

# Esercizi aggiuntivi Tutorato 2

Riccardo Marchesin, Cesare Straffelini, Marco Girardi

Settembre 2022

## ATTENZIONE:

I seguenti esercizi sono proposti dai noi tutor, non dal professore.  
Quindi, ricordatevi che

1. Non sono necessari per la preparazione dell'esame.
2. Le difficoltà possono essere “sbilanciate”. Passate oltre se qualche punto vi sembra troppo difficile!
3. Alcuni sono volutamente vaghi perché pensati con l'obiettivo di suscitare discussione in classe durante il tutorato. Per lo stesso motivo in alcuni esercizi abbiamo aggiunto delle riflessioni meno tecniche e più filosofiche.
4. Questi fogli sono un work in progress. La speranza è che migliorino ogni anno. Se li trovate confusionari, se pensate si possa aggiungere qualcosa per migliorarli, se avete ogni tipo di consiglio: ditecelo!

## Insiemi periodici

1.
  - Gli insiemi dati come esempio nella scheda costituiscono tutti i possibili insiemi di periodo 3? In caso negativo dare ulteriori esempi.
  - Dare un esempio di un insieme  $A$ , periodico di periodo 4.  $A$  è periodico di periodo 12?
  - Scrivere in simboli la definizione dell'insieme  $\mathcal{P}_m \subseteq \mathcal{P}(\mathbb{Z})$  che contiene tutti gli insiemi periodici di periodo  $m$ .
  - L'insieme vuoto  $\emptyset$  è un insieme periodico? Se sì, di che periodo?
  - $\mathbb{Z}$  è un insieme periodico? Se sì, di che periodo?
  - Esistono insiemi periodici con periodo  $k$  che contengono solo elementi positivi? E che contengono solo elementi negativi?

- Mostrare che esistono insiemi periodici il cui complementare è periodico, ma anche che esistono insiemi periodici il cui complementare non lo è (vedi punto precedente)
- La proposizione "Tutti gli insiemi di periodo 4 sono infiniti" è vera? Come si potrebbe riscriverla in simboli?
- La proposizione "Esiste un periodo  $m \in \mathbb{N}$  tale che tutti gli insiemi di periodo  $m$  sono finiti" è vera? Come si potrebbe riscriverla in simboli?
- Dato  $A \in \mathcal{P}_m$ ,  $B \in \mathcal{P}_n$  mostrare che  $A \cap B$  è un insieme periodico.
- Mostare con un esempio che esistono insiemi  $A$  di periodo  $m$  e  $B$  di periodo  $n$ , con  $n \neq m$  tali che l'unione  $A \cup B$  non è periodica.