

Stefan Theussl  
Gerold Köb  
Goran Lovric  
Martin Gartner

GRASP = Greedy randomized  
adaptive search process

# Inhalt

- Einleitung
- Algorithmus
- Simulation, Parameterwahl
- Recheneffizienz
- Unser Benchmark
- Schlussfolgerungen und Ausblick
- Live-Demonstration in R

# Einleitung I

- Grundprinzip:
  - Erzeugung einer „greedy“ Startlösung mit der dann Local Search gestartet wird
- Construction Phase:
  - Kandidatenliste der Städte, die von Startpunkt erreichbar sind
  - Auswahl eines Kandidaten nach Bewertung mit „greedy-function“ bis eine komplette Lösung vorliegt
- ...

# Einleitung II

- ...
- Local Search:
  - Permutation der „greedy“-Startlösung und Berechnung des Zielwerts
  - wenn Zielwert besser als jener der „greedy“-Startlösung → Zielwert als neuer „benchmark“
- Wiederholung des Prozesses bis Abbruchbedingung erfüllt wird (zB Anzahl der Iterationen)

# Ablauf des Algorithmus

- „grasp.solve“ wird aufgerufen
- optimaler Zielwert = unendlich
- In „grasp.solve“ wird mit „construct\_greedy“ eine Startlösung erzeugt
- Startlösung in Funktion „local\_search“
- wenn Zielwertverbesserung durch „local\_search“ → neuer Zielwert ist neues Optimum
- Wiederholung bis Abbruchbedingung erfüllt (bei uns: Anzahl der Wiederholungen von „grasp.solve“)

# Algorithmus I

- Funktion: „grasp.solve“:
  - Inputs: Distanzmatrix, Startpunkt
  - Parameter: alpha, k, iterations, n
  - n wird „local\_search“ übergeben
  - k entspricht Anzahl der vertauschten Städte beim k-opt-move

# Algorithmus II

- Funktion: „construct\_greedy“:
  - $\text{min} \leftarrow$  minimale Distanz
  - $\text{max} \leftarrow$  maximale Distanz
  - $\alpha \leftarrow$  gleichverteilte ZZ zwischen 0 und 1  
Verteilung für  $\alpha$  kann bei Aufruf von „grasp.solve“ übergeben werden
  - $\text{threshold} \leftarrow \text{min} + \alpha * (\text{max} - \text{min})$   
à Gewichtung zwischen der am kürzesten und der am weitesten entfernten Stadt
  - zufällige Auswahl eines Kandidaten, wo Distanz kleiner „threshold“

# Algorithmus III

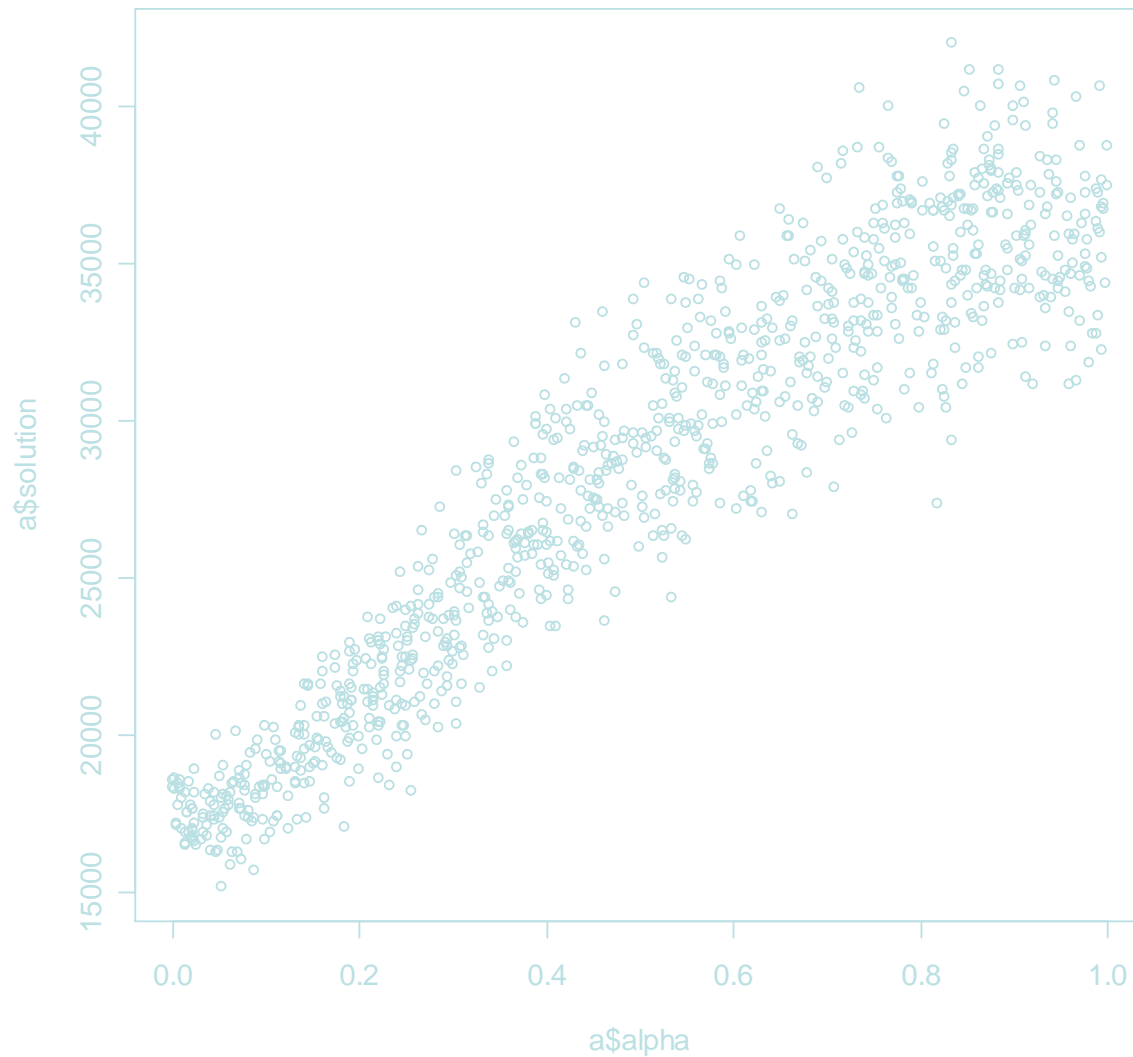
- Funktion: „local\_search“:
  - Inputs: Distanzmatrix, greedy Startlösung
  - Parameter:  $n$ ,  $k$
  - $k$  gibt Anzahl für  $k$ -opt-move an
  - $n$  ist Abbruchbedingung falls keine Zielwertverbesserung gefunden wird ( $n$  ist Anzahl der maximalen Durchläufe der Local Search)



# Simulation, Parameterwahl I

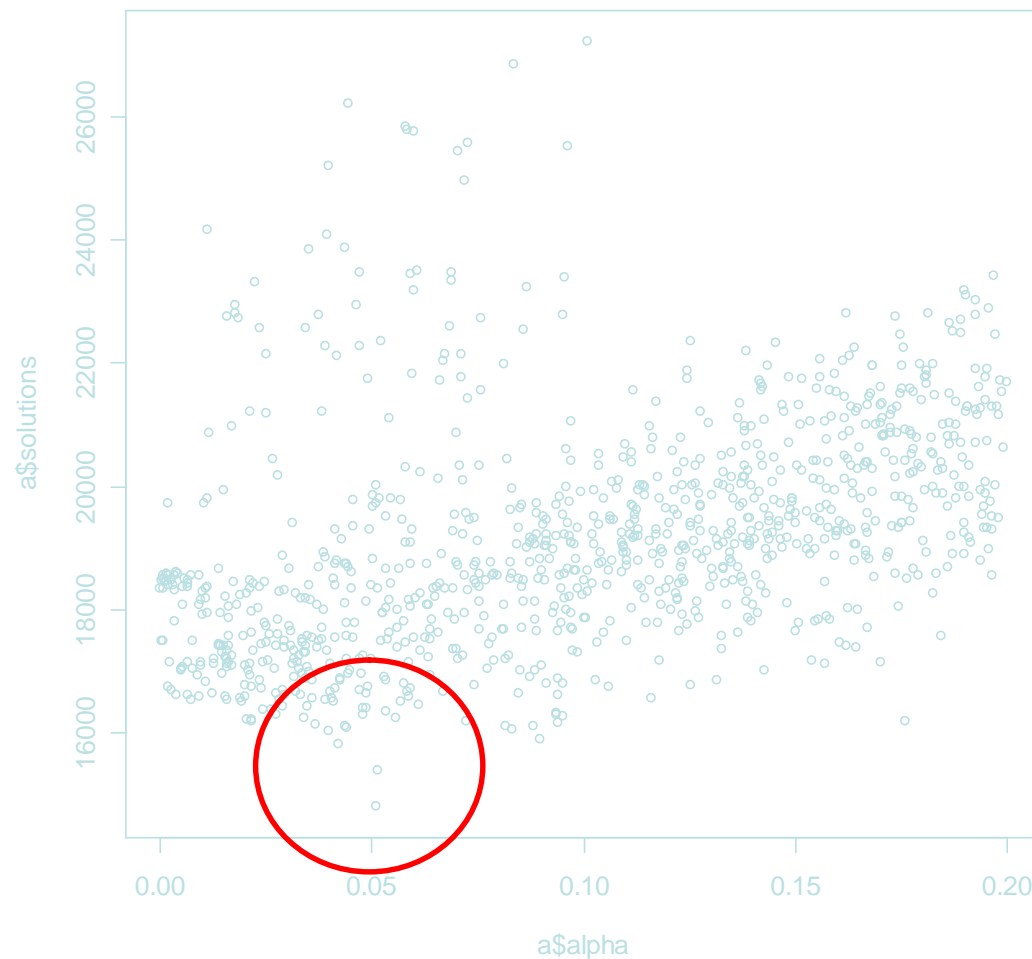
- Zufallsvariable: alpha
- Verwendung bei Erzeugung einer „greedy“ Startlösung
- $\text{threshold} \leftarrow \text{min} + \alpha * (\text{max} - \text{min})$
- Simulation in R: mit festem seed (dh: gleichen Pseudozufallszahlen werden verwendet!)
- folgende Beispiele mit 3-opt-moves!

$\alpha \sim U(0,1)$



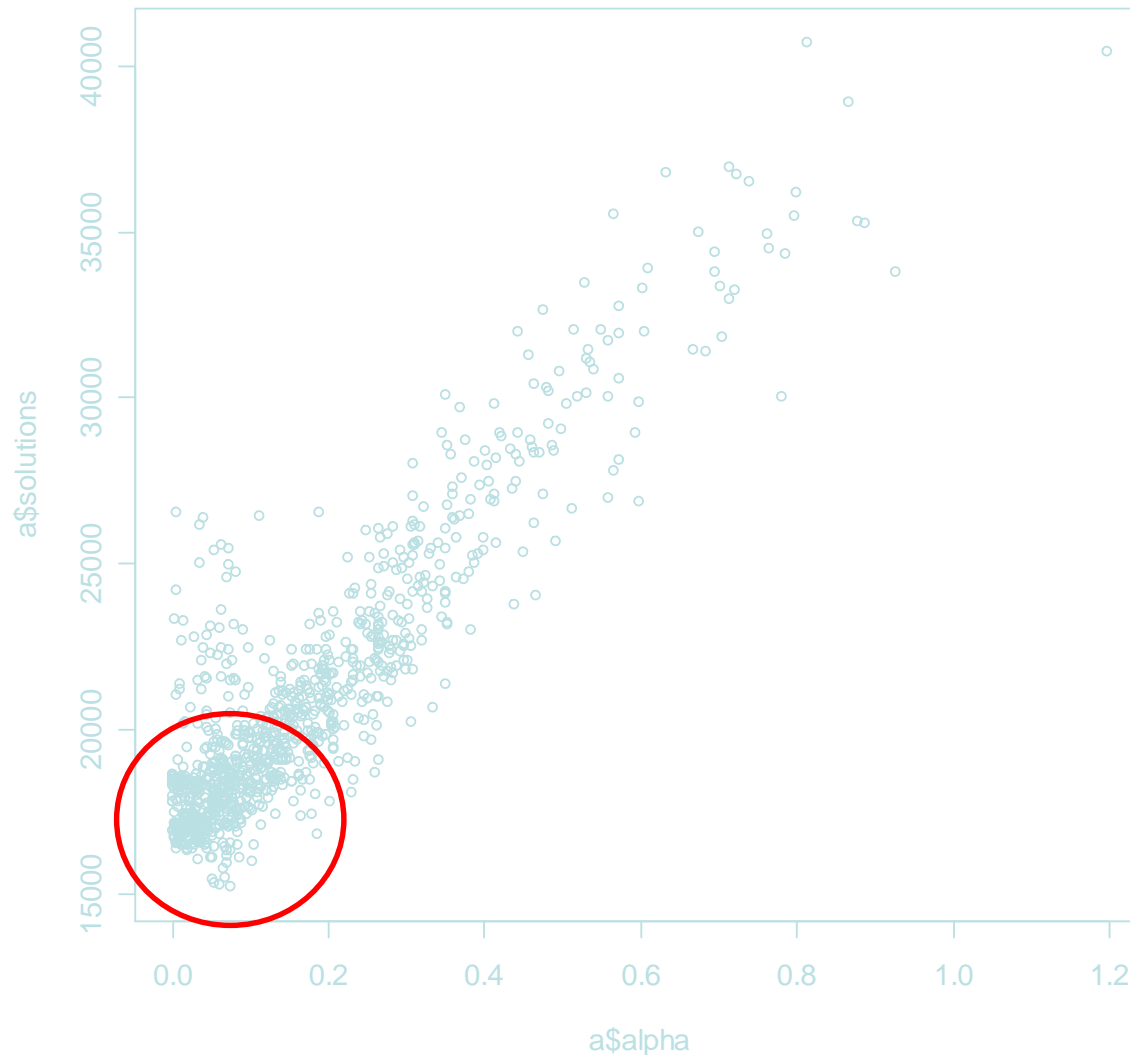
- kleineres  $\alpha$  → bessere Zielwerte
- Zielwerte zwischen ca. 14.000 km und 45.000 km

$\alpha \sim U(0, 0.2)$



- Zielwerte zwischen ca. 14.000 km und 27.000 km
- unser Optimum bei  $\alpha$  von „0.054966“

$\alpha \sim \Gamma(1, 6)$



- Zielwerte zwischen ca. 40.000 km und 15.000 km aber Häufung bei Zielwerten zwischen 15.000 km und 20.000 km

# Simulation, Parameterwahl II

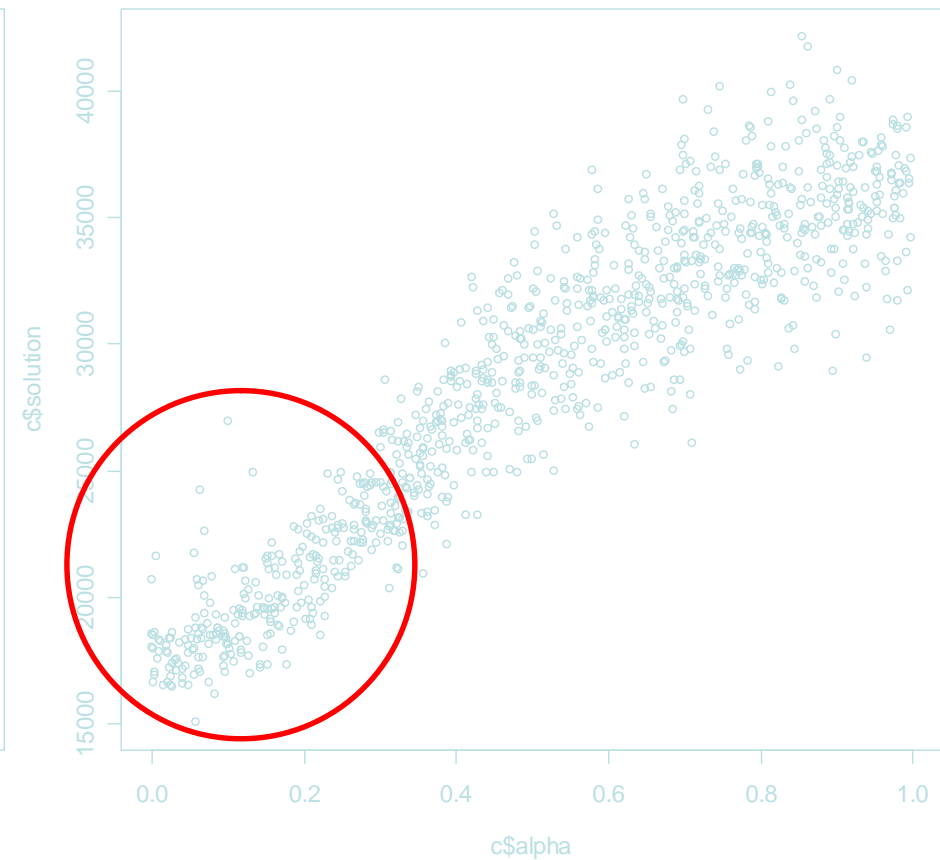
- Parameter k:
- k-opt-move: Positionen von k Städten wird zufällig vertauscht
- zB A-B-C-D-E
- 2-opt-move zB: A-D-C-B-E
- 3-opt-move zB: C-B-E-D-A
- Simulation in R: mit festem seed (dh: gleichen Pseudozufallszahlen werden verwendet!)

# Vergleich bei Verwendung verschiedener k

2-opt-move

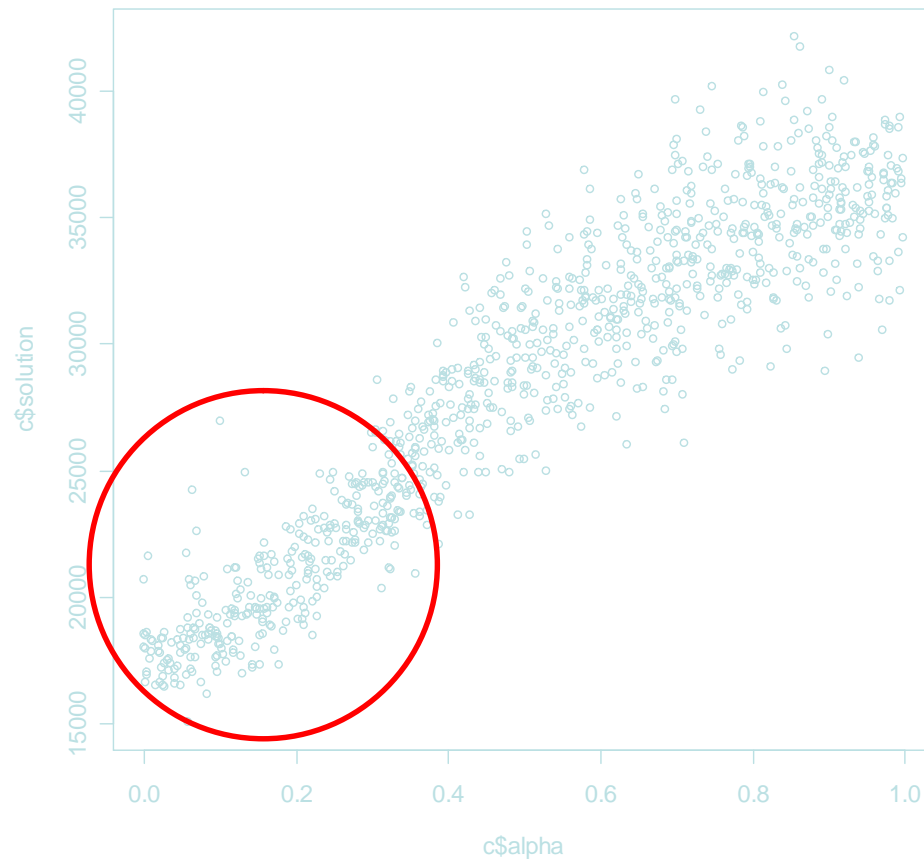


3-opt-move

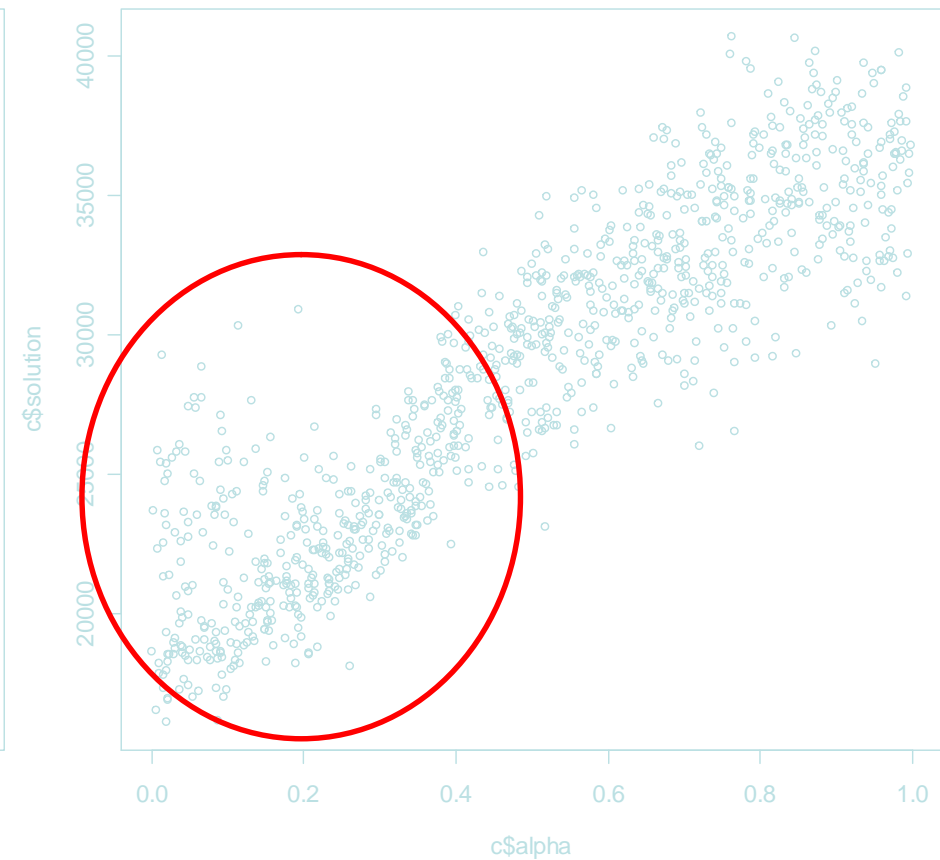


# Vergleich bei Verwendung verschiedener k

3-opt-move



4-opt-move



# Recheneffizient I

- Test der durchschnittlichen Rechenzeiten bei unterschiedlicher Wahl der Parameter
- auf Banias-Centrino™ mit 1.4 Ghz, 1 MB L2 Cache, 512 MB
- alpha keine Auswirkungen auf Rechenzeit  
à hier  $\alpha \sim U(0, 0.2)$
- Angaben in Sekunden!!!



# Recheneffizienz II

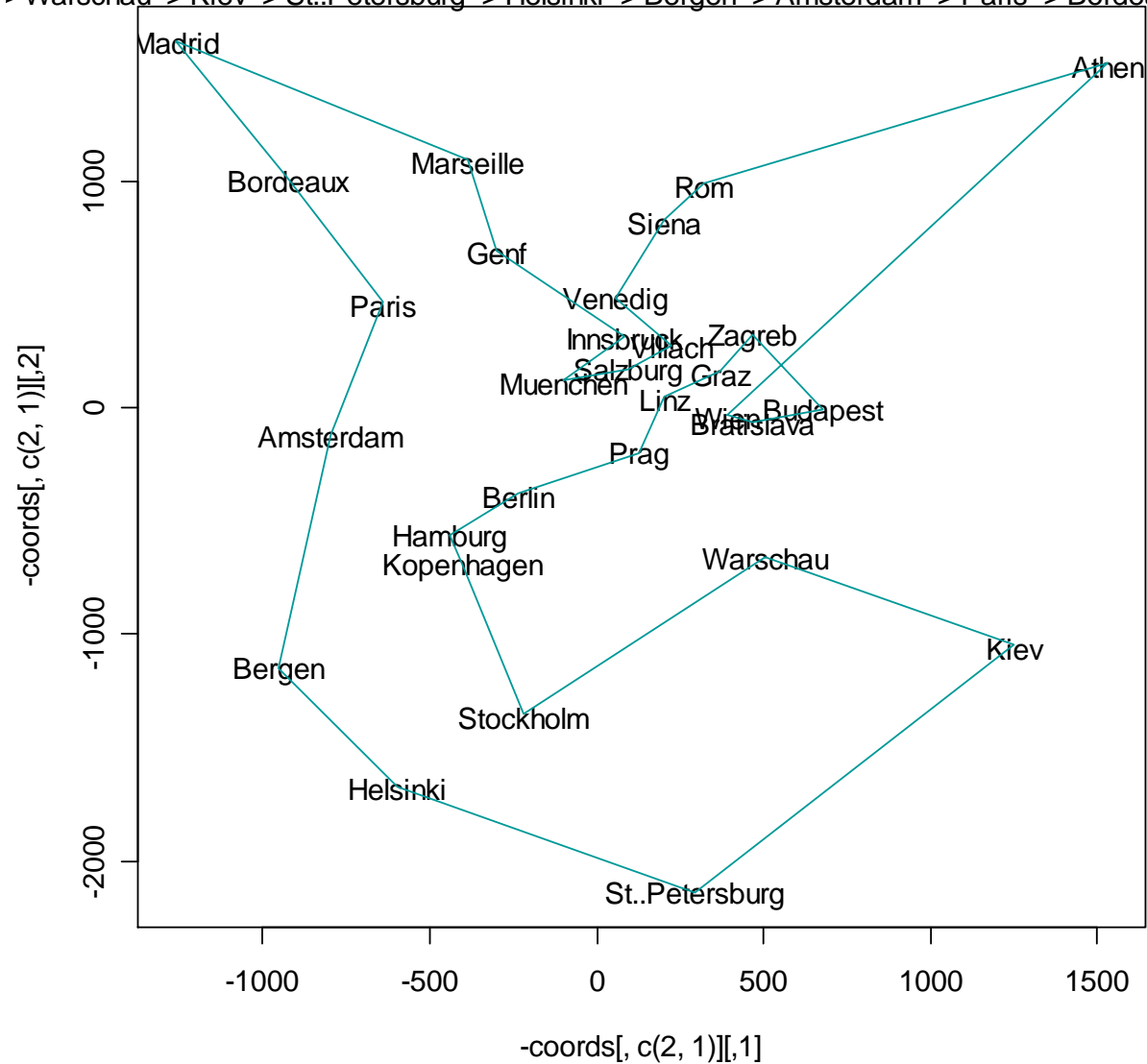
Sekunden	Iterations Grasp (iterations = ...)	Iterations Local Search (n = ...)	k-opt-move (k = ...)
19.466	1,000	10,000	2
122.965	1,000	10,000	3
423.745	1,000	10,000	4
2.442	100	10,000	2
5.138	250	10,000	2
9.316	500	10,000	2
19.929	1,000	10,000	2
14.706	1,000	1,000	2
15.224	1,000	2,500	2
16.747	1,000	5,000	2
18.381	1,000	7,500	2
19.311	1,000	10,000	2

# Unser Benchmark:

- Start in Wien (und Rückkehr nach Wien)
- 14.422 km
- Route:
  - Wien -> Bratislava -> Budapest -> Zagreb -> Graz -> Linz -> Prag -> Berlin -> Hamburg -> Kopenhagen -> Stockholm -> Warschau -> Kiev -> St..Petersburg -> Helsinki -> Bergen -> Amsterdam -> Paris -> Bordeaux -> Madrid -> Marseille -> Genf -> Innsbruck -> Muenchen -> Salzburg -> Villach -> Venedig -> Siena -> Rom -> Athen -> Wien

# Unser Benchmark - Route:

> Warschau -> Kiev -> St..Petersburg -> Helsinki -> Bergen -> Amsterdam -> Paris -> Bordeaux ->



# Ausblick

- Einbinden einer Hash-Tabelle
- Multi-Tasking
- Effizienzsteigerung
- Einbinden einer Möglichkeit, dass Wahl für Verteilung von alpha automatisch an Ergebnisverteilung angepasst wird
- Package-Dokumentation

# Zum Abschluss ...

- ... Live-Demonstration in R