

## Tutorato Informatica - 5

**Scrivete nome, cognome e matricola sul foglio che consegnate ai tutor.**

1. Si consideri l'insieme  $X$  definito induttivamente dalle regole seguenti. Come insieme universo si prenda  $U = \mathbb{N}$  e si assuma che  $f, g$  siano due funzioni a valori naturali.

$$\frac{x}{4}[X0] \quad \frac{x}{f(x)}[X1] \quad \frac{x}{g(x,y)}[X2]$$

- (a) Si enunci il principio di induzione associato a  $X$ .
  - (b) Si dimostri che, se  $a \in X$  allora  $g(f(a), f(f(a))) \in X$  (non serve procedere per induzione).
2. Si consideri l'insieme  $Y$  definito induttivamente dalle regole seguenti (sull'universo  $U = \mathbb{N}$ ).

$$\frac{x}{5}[Y0] \quad \frac{x}{2x}[Y1] \quad \frac{x}{x+3y}[Y2]$$

- (a) Si enunci il principio di induzione associato a  $Y$ .
- (b) Si dimostri per induzione che, se  $a \in Y$  allora  $a = 5 \vee a \geq 10$ .