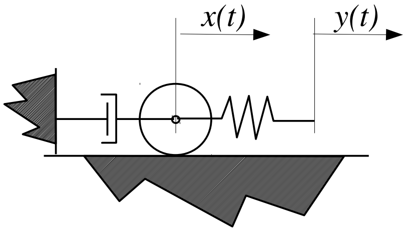
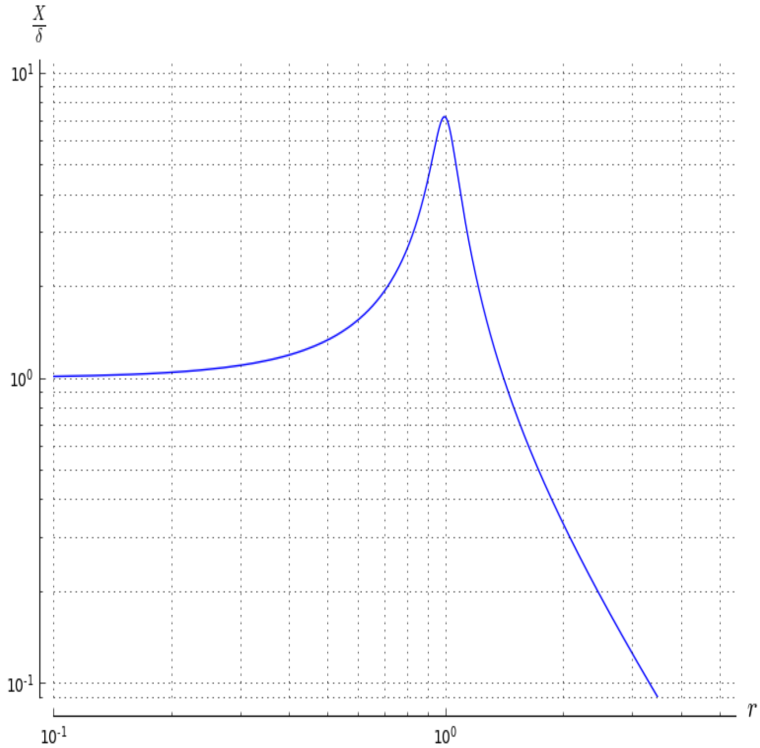
Vibrações Mecânicas **2º EE** **1º Semestre de 2019**

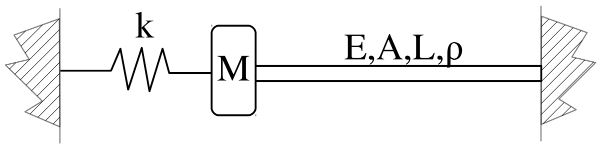


1) Encontre a função de transferência entre a entrada, que é o deslocamento *y(t)* da extremidade livre da mola e a saída, que é o deslocamento *x(t)* do centro do cilindro, que rola sem deslizar sobre o piso. *(Valor 1,5 pontos)*

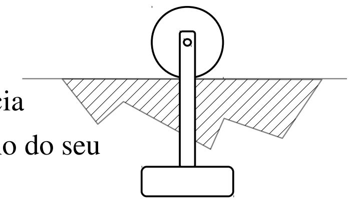
2) A figura ao lado mostra o resultado experimental da medição do fator de amplificação de um oscilador harmônico linear que tem a frequência natural aproximadamente igual a 200 Hz. Calcule uma aproximação razoável para amplitude máxima da resposta, quando o sistema é submetido a uma força que é soma das três funções harmônicas dadas a seguir, onde as amplitudes estão em Newtons e as frequências em RADIANOS POR SEGUNDO, como é o costume:
F1(t) = 15000 sin(800 t),
F2(t) = 6000 sin(1250 t),
F3(t) = 20000 sin(2300 t). Perceba que os eixos estão em escala logarítmica (base 10) para facilitar a leitura. *(Valor 1.5 pontos)*



3) Escreva a equação característica para o sistema mostrado. NÃO TENTE RESOLVER a equação, apenas a simplifique enquanto for razoável. *(Valor 3.0 pontos)*



4) Calcule as frequências naturais do sistema mostrado ao lado, considerando que todos os corpos são rígidos e tem inércia. Lembre-se que o momento de inércia de massa de um cilindro em relação ao seu eixo é $1/2Mr^2$, e de uma barra em torno do seu centro de massa é $ML^2/12$. *(Valor 4.0 pontos)*



Fórmulas no verso!

End Conditions of Shaft	Boundary Conditions	Frequency Equation	Mode Shape (Normal Function)	Natural Frequencies
Fixed-free	$\theta(0, t) = 0$ $\dfrac{\partial\theta}{\partial x}(l, t) = 0$	$\cos\dfrac{\omega l}{c} = 0$	$\theta(x) = C_n \sin\dfrac{(2n+1)\,\pi x}{2l}$	$\omega_n = \dfrac{(2n+1)\,\pi c}{2l}$; $n = 0, 1, 2, \ldots$
Free-free	$\dfrac{\partial\theta}{\partial x}(0, t) = 0$ $\dfrac{\partial\theta}{\partial x}(l, t) = 0$	$\sin\dfrac{\omega l}{c} = 0$	$\theta(x) = C_n \cos\dfrac{n\pi x}{l}$	$\omega_n = \dfrac{n\pi c}{l}$; $n = 0, 1, 2, \ldots$
Fixed-fixed	$\theta(0, t) = 0$ $\theta(l, t) = 0$	$\sin\dfrac{\omega l}{c} = 0$	$\theta(x) = C_n \cos\dfrac{n\pi x}{l}$	$\omega_n = \dfrac{n\pi c}{l}$; $n = 1, 2, 3, \ldots$

FIGURE 8.12 Boundary conditions for uniform shafts (rods) subjected to torsional vibration.

$$c=\sqrt{\frac{P}{\rho}} \quad c=\sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad c=\sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad c=\sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad \alpha\tan\alpha=\beta \quad \alpha=\frac{\omega l}{c} \quad \beta=\frac{m}{M} \quad \boxed{\omega=2\pi f} \quad \boxed{f=\frac{1}{\tau}} \quad \boxed{T(s)=\frac{X(s)}{F(s)}}$$

$$\boxed{T=\frac{1}{2}m\dot{x}^2,\quad T=\frac{1}{2}J_0\dot{\theta}^2,\quad U=\frac{1}{2}\kappa x^2,\quad U=\frac{1}{2}F\,x} \quad \boxed{Z_{rs}(i\omega)=-\omega^2 m_{rs}+i\omega c_{rs}+k_{rs}} \quad \boxed{\boldsymbol{Z}(i\omega)\boldsymbol{X}=\boldsymbol{F_0}}$$

$$\boxed{\mathscr{L}\,\dot{x}(t)=s\,X(s)-x(0)} \quad \boxed{\mathscr{L}\,\ddot{x}(t)=s^2X(s)-s\,x(0)-\dot{x}(0)} \quad \boxed{\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right)-\frac{\partial T}{\partial q_j}+\frac{\partial V}{\partial q_j}=Q_j^n,\quad j=1,2,\ldots,n}$$

$$\boxed{\omega_n=\sqrt{\frac{k}{m}},\quad \omega_n=\sqrt{\frac{k_t}{J_0}},\quad \omega_d=\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n,\quad \zeta=\frac{c}{c_c},\quad c_c=2m\omega_n} \quad \boxed{\delta_{st}=\frac{F_0}{k}} \quad \boxed{\boldsymbol{X}=\boldsymbol{Z}(i\omega)^{-1}\boldsymbol{F_0}} \quad \boxed{\sigma=E\epsilon} \quad \boxed{\epsilon=\frac{du}{dx}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{Z}(i\omega)=\begin{bmatrix} Z_{11}(i\omega) & Z_{12}(i\omega) \\ Z_{12}(i\omega) & Z_{22}(i\omega)\end{bmatrix}} \quad \boxed{\begin{bmatrix} a & b \\ c & d\end{bmatrix}^{-1}=\frac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a\end{bmatrix}} \quad \boxed{\delta=\frac{1}{n}\ln\left(\frac{x_1}{x_{n+1}}\right),\quad \delta=\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}},\quad \delta=2\pi\zeta \text{ para } \zeta\ll 1}$$

$$\boxed{\frac{X}{\delta_{st}}=\frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}} \quad \boxed{H(i\omega)=\frac{1}{(1-r^2)+i2\zeta r},\ |H(i\omega)|=\frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}} \quad \boxed{T_d=\frac{X}{Y}=\left(\frac{1+(2\zeta r)^2}{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\boxed{\frac{Mx}{me}=r^2|H(i\omega)|,\ \varphi=\arctan\left(\frac{2\zeta r}{1-r^2}\right)} \quad \boxed{c^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}} \quad \boxed{u(x,t)=\left(A\cos\frac{\omega x}{c}+B\sin\frac{\omega x}{c}\right)(C\cos\omega t+D\sin\omega t)}$$