1) Um sistema mecânico tem a massa equivalente igual a 2,0 kg, a rigidez equivalente igual a 2,50 kN/m e o coeficiente de amortecimento igual a 212 kg/s. Se é imposta ao sistema uma velocidade inicial igual a 1,0 m/s na direção positiva, partindo do repouso, quanto tempo o sistema leva para retornar à posição de equilíbrio? *(Valor 3.0 pontos)*.

2) Explique como calcular a energia dissipada no amortecedor durante a primeira metade do movimento especificado na problema 1. Não é necessário realizar alguma integral *complicada* que porventura apareça. *(Valor 2.0 pontos)*

3) Um motor elétrico de massa igual a 80 kg, que opera a 1680 rpm, está montado no centro de uma viga de seção retangular, com comprimento igual a 5 metros, largura igual a 0,30 m e espessura igual a 0,080 m. A viga é feita de aço, com densidade igual a 7700 kg/m³, e é bi-apoiada. Encontre a máxima deflexão do sistema durante a operação, desprezando a massa da viga, se a força de desbalanceamento foi medida e é igual a 3,77 kN. O amortecimento do sistema é muito pequeno, a razão de amortecimento foi medida experimentalmente e é aproximadamente 0,10%. A deflexão no centro de uma viga bi-apoiada é dada por $y_{max}=(Pl^3)/(48EI)$, e o momento de inércia de área de um retângulo é dado por $I=(bh^3)/12$.*(Valor 3.0 pontos)*

4) Encontre também a máxima deflexão do sistema da questão anterior considerando a massa da viga. Para para calcular a massa equivalente da viga, admita que a deflexão da viga tem a forma de um meio período de um seno, com valor máximo no centro da viga. *(Valor 2,0 pontos)*.

$\omega = 2\pi f$ $\quad f = \frac{1}{\tau}$ $\quad T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2, \quad T = \frac{1}{2} J_0 \dot{\theta}^2, \quad U = \frac{1}{2} \kappa x^2, \quad U = \frac{1}{2} F x$ $\quad k_t = \frac{GJ}{L}$

$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k_t}{J_0}}, \quad \omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n, \quad \zeta = \frac{c}{c_c}, \quad c_c = 2 m \omega_n$ $\quad \delta_{st} = \frac{F_0}{k}$

$$x(t) = X e^{-\zeta \omega_n t} \cos(\omega_d t - \varphi), X = \frac{\sqrt{x_0^2 \omega_n^2 + \dot{x}_0{}^2 + 2 x_0 \dot{x}_0{}^2 \zeta \omega_n}}{\omega_d}, \omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n, \varphi = \arctan\left(\frac{\dot{x}_0 + \zeta \omega_n x_0}{x_0 \omega_d}\right)$$

$x(t) = (C_1 + C_2 t) e^{-\omega_n t}, \quad C_1 = x_{0,} \quad C_2 = \dot{x}_0 + \omega_n x_0$ $\quad \beta = \frac{h}{k}$ $\quad \delta = \pi \beta$

$$x(t) = C_1 e^{\left(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}\right)\omega_n t} + C_2 e^{\left(-\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}\right)\omega_n t}, \quad C_1 = \frac{x_0 \omega_n \left(\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}\right) + \dot{x}_0}{2 \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}}, \quad C_2 = \frac{-x_0 \omega_n \left(\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}\right) - \dot{x}_0}{2 \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}}$$

$\frac{X}{\delta_{st}} = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$ $\quad \delta = \frac{1}{n} \ln\left(\frac{x_1}{x_{n+1}}\right), \quad \delta = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}, \quad \delta = 2\pi\zeta \text{ para } \zeta \ll 1$ $\quad \Delta W = \pi \omega c X^2$ $\quad \Delta W = \pi h X^2$

$T_d = \frac{X}{Y} = \left(\frac{1 + (2\zeta r)^2}{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ $\quad \frac{X}{\delta_{st}} = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$ $\quad \frac{M x}{m e} = r^2 |H(i\omega)|, \varphi = \arctan\left(\frac{2\zeta r}{1-r^2}\right)$

$H(i\omega) = \frac{1}{(1-r^2) + i 2 \zeta r}, |H(i\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$ $\quad \frac{F_T}{\kappa Y} = r^2 \left(\frac{1 + (2\zeta r)^2}{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}\right)^{\frac{1}{2}}$

$\delta = \frac{1}{n} \ln\left(\frac{x_1}{x_{n+1}}\right), \quad \delta = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}, \quad \delta = 2\pi\zeta \text{ para } \zeta \ll 1$ $\quad x(t) = A \cos(\omega_n t) + B \sin(\omega_n t) \pm \frac{\mu N}{k}$

$$r \leq \left(x_0 - \frac{\mu N}{k}\right) \Big/ \left(\frac{2 \mu N}{k}\right)$$