Tutorato Informatica - 3

Scrivete nome, cognome e matricola sul foglio che consegnate ai tutor.

1. Si dimostri la seguente proposizione (in qualunque modo, anche senza usare le regole di introduzione/eliminazione).

   $((\forall x.\ (p(x) \Rightarrow \exists y.\ q(y))) \wedge (\forall z.\ (q(z) \Rightarrow \forall w.\ r(w)))) \Rightarrow (\forall t.\ (p(t) \Rightarrow r(t)))$

2. Sia $\mathbb{Z}$ l'insieme dei numeri interi e sia $m \in \mathbb{N}$. Un sottoinsieme P di $\mathbb{Z}$ si definisce *periodico di periodo* m se coincide con l'insieme ottenuto da P aggiungendo m ad ogni suo elemento. In altri termini:

   $$P = \{x + m \mid x \in P\}$$

   Per esempio alcuni insiemi di periodo $m = 3$ sono i seguenti:

   $$\{3y \mid y \in \mathbb{Z}\}, \quad \{3y + 1 \mid y \in \mathbb{Z}\}, \quad \{3y + 2 \mid y \in \mathbb{Z}\}$$

   Dimostrare che, se A e B sono due insiemi periodici di periodo m, allora anche $A \cup B$ e $A \cap B$ sono periodici di periodo m.

   Suggerimento: per dimostrare le uguaglianze insiemistiche, procedete dimostrando la doppia inclusione ($\subseteq$ e $\supseteq$).