

Tutorato Informatica - 9

Scrivete nome, cognome e matricola sul foglio che consegnate ai tutor.

Si considerino le seguenti regole di inferenza.

$$\begin{array}{c} \frac{}{\epsilon}[S0] \quad \frac{s}{n:s}(n \in \mathbb{N})[S1] \quad \frac{}{\mathbf{len}(\epsilon, 0)}[L0] \quad \frac{\mathbf{len}(s, k)}{\mathbf{len}((n:s), k+1)}[L1] \\[10pt] \frac{}{\mathbf{map}(f, \epsilon, \epsilon)}[M0] \quad \frac{\mathbf{map}(f, s, z)}{\mathbf{map}(f, (n:s), (f(n):z))}[M1] \end{array}$$

Le regole $[S0, S1]$ definiscono induttivamente l'insieme delle sequenze di naturali, indicato con S . La relazione $\mathbf{len} \in \mathcal{P}(S \times \mathbb{N})$ è definita da $[L0, L1]$. La relazione $\mathbf{map} \in \mathcal{P}((\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}) \times S \times S)$ è definita dalle regole $[M0, M1]$.

1. Si considerino le seguenti proprietà.

$$\begin{array}{l} 0) \quad \mathbf{len}(\epsilon, 0) \\ 1) \quad \forall s, k, n. \mathbf{len}(s, k) \implies \mathbf{len}((n:s), k+1) \end{array}$$

Indicando con \mathcal{R} l'insieme delle regole per \mathbf{len} , in quale dei modi seguenti possiamo riscrivere le proprietà di sopra, prese insieme, in modo equivalente?

$$\hat{\mathcal{R}}(\mathbf{len}) \subseteq \mathbf{len} \quad \hat{\mathcal{R}}(\mathbf{len}) = \mathbf{len} \quad \mathbf{len} \subseteq \hat{\mathcal{R}}(\mathbf{len})$$

Si giustifichi molto brevemente la risposta.

(Osservazione: le proprietà 0) e 1) di sopra, prese insieme, **non** costituiscono il principio di induzione su \mathbf{len} .)

2. Si dimostri la seguente proprietà.

$$\forall f \in (\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}), \forall s, z \in S, \forall k \in \mathbb{N}. \mathbf{map}(f, s, z) \wedge \mathbf{len}(s, k) \implies \mathbf{len}(z, k)$$

procedendo per induzione su $\mathbf{len}(s, k)$.