

# Esercizi aggiuntivi 3

Riccardo Marchesin

Ottobre 2021

**Disclaimer** Questi esercizi sono puramente facoltativi, NON vanno consegnati. Per la maggior parte sono degli spunti di riflessione per cercare di capire meglio come sono fatti gli insiemi periodici descritti nell'esercizio 2, mentre alcuni sono esercizi di formalizzazione.

## Insiemi periodici

1. Gli insiemi dati come esempio nella scheda costituiscono tutti i possibili insiemi di periodo 3? In caso negativo dare ulteriori esempi.
2. Dare un esempio di un insieme  $A$ , periodico di periodo 4.  $A$  è periodico di periodo 12?
3. Scrivere in simboli la definizione dell'insieme  $\mathcal{P}_m \subseteq \mathcal{P}(\mathbb{Z})$  che contiene tutti gli insiemi periodici di periodo  $m$ .
4. L'insieme vuoto  $\emptyset$  è un insieme periodico? Se sì, di che periodo?
5.  $\mathbb{Z}$  è un insieme periodico? Se sì, di che periodo?
6. Esistono insiemi periodici con periodo  $k$  che contengono solo elementi positivi? E che contengono solo elementi negativi?
7. La proposizione "Tutti gli insiemi di periodo 4 sono infiniti" è vera? Come si potrebbe riscriverla in simboli?
8. La proposizione "Esiste un periodo  $m \in \mathbb{N}$  tale che tutti gli insiemi di periodo  $m$  sono finiti" è vera? Come si potrebbe riscriverla in simboli?
9. Mostare con un esempio che esistono insiemi  $A$  di periodo  $m$  e  $B$  di periodo  $n$ , con  $n \neq m$  tali che l'unione  $A \cup B$  è periodica.
10. Mostare con un esempio che esistono insiemi  $A$  di periodo  $m$  e  $B$  di periodo  $n$ , con  $n \neq m$  tali che l'unione  $A \cup B$  non è periodica.
11. (Impegnativo) Dato  $A \in \mathcal{P}_m$ ,  $B \in \mathcal{P}_n$  mostrare che  $A \cap B$  è un insieme periodico.