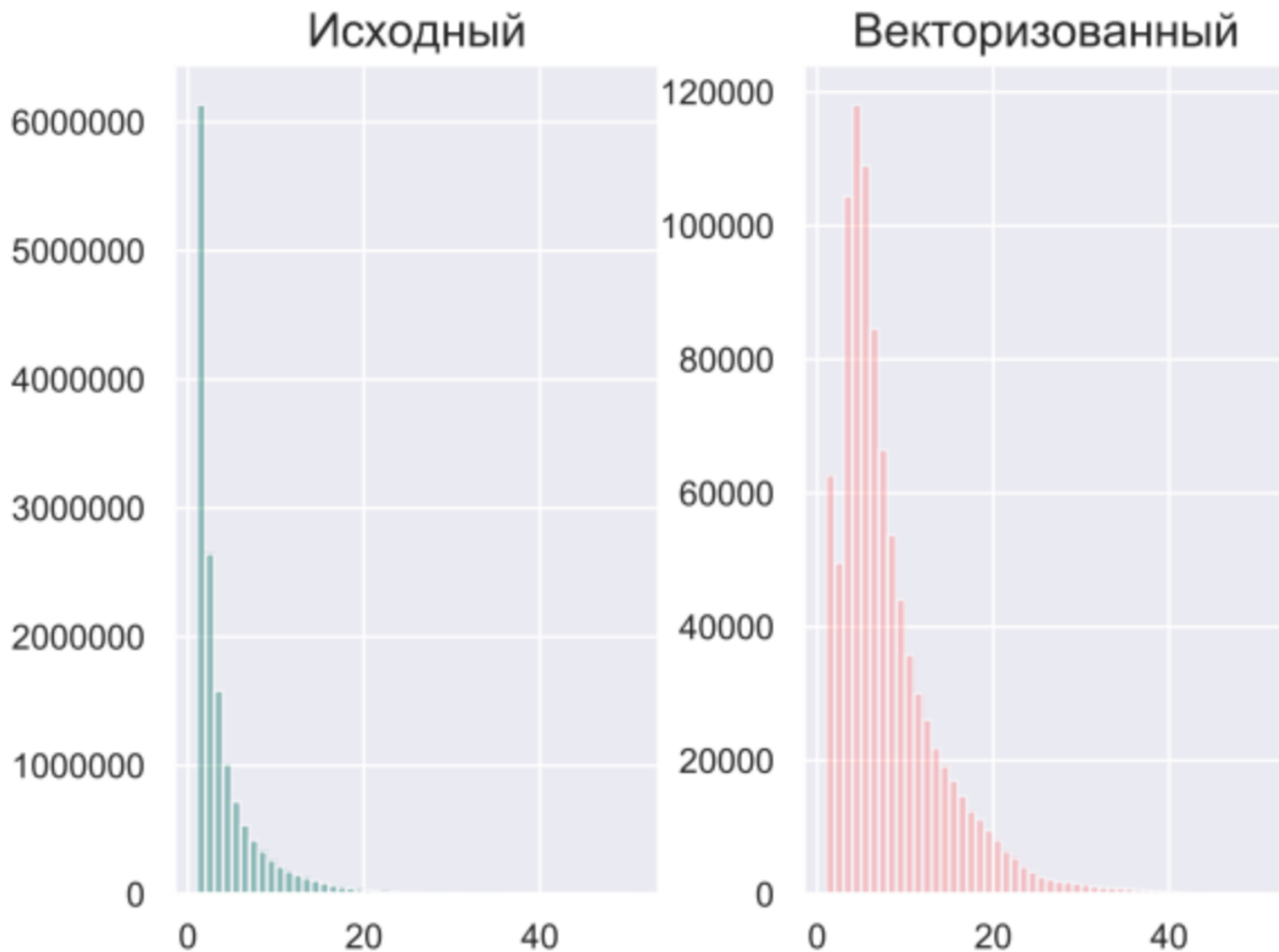


Гистограмма распределения **количества итераций** внутреннего цикла при сортировке с последовательностью **Шелла** при  $k = 15$



Гистограмма распределения **количества итераций** внутреннего цикла при сортировке с последовательностью Хиббарда **при  $k = 3$**





Гистограмма распределения **количества итераций** внутреннего цикла при сортировке с последовательностью Хиббарда **при  $k = 15$**

## Выводы

- Для гнезд циклов с нерегулярным числом итераций теоретическое и экспериментальное ускорение далеко от идеальной верхней границы
- Эффективность векторизации стремиться к асимптотическому значению
- Необходимость оценки характера исполнения дискретных задач в каждом отдельном случае

# СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ



**shumilin@jscc.ru**  
**noisd@yandex.ru**



**+7(905)502-73-66**