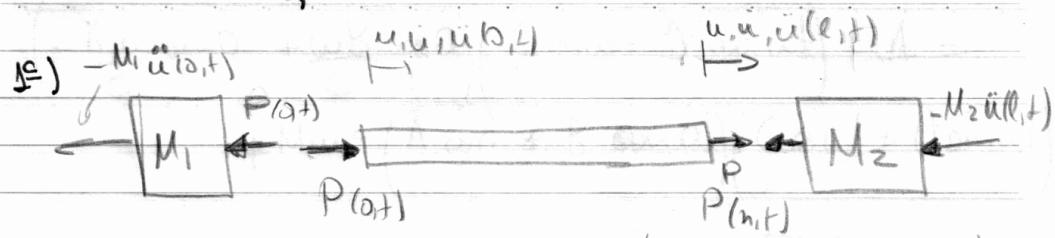


4º EK VIBRAÇÕES

28/03/2018 ①



$$u(n,t) = \left(A \cos \frac{\omega n}{c} + B \sin \frac{\omega n}{c} \right) (C \cos \omega t + D \sin \omega t)$$

$$CC \Rightarrow \sum F_x = 0 \text{ p/ } M_1 \text{ e } M_2$$

$$-M_1 \ddot{u}(0,t) - P(0,t) = 0 \quad , \quad -M_2 \ddot{u}(0,t) - P(n,t) = 0$$

$$P(n,t) = AE \frac{\partial u}{\partial n};$$

$$\frac{\partial u}{\partial n} = \left(-\frac{A}{c} \frac{\omega}{c} \sin \frac{\omega n}{c} + \frac{B}{c} \frac{\omega}{c} \cos \frac{\omega n}{c} \right),$$

$$(C \cos \omega t + D \sin \omega t)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\omega^2 \left(A \cos \frac{\omega n}{c} + B \sin \frac{\omega n}{c} \right) (C \cos \omega t + D \sin \omega t)$$

Lado esquerdo:

$$EA \frac{\partial u}{\partial n}(0,t) = -M_1 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(0,t)$$

(2)

$$\left(-\frac{\dot{x}w \sin \theta}{c} + \frac{wB \cos \theta}{c} \right) (\cos \omega t + \sin \omega t) EA = \\ + M_1 w^2 \left(\frac{\ddot{A} \cos \theta}{c} + \frac{B \sin \theta}{c} \right) (\cos \omega t + \sin \omega t)$$

$$\frac{EA \cancel{wB}}{c} = M_1 w \tilde{A} \Rightarrow \boxed{\tilde{A} = \frac{EA B}{M_1 c w}} \quad (*)$$

Lado Direito: $EA \frac{d}{dt} (\tilde{A}, t) = +M_2 w^2 \frac{d^2 \tilde{A}}{dt^2} (\tilde{A}, t)$

$$\left(-\frac{\tilde{A} w}{c} \sin \omega t + \frac{B w}{c} \cos \omega t \right) (\cos \omega t + \sin \omega t) EA = \\ = -M_2 w^2 \left(\frac{\tilde{A} \cos \omega t}{c} + \frac{B \sin \omega t}{c} \right) (\cos \omega t + \sin \omega t)$$

$$-\frac{\tilde{A}}{c} \frac{\sin \omega t}{c} + \frac{B}{c} \frac{\cos \omega t}{c} = -M_2 w \left(\frac{\tilde{A} \cos \omega t}{c} + \frac{B \sin \omega t}{c} \right)$$

 \Rightarrow

$$-\frac{EA B}{M_1 c w} \frac{\sin \omega t}{c} + \frac{B}{c} \frac{\cos \omega t}{c} = -\frac{M_2 w E A B}{M_1 c w} \frac{\cos \omega t}{c} + \\ -M_2 w \frac{B \sin \omega t}{c}$$

$$\frac{\sin \omega t}{c} \left(\frac{M_2 w E A}{M_1 c^2 w} \right) = -\frac{\cos \omega t}{c} \left(\frac{1}{c} + \frac{M_2 E A}{M_1 c} \right)$$

$$\frac{\sin \omega t}{c} \left(\frac{M_1 M_2 c^2 w^2 + EA}{M_1 c^2 w} \right) = -\frac{\cos \omega t}{c} \left(\frac{M_1 c + M_2 c E A}{M_1 c} \right)$$

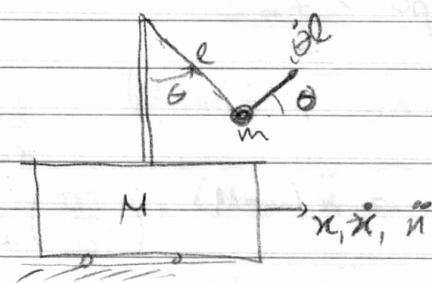
$$\frac{\sin \omega t}{c} = \frac{(M_1 c + M_2 c E A) w}{M_1 M_2 c^2 w^2 + EA} \quad \text{ou alguma razão entre os c.s.}$$

2

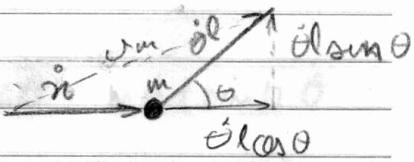
Ponto 2: Admitindo que o sistema só pode deslocar-se no plano no desvio horizontal, o sistema tem obviamente duas degraus de liberdade, a posição horizontal do carro e o ângulo do pendulo, por exemplo.

No entanto, como podemos deslocar o carro (vagamente) sem causar deslocamento do pendulo, o sistema tem movimento de躯pe r韗ido, i.e. portanto um sistema semi-definido e tem 2 frequências naturais, sendo uma delas nula.

Normalmente, este tipo de problema é mais facilmente resolvido com algum método baseado em energia, como por exemplo os passos de Lagrange.



Examinando a massa "m", temos



A velocidade absoluta da massa "m" é

$$v_m^2 = (\dot{x} + \dot{\theta}l \cos\theta)^2 + (\dot{\theta}l \sin\theta)^2$$

$$v_m^2 = \dot{x}^2 + 2\dot{x}\dot{\theta}l \cos\theta + \dot{\theta}^2 l^2 \cos^2\theta + \dot{\theta}^2 l^2 \sin^2\theta$$

$$v_m^2 = \dot{x}^2 + \dot{\theta}^2 l^2 + 2\dot{x}\dot{\theta}l \cos\theta.$$

(4)

A energia cinética do manecim é:

$$T_m = \frac{1}{2} m (\dot{\theta}^2 l^2 + 2\dot{\theta}\dot{\ell}l \cos\theta)$$

Pela massa "M" $\rightarrow T_M = \frac{1}{2} M \dot{\ell}^2$

A energia cinética total é:

$$T = \frac{1}{2} (M\dot{\ell}^2 + m\dot{\theta}^2 l^2 + 2\dot{\theta}\dot{\ell}l \cos\theta)$$

$$T = \frac{1}{2} [(M+m)\dot{\ell}^2 + m(\dot{\theta}^2 l^2 + 2\dot{\theta}\dot{\ell}l \cos\theta)]$$

A energia potencial é devido somente à altura
da massa "m"

$$U = mg(l(1 - \cos\theta))$$

As equações de E-L
sao:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial U}{\partial q_i} = Q_i$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\ell}} = (M+m)\ddot{\ell} + m\ddot{\theta}l \cos\theta$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} \right) = (M+m)\ddot{\theta} + m\ddot{\ell}l \cos\theta + m\dot{\ell}l \sin\theta \ddot{\theta}$$

$$= (M+m)\ddot{\theta} + m\ddot{\ell}l \cos\theta + m\dot{\ell}l \sin\theta \dot{\theta}^2$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} = m\dot{\theta}^2 l^2 + \dot{\ell}^2 l \cos\theta$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \theta} \right) = ml^2 \ddot{\theta} + m\dot{\ell}^2 l \cos\theta + ml\dot{\ell}l \sin\theta \dot{\theta}^2$$

(5)

(6)

$$\frac{\partial U}{\partial r} = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial \theta} = mgl \sin \theta$$

Assim: $(M+m)\ddot{r} + ml \cos \theta \ddot{\theta} + mlm \theta \dot{\theta}^2 + 0 = 0$
 $ml \cos \theta \ddot{r} + ml^2 \ddot{\theta} + ml \sin \theta \dot{r} \dot{\theta} + mgl \sin \theta = 0$

Vamos considerar apenas pequena rotação de
frente que
 $\cos \theta \rightarrow 1; \sin \theta \rightarrow \theta;$

e os termos $\sin \theta \dot{\theta}^2$ e $\sin \theta \dot{r} \dot{\theta}$ são desprezados

Assim: $\begin{cases} (M+m)\ddot{r} + ml\ddot{\theta} = 0 \\ \ddot{r} + ml\ddot{\theta} + mgl\theta = 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow \ddot{r} = -(l\ddot{\theta} + g\theta),$$

$$-(M+m)(l\ddot{\theta} + g\theta) + ml\ddot{\theta} = 0$$

$$-(M+m)l\ddot{\theta} - (M+m)g\theta + ml\ddot{\theta} = 0$$

$$-Ml\ddot{\theta} - ml\ddot{\theta} - (M+m)g\theta + ml\ddot{\theta} = 0$$

$$Ml\ddot{\theta} + (m+M)g\theta = 0$$

Obviamente, $w = \sqrt{\frac{(m+M)g}{Ml}} = \sqrt{\left(\frac{1+m}{M}\right)\frac{g}{l}}$

O ângulo θ é... $\theta(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t$

ISTO É
DESNE-
CESSÁRIO

Cém A e B - determinados a partir das condições iniciais... MA. PROVADA

(6)

O deslocamento $x(t)$ é dado através por

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2(A \cos \omega t + B \sin \omega t)$$

$$\ddot{x}(t) = +\omega^2 l (A \cos \omega t + B \sin \omega t) - g (A \cos \omega t + B \sin \omega t)$$

$$\ddot{x}(t) = A[\omega^2 l - g] \cos \omega t + B[\omega^2 l - g] \sin \omega t$$

Assim; $\ddot{x}(t) = \sqrt{A(\omega^2 l - g)^2 + B^2(\omega^2 l - g)^2} \cos(\omega t - \phi)$



1 / 18 (6)

Questão 3: Para uma banc fixo-livre, da tabela dada no formulário, sabemos que os modos numéricos tem a forma:

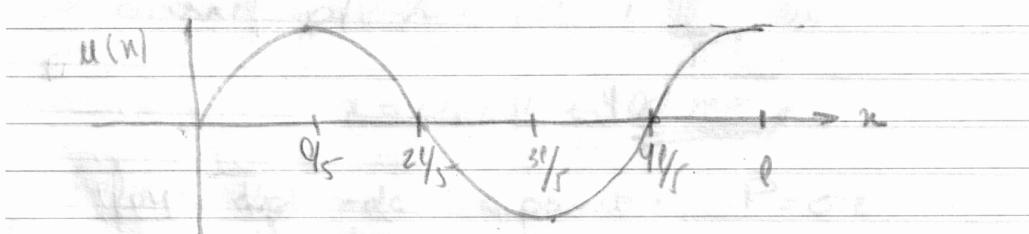
$$u_3(n) = C_3 \sin \frac{(2n+1)\pi n}{2l}$$

para o terceiro modo, $n=2$, assim

$$u_3(n) = C_3 \sin \frac{5\pi n}{2l}$$

Fazendo um esquema deste modo, temos:

x	0	$\frac{l}{5}$	$\frac{2l}{5}$	$\frac{3l}{5}$	$\frac{4l}{5}$	l
$\sin \frac{5\pi x}{2l}$	0	1	0	-1	0	1



A tensão em uma seção transversal é dada

$$\sigma = E\varepsilon = E \frac{\partial u}{\partial x} (n, t)$$

$$u_{33}(n,t) = U(n)T(t) \rightarrow \text{função harmônica.}$$

Como é de 30 mm em diâmetro, a amplitude da vibração é 0,15 mm,



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIENCIAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM SISTEMAS CIVIS

Av. da Universidade, s/n - Cidade Universitária - Recife - PE 50740-550

Telefone: (81) 3777-3220 - Fax: (81) 3777-3221

7

Assinatura: $U(n) = 0,15 \times 10^3 \sin 5\pi n$

$$U(n) = 0,15 \times 10^3 \sin 5\pi n$$

FORMULÁRIO

TRANCAMENTO - PRORROGAÇÃO

Nome: Ana Maria de Andrade - RG: 170.584-55
 $\frac{dU(n)}{dx} = 5\pi \times 0,15 \times 10^{-3} \cos 5\pi n$

Nível: Mestrado Profissão: Engenheiro Civil E-mail: ana.maria.silva2@gmail.com

Área de Concentração: Geotecnologia

Tecnologia Ambiental Geotecnologia

Recursos Hídricos Estruturas

Petróleo Transporte Telefone Celular: (81) 98272-1503

OBRIGAÇÃO A função é $\sigma = E_d u = 210 \times 10^9 \times 0,15 \times 10^{-3} \cos 5\pi n$

Trancamento de matrícula Período: dy
 Prorrogação de prazo para defesa: $\sigma = 494 \cos 5\pi n \text{ MPa}$

JUSTIFICATIVA DO ALUNO

Devido a circunstâncias (falta dos combustíveis, consequente falta de combustível nos ônibus de gasolina) e os tremores de mina longa (avaladaria norte) impossibilitando o meu deslocamento para a agência administrativa da UFPE nos dias 24, 25 e 26/05/2018. Considerando a suspensão das aulas e do expediente administrativo da UFPE nos dias 24, 25 e 26/05/2018, a vista que não há previsão de regularização das circunstâncias externas até o meu prazo de defesa em 01/06/2018, solicito a prorrogação do meu prazo de defesa, animo que a mesma possa ser feita após a regularização das atividades da UFPE. Obrigada.

A força aplicada no parafuso é: $P = 0,1kN$

Data: 27 de maio de 2018

$$P = 494 \times \frac{\pi \times (0,010)^2}{4} = 38,5 \text{ KN}$$

ASSINATURA DO ORIENTADOR

Assinatura do orientador: Flávia S. L. L. L. L.
 Assinatura do orientador: Assinatura do orientador

Data: 27/05/2018

Assinatura do orientador: Flávia S. L. L. L. L.

Assinatura do orientador: