

Esercizi aggiuntivi: Tutorato 6

Riccardo Marchesin

September 2021

Nota: Tutti gli esercizi in questo foglio sono da considerarsi completamente opzionali, e sono stati pensati per chi, avendo già risolto quelli ufficiali, volesse esercitarsi con qualcos'altro.

Definiamo le relazioni $\mathcal{R}, \mathcal{S}, \mathcal{T} \in \mathcal{P}(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$.

$$\begin{aligned} \overline{\mathcal{R}(2, 10)}^{[R0]} \quad & \frac{\mathcal{R}(x, y) \quad \mathcal{R}(0, y)}{\mathcal{R}(x, 2y)}^{[R1]} \quad \frac{\mathcal{R}(x, x^2)}{\mathcal{R}(x, 2)}^{[R3]} \\ \overline{\mathcal{S}(2, 10)}^{[S0]} \quad & \frac{\mathcal{S}(x, y) \quad \mathcal{S}(0, y)}{\mathcal{S}(x, 2y)}^{[S1]} \\ & \overline{\mathcal{T}(2, 10)}^{[T0]} \end{aligned}$$

Notate che \mathcal{S} e \mathcal{T} sono ottenute rimuovendo progressivamente regole dalla definizione di \mathcal{R}

1. Dimostrare che $\mathcal{T} \subseteq \mathcal{S}$, e che $\mathcal{S} \subseteq \mathcal{R}$. Abbiamo trovato un caso particolare o questo genere di inclusioni accade sempre quando "rimuoviamo regole"?
Nota: non serve l'induzione per questo esercizio: vedete il teorema a pagina 67 del terzo blocco di slide.
2. Mostrare *per induzione* che $\mathcal{S} \subseteq \mathcal{T}$. Abbiamo trovato un caso particolare o questo genere di inclusioni accade sempre quando "rimuoviamo regole"?
3. Mostrare *per induzione* che $\mathcal{T} \subseteq \mathcal{S}$