

Kurzfragen

Alle Antworten Blatt 0 bis Blatt 12

Ronja Göke
ronja.goeke@tu-dortmund.de

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

Blatt 0

1. *Welche Grenzen hat die Mechanik aus Physik I? Welche Probleme fallen Ihnen ein, die Sie damit nicht exakt analytisch können?*
 - a) Zwangsbedingungen (Zwei verbundene Teilchen)
 - b) schwierige DGL (Reibung, schwieriges Potential)
 - c) Zu viele Teilchen (3-Körper-Problem)
 - d) Ganz andere Physik (Elektrodynamik, Quantenmechanik, Relativistik)

2. *Wieso wechseln Physiker gerne in andere Koordinatensysteme? Welche typischen Beispiele fallen Ihnen ein?*

Um sich das Leben einfacher zu machen.

- a) Kartesische Koordinaten
 - b) Polarkoordinaten
 - c) Zylinderkoordinaten
 - d) Kugelkoordinaten
 - e) Transliert (zeitabhängig)
 - f) Rotierend (zeitabhängig)
3. *Ihre Eltern (von denen wir mal annehmen, dass sie keinen Physik-Hintergrund besitzen) haben vereinzelte Meldungen zum LHC und Supersymmetrien aufgeschnappt und fragen jetzt Sie, was überhaupt an Symmetrien in der Physik so toll sein soll. Wie können Sie das Ihren Eltern verständlich erklären?*
 - a) Arbeitsaufwand verringern (Beispiel Spiegelsymmetrie: nur die Hälfte muss berechnet werden)
 - b) Prozesse rückverfolgen
 - c) neue Ansätze (Ausnutzen von Erhaltungsgrößen)
 - d) Symmetrien liefern Erhaltungsgrößen (Noether-Theorem)
 - e) Eigenschaften direkt aus Symmetrien folgern (Quantenmechanik: Pauli-Prinzip, Fermi-Druck, Bose-Einstein-Kondensat)

Blatt 1

1. *Was versteht man unter generalisierten Koordinaten? Welche Vorteile bieten diese?*
 - a) Beschreiben ein System im Einklang mit den Zwangsbedingungen
 - b) Die Wahl ist nicht eindeutig
 - c) können unabhängig voneinander variiert werden
 - d) minimaler Satz an Koordinaten zur vollständigen Beschreibung des Systems
2. *Wie lautet das d'Alembertsche Prinzip? Was folgt aus diesem für die Freiheitsgrade eines mechanischen Systems?*

$$\sum_{i=1}^N (m_i \ddot{\vec{r}}_i - \vec{F}_{i,\text{ext}}) \partial \vec{r}_i \quad (1)$$

Die Summe der Zwangskräfte verrichten keine virtuelle Arbeit. Es gibt keine Freiheitsgrade in die Richtung von $\vec{F}_{i,\text{ext}}$.

3. *Wie viele Freiheitsgrade hat ein System mit N Teilchen und s Zwangsbedingungen? Wie viele ein starrer Körper? Überlegen Sie sich Beispiele für Systeme mit 1, 2 und 5 Freiheitsgraden.*
 - a) System mit N Teilchen und s Zwangsbedingungen: $f = 3N - s$
 - b) starren Körper mit s Zwangsbedingungen: $f = 6 - s$
 - c) Beispiele:
 - f=1 : Perle auf Draht
 - f=2 : Masse auf Ebene
 - f=5 : Starrer Körper mit einer Zwangsbedingung

Blatt 2

1. Was beschreibt allgemein die Lagrangefunktion?

$$\mathcal{L}(q_i, \dot{q}_i, t) = T - V \quad (2)$$

2. Was sind die Euler-Lagrange-Gleichungen zweiter Art? Welche Vorteile ergeben sich aus dem Lösen dieser Gleichung gegenüber der Newtonschen Mechanik?

$$0 = \partial_t \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} \quad (3)$$

- a) Zwangskräfte müssen nicht betrachtet werden
 - b) Keine Vektoren mehr
 - c) Zwangsbedingungen reduzieren direkt die Anzahl der Freiheitsgrade
 - d) Forminvarianz gegenüber Koordinatentransformationen
3. Was ist eine zyklische Koordinate? Nennen Sie ein mechanisches Beispiel in dem mindestens eine zyklische Koordinate vorkommt.

Eine Koordinate q_i ist dann zyklisch, wenn \mathcal{L} nicht von ihr abhängt. Dann ist der zugehörige Impuls

$$p_i = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \quad (4)$$

erhalten.

4. Was ist eine Ähnlichkeitstrafo und wie wird dadurch die Dynamik eines Systems beeinflusst? Geben Sie ein Beispiel für eine Ähnlichkeitstrafo.

Für Potentiale, die homogene Funktionen vom Grad k sind (d.h. $V(\alpha q_i) = \alpha^k V(q_i)$), gilt:

$$\mathcal{L}(\tilde{q}_i, \dot{\tilde{q}}_i, \tilde{t}) = \gamma \mathcal{L}(q_i, \dot{q}_i, t) \quad (5)$$

$$\tilde{q}_i = \alpha q_i \quad (6)$$

$$\dot{\tilde{q}}_i = \alpha^\delta \dot{q}_i \quad (7)$$

mit

$$\delta = 1 - \frac{k}{2} \quad (8)$$

Blatt 3

1. Was ist eine Eichtransformation? Kennen Sie ein Beispiel?
 - a) Symmetrietransformation von Eichfeldern
 - b) Ändern physikalische Begebenheiten (Kräfte, Bewegungsgleichungen) nicht
 - i. global: Transformation überall mit demselben Wert
 - ii. lokal: Eichtransformation ist durch Funktion gegeben und damit abhängig vom Ort oder der Zeit
 - c) Beispiel:
 - i. Elektrodynamik: Vektorpotential $\vec{A} = \vec{A}$

2. Was bedeutet der Satz "Die kinetische Energie ist eine quadratische Form."?
Quadratische Form allgemein:

$$T = \sum_{k,l} \frac{1}{2} m_i \dot{q}_i \dot{q}_l \quad (9)$$

Ist gegeben, wenn generalisierte Koordinaten nicht explizit zeitabhängig sind.

3. Wie bestimmen Sie den zu q_i konjugierten Impuls?

$$p_i = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \quad (10)$$

Wenn q_i zyklisch ist, dann ist p_i eine Erhaltungsgröße.

4. Welche drei qualitativ unterschiedlichen Bahnkurven gibt es beim Keplerproblem?
Welche Energie weisen diese jeweils auf?
Lösung des Keplerproblems:

$$r(\phi) = \frac{p}{1 + \epsilon \cos(\phi)} \quad (11)$$

$$p = \frac{L^2}{GM\mu^2} \quad (12)$$

Bahnkurven und Energien:

$$E_{\text{kin}} < E_{\text{pot}} \rightarrow \tilde{E} < 0 \begin{cases} \epsilon = 0 \rightarrow r = \text{const} & \text{Kreis} \\ 0 < \epsilon < 1 & \text{Ellipse} \end{cases} \quad (13)$$

$$E_{\text{kin}} > E_{\text{pot}} \rightarrow \tilde{E} > 0 \rightarrow \epsilon > 1 \quad \text{Hyperbel} \quad (14)$$

$$E_{\text{kin}} = E_{\text{pot}} \rightarrow \tilde{E} = 0 \rightarrow \epsilon = 1 \quad \text{Parabel} \quad (15)$$

Blatt 4

1. Was besagt das Noether-Theorem? Welche Anwendungsbeispiele fallen Ihnen ein?
Zu jeder kontinuierlichen Symmetrie gibt es eine Erhaltungsgröße. Ein Beispiel wäre die Eichinvarianz, welche zur Ladungserhaltung führt.
2. Welche 10 Erhaltungsgrößen ergeben sich für ein System von N Teilchen, die untereinander wechselwirken können?

Kontinuierliche Trafo	Erhaltungsgröße
Translation in der Zeit	Energie
Translation im Raum	Gesamtimpuls
Rotation im Raum	Drehimpuls
Galilei-Transformation	Schwerpunktserhaltung

3. Zwischen welchen zwei Arten von Randbedingungen für Kreisel können Sie im Allgemeinen unterscheiden?
Welche Dynamik vollführt der Kreisel unter den beiden in der vorherigen Aufgabe unterschiedenen Randbedingungen?

- a) Schwerer Kreisel (Präzession): Es wirkt ein äußeres Drehmoment $\vec{T} = \vec{R} \times \vec{F}_G$, meist konkreter Kreisel mit Auflagepunkt, auf den Schwerkraft wirkt. In der Regel reibungsfrei und symmetrisch ($I_1 = I_2$).
- b) Freier Kreisel (Nutation): Es wirkt kein externes Drehmoment ($\vec{T} = \vec{0}$), meist symmetrisch.

Blatt 5

1.

Blatt 6

1. Wann wird von der Umkehrung des Noether-Theorems gesprochen?

$$\{G, H\} = 0 \quad \& \quad \partial_t G = 0 \implies G \text{ ist eine Erhaltungsgröße.} \implies \underbrace{\text{Symmetrietrafo}}_{F_2(q, P) = \sum_k q_k P_k + \delta \epsilon G(q, p)} \quad (16)$$

2. Wie lauten die Hamilton-Jacobi-Gleichungen? Wie lautet das allgemeine Vorgehen und worauf reduziert sich das Problem?
3. In welchem Zusammenhang stehen Punkttransformationen, kanonische Transformationen und Reparametrisierungen? Welcher Formalismus lässt welche Transformationen zu?
4. Was ist Chaos in der Physik? Welche Kriterien müssen erfüllt sein, damit kein chaotisches Verhalten auftritt?
5. Bonus: Was bedeuten Lagrange, Laplace, Legendre und Poisson auf Deutsch?