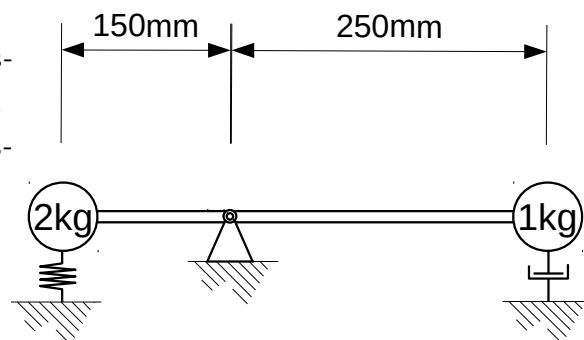
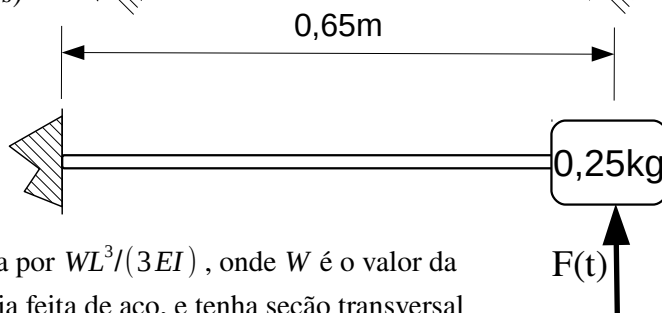


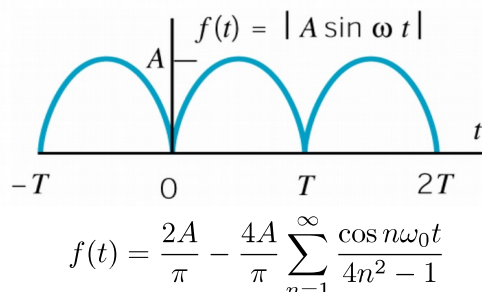
1) Suponha na figura ao lado que a barra seja rígida e sem massa. Tomando como coordenada generalizada a posição vertical da massa esquerda, faça um esquema do movimento desta massa e determine a sua posição no tempo 0,01 segundos, supondo que a ela seja aplicada uma velocidade inicial igual a 25 m/s para baixo. A rigidez da mola é igual a 1720 kN/m, e o amortecimento é igual a 2750 Ns/m. (Valor 2,5 pontos)



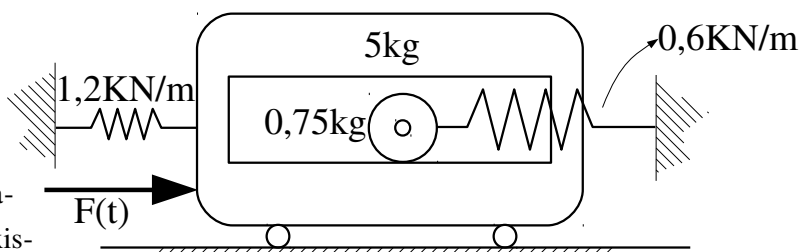
2) Considere que a figura ao lado representa um sistema com **um grau** de liberdade, com uma viga engastada-livre, cuja massa deve ser desconsiderada na análise, em flexão com uma massa concentrada na extremidade. Sabemos que deflexão estática de um viga nestas



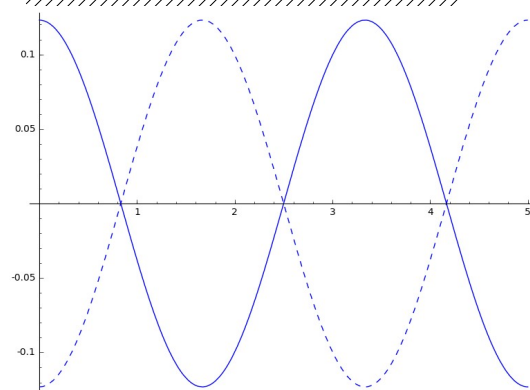
condições com uma carga aplicada na extremidade é dada por $WL^3/(3EI)$, onde W é o valor da carga aplicada e o resto é o óbvio. Suponha que a viga seja feita de aço, e tenha seção transversal quadrada, com lado igual 15 mm. Lembre-se que o momento de inércia de área de uma seção retangular em relação à sua linha neutra é dado por $I = bh^3/12$. Foi observado experimentalmente que se o sistema for colocado para vibrar sem excitação externa, a amplitude decai aproximadamente 20% após 250 ciclos. Calcule aproximadamente a magnitude da amplitude de vibração no regime permanente, quando é aplicada uma força que consiste em um seno retificado, conforme mostrado ao lado, com amplitude 1,5 N e período 0,18 segundos. Pode ser útil saber que a série de Fourier desta função é a expressão mostrada ao lado (Valor 2,5 pontos)



3) Calcule as frequências naturais e a resposta do sistema mostrado ao lado, quando o bloco inferior é acionado por uma força harmônica de amplitude 1,5 kN e frequência igual a 20 rad/s. MUITO CUIDADO ao considerar a energia cinética de rotação do cilindro. Qual o tipo de acoplamento que existe neste sistema? (Valor 3,0 pontos)



4) A figura ao lado mostra um fio de aço, com diâmetro igual a 1,5 mm, comprimento igual a 5 m, que está montado de forma que suas extremidades podem mover-se verticalmente sem atrito, mas ainda assim garantindo que seja aplicada uma força de tração no fio. O fio foi excitado remotamente com uma frequência variável, e observou-se que uma ressonância ocorre, com a configuração mostrada, para a frequência de 150 Hz. Calcule a tração a qual o fio está submetido. (Valor 2,0 pontos)



$$\begin{array}{l}
\boxed{k = \frac{EA}{L}} \quad \boxed{k_t = \frac{GJ}{L}} \quad \boxed{\omega = 2\pi f} \quad \boxed{f = \frac{1}{T}} \quad \boxed{T(s) = \frac{X(s)}{F(s)}} \quad \boxed{\delta = \frac{1}{n} \ln \left(\frac{x_1}{x_{n+1}} \right), \quad \delta = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}, \quad \delta = 2\pi\zeta \text{ para } \zeta \ll 1} \\
c = \sqrt{\frac{P}{\rho}} \quad c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad c = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad c = \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad \alpha \tan \alpha = \beta \quad \alpha = \frac{\omega l}{c} \quad \beta = \frac{m}{M} \quad J_0 = \frac{1}{2} M R^2 \quad \boxed{T_d = \frac{X}{Y} = \left(\frac{1 + (2\zeta r)^2}{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2} \right)^{\frac{1}{2}}} \\
\boxed{\frac{Mx}{me} = r^2 |H(i\omega)|, \quad \varphi = \arctan \left(\frac{2\zeta r}{1-r^2} \right)} \quad \boxed{c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}} \quad \boxed{u(x, t) = \left(A \cos \frac{\omega x}{c} + B \sin \frac{\omega x}{c} \right) (C \cos \omega t + D \sin \omega t)} \\
\boxed{T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2, \quad T = \frac{1}{2} J_0 \dot{\theta}^2, \quad U = \frac{1}{2} \kappa x^2, \quad U = \frac{1}{2} F x} \quad \boxed{Z_{rs}(i\omega) = -\omega^2 m_{rs} + i\omega c_{rs} + k_{rs}} \quad \boxed{\mathcal{L} \dot{x}(t) = s X(s) - x(0)} \\
\boxed{\mathcal{L} \ddot{x}(t) = s^2 X(s) - s x(0) - \dot{x}(0)} \quad \boxed{\sigma = E \epsilon} \quad \boxed{\epsilon = \frac{du}{dx}} \quad \boxed{\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k_t}{J_0}}, \quad \omega_d = \sqrt{1-\zeta^2} \omega_n, \quad \zeta = \frac{c}{c_c}, \quad c_c = 2m\omega_n} \\
\boxed{\delta_{st} = \frac{F_0}{k}} \quad \boxed{\mathbf{X} = \mathbf{Z}(i\omega)^{-1} \mathbf{F}_0} \quad \boxed{x(t) = \frac{1}{m\omega_d} \int_0^t F(\tau) e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)} \sin \omega_d(t-\tau) d\tau} \quad \boxed{\delta = \pi\beta} \quad \boxed{\beta = \frac{h}{k}} \\
\boxed{x(t) = X e^{-\zeta\omega_n t} \cos(\omega_d t - \varphi), \quad X = \frac{\sqrt{\dot{x}_0^2 \omega_n^2 + \dot{x}_0^2 + 2x_0 \dot{x}_0^2 \zeta \omega_n}}{\omega_d}, \quad \omega_d = \sqrt{1-\zeta^2} \omega_n, \quad \varphi = \arctan \left(\frac{\dot{x}_0 + \zeta \omega_n x_0}{x_0 \omega_d} \right)} \\
\boxed{x(t) = (C_1 + C_2 t) e^{-\omega_n t}, \quad C_1 = x_0, \quad C_2 = \dot{x}_0 + \omega_n x_0} \quad \boxed{z(t) = \frac{-1}{\omega_d} \int_0^t \ddot{y}(\tau) e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)} \sin \omega_d(t-\tau) d\tau} \\
\boxed{x_p(t) = \frac{a_0}{2k} + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{a_j/k}{\sqrt{(1-j^2 r^2)^2 + (2\zeta j r)^2}} \cos(j\omega t - \varphi_j) + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{b_j/k}{\sqrt{(1-j^2 r^2)^2 + (2\zeta j r)^2}} \sin(j\omega t - \varphi_j)} \\
\boxed{x(t) = C_1 e^{(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n t} + C_2 e^{(-\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n t}, \quad C_1 = \frac{x_0 \omega_n (\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}) + \dot{x}_0}{2\omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}}, \quad C_2 = \frac{-x_0 \omega_n (\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}) - \dot{x}_0}{2\omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}}} \\
\boxed{\epsilon = \frac{du}{dx}} \quad \boxed{\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial V}{\partial q_j} = Q_j^n, \quad j = 1, 2, \dots, n} \quad \boxed{\mathbf{Z}(i\omega) = \begin{bmatrix} Z_{11}(i\omega) & Z_{12}(i\omega) \\ Z_{12}(i\omega) & Z_{22}(i\omega) \end{bmatrix}} \quad \boxed{\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}} \\
\boxed{\frac{X}{\delta_{st}} = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}} \quad \boxed{H(i\omega) = \frac{1}{(1-r^2) + i2\zeta r}, \quad |H(i\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}}
\end{array}$$

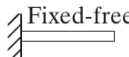

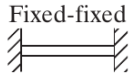
End Conditions of Shaft	Boundary Conditions	Frequency Equation	Mode Shape (Normal Function)	Natural Frequencies
 Fixed-free	$\theta(0, t) = 0$ $\frac{\partial \theta}{\partial x}(l, t) = 0$	$\cos \frac{\omega l}{c} = 0$	$\theta(x) = C_n \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2l}$	$\omega_n = \frac{(2n+1)\pi c}{2l};$ $n = 0, 1, 2, \dots$
 Free-free	$\frac{\partial \theta}{\partial x}(0, t) = 0$ $\frac{\partial \theta}{\partial x}(l, t) = 0$	$\sin \frac{\omega l}{c} = 0$	$\theta(x) = C_n \cos \frac{n\pi x}{l}$	$\omega_n = \frac{n\pi c}{l};$ $n = 0, 1, 2, \dots$
 Fixed-fixed	$\theta(0, t) = 0$ $\theta(l, t) = 0$	$\sin \frac{\omega l}{c} = 0$	$\theta(x) = C_n \cos \frac{n\pi x}{l}$	$\omega_n = \frac{n\pi c}{l};$ $n = 1, 2, 3, \dots$

FIGURE 8.12 Boundary conditions for uniform shafts (rods) subjected to torsional vibration.