Tutorato Informatica - 3

Scrivete nome, cognome e matricola sul foglio che consegnate ai tutor.

1. Si dimostri la seguente proposizione (in qualunque modo, anche senza usare le regole di introduzione/eliminazione).

   $$((\forall x.\ (p(x) \Rightarrow \exists y.\ q(y))) \wedge (\forall z.\ (q(z) \Rightarrow \forall w.\ r(w)))) \Rightarrow (\forall t.\ (p(t) \Rightarrow r(t)))$$

2. Lo scopo dei seguenti esercizi è quello di farvi riflettere sulla differenza tra la relazione di inclusione tra insiemi $\subseteq$ e quella di appartenenza $\in$.

   (a) Si dimostri che esistono due insiemi A e B tali per cui $A \subseteq B$ ma $A \notin B$. (Prendete $A = B = \emptyset$.)

   (b) Si dimostri che esistono due insiemi C e D tali per cui $C \in D$ ma $C \nsubseteq D$. (Prendete $C = \{\emptyset\}, D = \{\{\emptyset\}\}$.)

3. Sia $\mathbb{Z}$ l'insieme dei numeri interi e sia $m \in \mathbb{N}$. Un sottoinsieme P di $\mathbb{Z}$ si dice *periodico di periodo* m se coincide con l'insieme ottenuto da P aggiungendo m ad ogni suo elemento. In altri termini, se soddisfa

   $$P = \{x + m \mid x \in P\}$$

   Per esempio alcuni insiemi di periodo $m = 3$ sono i seguenti:

   $$\{3y \mid y \in \mathbb{Z}\}, \quad \{3y + 1 \mid y \in \mathbb{Z}\}, \quad \{3y + 2 \mid y \in \mathbb{Z}\}$$

   Dimostrare che, se A e B sono due insiemi periodici di periodo m, allora anche $A \cup B$ e $A \cap B$ sono periodici di periodo m.

   Suggerimento: per dimostrare le uguaglianze insiemistiche, procedete dimostrando la doppia inclusione ($\subseteq$ e $\supseteq$).