

Versuch 10: Schwarzer Strahler

Robin Hoffmann*, Arik Bürkle†

12. Dezember 2023

Zusammenfassung

Wie hängt Strahlung und Temperatur zusammen? Eine einfache und doch komplexe Frage welche lange Zeit in der Physik unbeantwortet war. Erst um das Jahr 1900 wurde sie von Max Plank mit seinem Schwarzkörperstrahlungsgesetz beantwortet. In diesem Bericht befassen wir uns mit der Strahlung eines solchen Schwarzkörpers, um die aufgestellten Gesetze zu bestätigen.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Grundlagen und Theorie	1
2.1	Schwarzkörper	1
2.2	Plancksches Strahlungsgesetz und Stefan-Boltzmann-Gesetz	2
2.3	Lambertsche Kosinusgesetz	2
2.4	Statistische Fehlerrechnung	3
3	Experiment und Aufbau	3
3.1	Aufbau	3
3.2	Überprüfung des Stefan-Boltzmann-Gesetzes	4
3.3	Überprüfung des lambertschen Kosinusgesetzes	4
4	Ergebnisse	5
4.1	Auswertung der Daten zum Stefan-Boltzmann-Gesetz	5
4.2	Auswertung der Daten zum Lambertsche Kosinusgesetz	7
5	Diskussion und Schlussfolgerung	9

*robin.hoffmann@student.uibk.ac.at

†arik.buerkle@Student.uibk.ac.at

1 Einleitung

Die Strahlung von Objekten zu verstehen ist schon lange ein wichtiges Problem in den verschiedensten Teilbereichen der Physik, sei es das Arbeiten mit Röntgenstrahlen oder die Spektroskopie in der Astrophysik, die elektromagnetische Strahlung spielt überall eine Rolle. Umso wichtiger ist es zu wissen was für eine Strahlung von einem Körper abgegeben wird und wie diese mit der Temperatur des Körpers zusammenhängt. Der Schwarzkörper ist hierbei ein idealer Körper welcher kein Licht reflektiert sondern nur selber strahlt. Ein solcher Körper kann recht leicht realisiert werden, weshalb er sich gut eignet um in der Experimentalphysik Strahlung zu untersuchen. In diesem Versuch wurde sich mit zwei Gesetzen der Schwarzkörperstrahlung befasst. Zum einen soll gezeigt werden, dass das lambertische Cosinustgesetz gilt, welches besagt, dass die Strahlungsintensität vom Einfallswinkel des Lichts abhängig ist. Zum Anderen soll untersucht werden ob die Strahlungsintensität mit der vierten Potenz der Temperatur des Körpers wächst, was man unter dem Stefan-Boltzmannsches Gesetz versteht. Dazu wird ein Schwarzkörper durch einen Rohofen erhitzt und während dessen die Strahlungsleistung des Schwarzkörpers notiert. Dannach wird der Detektor um die Öffnung rotiert, um die Winkelabhängigkeit der Strahlung zu überprüfen.

In diesem Bericht wird zuerst kurz die Theorie des Schwarzkörpers erklärt, dann der Aufbau und die Durchführung des Versuchs dargestellt und zum Schluss die Ergebnisse präsentiert und ausgewertet.

2 Grundlagen und Theorie

Um das durchgeführte Experiment zu verstehen, benötigt man einige theoretischen Konzepten der Schwarzkörper, die in folgendem Abschnitt erläutert werden. Hierbei handelt es sich um bereits bekannte Gesetze der Strahlungstheorie, wie das planksche Strahlungsgesetz und das daraus folgende Stefan-Boltzmann-Gesetz. Des Weiteren wird das lambertsche Kosinustgesetz und zuletzt noch die verwendete Fehlerrechnung erklärt.

2.1 Schwarzkörper

Der Schwarzkörper ist in erster Linie ein theoretisches Konzept und wurde mitte des 19. Jahrhunderts von Gustav Robert Kirchhoff entwickelt[1]. Ein Schwarzkörper ist dabei ein Körper, welcher jegliches Licht was auf ihn einfällt absorbiert, sodass die Strahlung welche von ihm ausgeht lediglich von seiner eigenen Temperatur abhängt. In der Realität gibt es kein Material was diese Eigenschaft zu 100% erfüllt. Vanta Black, das Material mit dem besten Absorptionvermögen, kann zum Beispiel ganze 99,996% des einfallenden Lichts absorbieren, ist jedoch durch seine komplizierten materiellen Eigenschaften nicht für Versuche geeignet[2]. Leichter ist es ein Material zu verwenden was ca. 90% des Lichts absorbiert. In dieses wird ein Hohlraum mit einer kleinen Öffnung eingebaut. Durch die Öffnung dringt wenig Licht von außen ein und wird dann im Schwarzkörper mehrmals reflektiert. Hierbei wird bei jeder Reflektion 90% des einfallenden Lichts absorbiert. Dadurch erhält man schon nach drei Reflektionen im Schwarzkörper eine Absorption des einfallenden Lichts von etwa 99,9%, siehe Abb.1. Häufig braucht das Licht noch

weitere Reflexionen um den Schwarzkörper wieder zu verlassen weshalb ein solcher Aufbau ideal ist um einen Schwarzkörper zu simulieren, da die vom Körper ausgestrahlte Strahlung nicht durch Reflektion verfälscht wird sondern fast ausschließlich von der Temperatur abhängt.

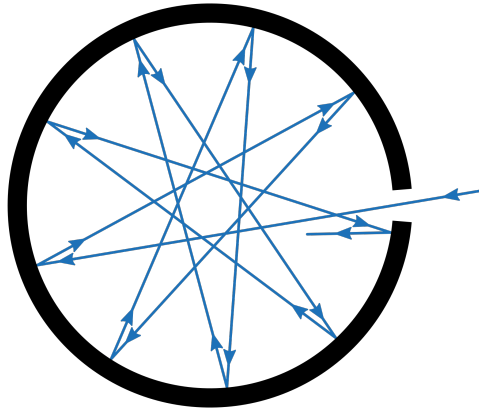


Abbildung 1: Schematischer Aufbau eines Schwarzkörpers mit eingezeichneten Reflektionsstrahlen des einfallenden Lichts.

2.2 Plancksches Strahlungsgesetz und Stefan-Boltzmann-Gesetz

Das plancksches Strahlungsgesetz beschreibt die abgegebene Leistung E eines Schwarzkörpers mit einer Temperatur T abhängig von der Wellenlänge λ . Es wurde theoretisch von Max Plank im Jahre 1900 mit Hilfe des Konzepts der gequantelten Strahlung hergeleitet[3]. Das plancksches Strahlungsgesetz wird durch folgende Formel beschrieben:

$$dE(\lambda, T) = \frac{2c^2 h}{\lambda^5} \frac{d\lambda}{e^{\frac{ch}{kT\lambda}} - 1} \quad (1)$$

Das Stefan-Boltzmann-Gesetz beschreibt die gesamte Leistung welche von einem Schwarzkörper abgegeben wird. Dies lässt sich mittels eines Integrals beschreiben:

$$\int_0^\infty dE(\lambda, T) = \sigma \cdot T^4 \quad (2)$$

Diese Leistung kann man in unserem Fall nicht direkt messen, da der Sensor auch Licht aus dem umliegenden Raum misst und dadurch die Ergebnisse verfälscht werden. Diese Verfälschung tritt jedoch nur als ein konstanter Faktor auf, welcher durch betrachten der ersten Ableitung eliminiert werden kann.

$$\frac{dE(\lambda, T)}{dT} = 4\sigma T^3 \quad (3)$$

Im folgenden Bericht soll dadurch die Richtigkeit des Stefan-Boltzmann-Gesetz überprüft werden.

2.3 Lambertsche Kosinusgesetz

Bei einem Schwarzkörperstrahler ist die emittiert Strahlung abhängig vom Einfallswinkel des Lichts zum Detektor[4]. Diese Abhängigkeit wird durch das lambertsche Kosinusgesetz folgender-

maßen beschrieben:

$$J(\theta) = J \cos(\theta) \quad (4)$$

Im zweiten Teil dieses Berichts gilt es dieses Gesetz zu überprüfen.

2.4 Statistische Fehlerrechnung

In diesem Bericht wird zur Bestimmung der Fehlerwerte die gaußsche Fehlerfortpflanzung verwendet, welche für alle bestimmten Größen mittels des Python uncertainties-Packges berechnet wurden. Außerdem werden Fit-Funktionen gebildet die auch einen Fehlerbereich besitzen, welcher die Genauigkeit der Fit-Funktion angibt.

3 Experiment und Aufbau

In folgendem Abschnitt wird zunächst der Versuchsaufbau erläutert, danach wird die Durchführung zur Überprüfung des Stefan-Boltzmann-Gesetzes und des lambertschen Kosinusetzes beschrieben.

3.1 Aufbau

Für die Durchführung des Versuchs wird ein möglichst idealer Schwarzkörper benötigt. Um diesen zu realisieren wurde ein schwarzer Hohlraum verwendet, welcher mittels eines Rohrofens(2) Abb.2 erhitzt wird. Zusätzlich ist an dem Rohrofen ein Thermometer(1) Abb.2 angeschlossen, sodass die Temperatur des Schwarzkörpers überwacht werden kann. An der Öffnung des Schwarzkörpers wird nun eine durch Wasser gekühlte Blende(4) Abb.2, mit dem Durchmesser $d = 2,0(1)$ cm angebracht, mit welcher die Größe der Öffnung unseres Schwarzkörpers reguliert werden kann. In einer Entfernung von $s = 13(1)$ cm wird dann eine Termosäule(5) Abb.2 mit einer Öffnungsgröße von $l = 2,5(1)$ cm platziert. In der Termosäule entsteht durch die einfallende Strahlung eine kleine Spannung, welche dann durch mehrere Reaktionen verstärkt wird. Diese Spannung kann dann mit einem Voltmeter(6) Abb.2 gemessen werden.

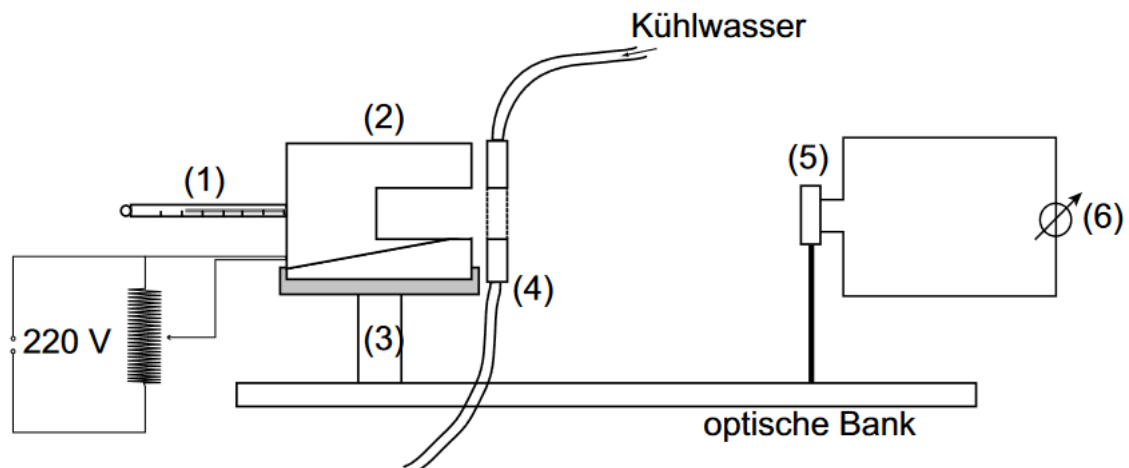


Abbildung 2: Versuchsaufbau des Schwarzkörper Strahlers mit Termosäule zum messen[5].

3.2 Überprüfung des Stefan-Boltzmann-Gesetzes

Um das Stefan-Boltzmann-Gesetz zu überprüfen wird nun der Rohofen eingeschaltet wodurch sich der Schwarzkörper langsam erhitzt. Durch das Thermometer kann dann die Temperatur des Schwarzkörpers abgelesen werden, wobei das Thermometer nur ganze Gradzahlen angeben kann, wodurch sich ein Fehler von $\delta T = 0,5 \text{ K}$ ergibt. Der Schwarzkörper soll nun von Raumtemperatur auf eine Endtemperatur von $T = 360^\circ\text{C}$ erhitzt werden. Dabei soll alle 5°C die gemessene Spannung von der Termosäule notiert werden. Der Fehler der gemessene Spannung δU ist hierbei durch die Steigung an dem jeweiligen Punkt gegeben.

3.3 Überprüfung des lambertschen Kosinusgesetzes

Als nächstes soll das lambertsche Kosinusgesetz überprüft werden, dazu wird die Termosäule nun näher an den Schwarzkörper gebracht $s = 8(1) \text{ cm}$, sodass weniger Strahlung von außen in die Termosäule eintreten kann und so die Verfälschung der Ergebnisse minimiert wird. Um nun die Änderung der Intensität in Abhängigkeit des Licht-Einfallswinkels zu bestimmen, ist die Termosäule auf einer Winkelscheibe montiert, wodurch der Einfallswinkel des Lichts verändert werden kann. In diesem Versuch wird nun zuerst die Termosäule um -45° ausgelenkt, danach wird in 5° -Schritten die resultierenden Spannungen notiert. Dieses Vorgehen wird solange wiederholt bis man die 45° -Marke auf der anderen Seite erreicht hat. Zur Fehlervermeidung und für eine größere Datenstückzahl wird der Versuch nun in die andere Richtung (also von 45° bis -45°) nochmal durchgeführt. Auf der Winkelscheibe ist der Winkel zu einem Grad genau eingetragen womit der Ablesefehler $\delta\theta = 0,5^\circ$ beträgt.

4 Ergebnisse

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der Versuche dargestellt und ausgewertet. Die gemessenen Daten können hierzu in der mitabgegebenen Csv-Datei gefunden werden. Hierbei gibt es unterschiedliche Methoden um die Daten der Versuche auszuwerten. In unserem Fall wurden die Gesetze mittels grafischen Darstellungen und anlegen von Fit-Funktionen mit Hilfe von Python überprüft.

4.1 Auswertung der Daten zum Stefan-Boltzmann-Gesetz

Um die Proportionalität zu T^4 zu überprüfen werden die gemessenen Daten in drei unterschiedlichen Diagrammen dargestellt. Als Erstes werden die Daten in einem Temperatur-Spannungs-Diagramm dargestellt diese sollen nun auf einer Fit-Funktion der vierten Potenz liegen, siehe Abb.3.

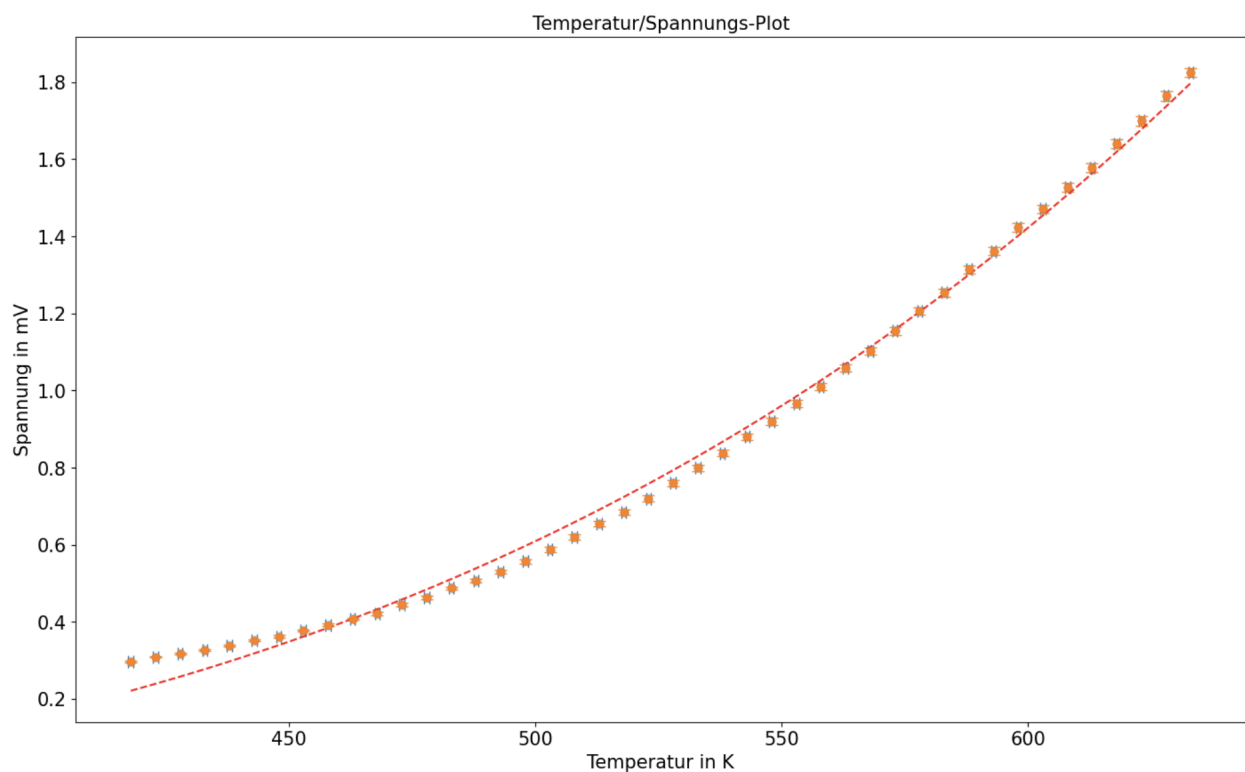


Abbildung 3: Das Diagramm zeigt die im Versuch gemessenen Daten. Auf der x-Achse ist die Temperatur des Schwarzkörpers und auf der y-Achse die zugehörige gemessene Spannung aufgetragen. Zum Datensatz wurde mittels Python eine passende Fitfunktion mit $U(T) = 1,212(12) \cdot 10^{-11} \frac{\text{mV}}{\text{K}^4} \cdot T^4 - 0,149(11) \text{mV}$ angelegt.

Die Genauigkeit der Fitfunktion kann anhand der Größe der Fehler erkannt werden. Hierbei sieht man, dass die Punkte sehr gut mit der Potenzfunktion zusammen passen, dies kann jedoch leicht trügen, da andere Potenzfunktionen bildlich genauso gut passen könnten. Um dies zu vermeiden betrachten wir die Werte auf einer logarithmischen Skala, wodurch die Potenzfunktion zu einer Geraden wird, da der Exponent dadurch vor den Logarithmus gezogen werden kann.

Somit müsste eine Gerade mit der Steigung 4 entstehen, siehe Abb.4.

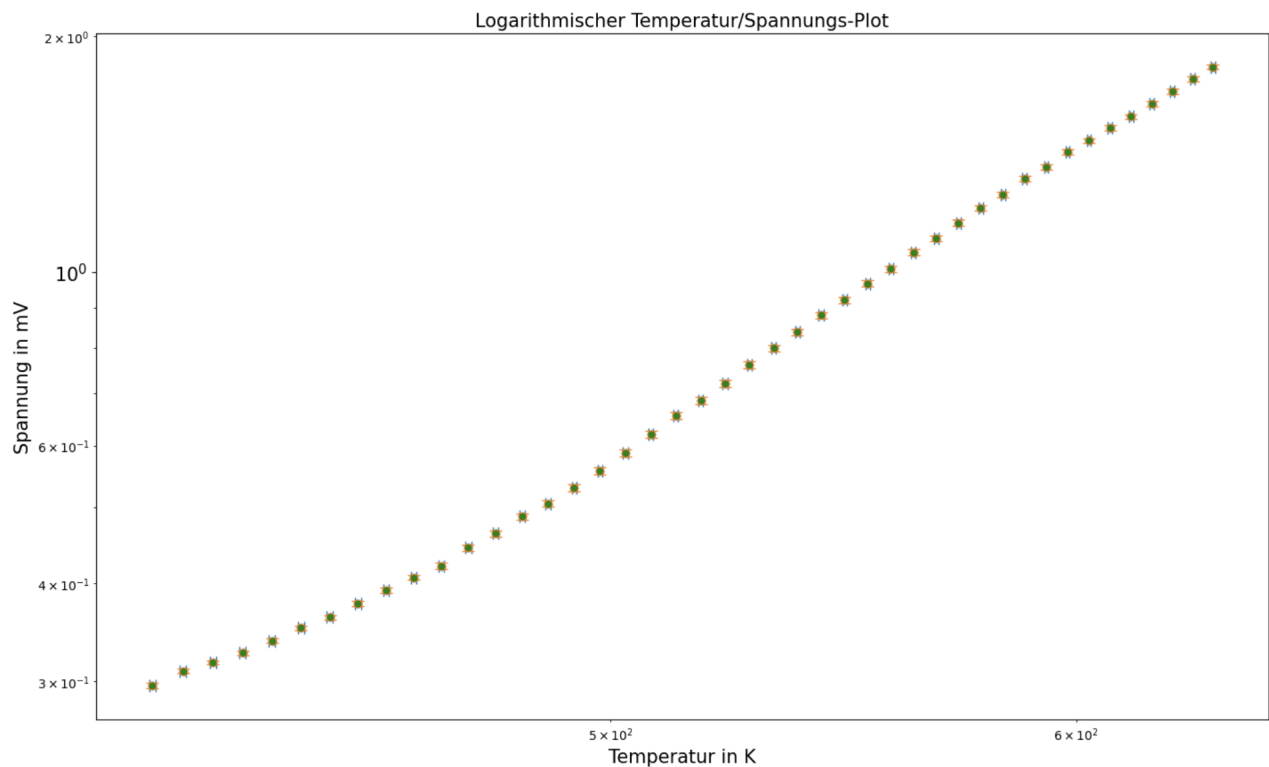


Abbildung 4: Das Diagramm zeigt die im Versuch gemessenen Daten in einem Koordinatensystem mit logarithmischen Skalen. Auf der x-Achse ist die Temperatur des Schwarzkörpers und auf der y-Achse ist die zugehörige gemessene Spannung aufgetragen.

Im entstandenen Diagramm kann man erkennen, dass die Daten nicht wirklich auf einer Geraden liegen. Dies kann darauf zurückgeführt werden, dass die Messung durch Sonnenlichteinstrahlung von außen gestört und die Daten verfälscht wurden. Diesen Störfaktor kann man erkennen, indem man die Steigung betrachtet, da sich die Strahlung im Raum eigentlich nicht verändern sollte. Leider wurde während des Versuches das Rollo hochgezogen, wodurch sich auch die Störstrahlung durch das zusätzliche Sonnenlicht verändert hat. Um diesen Fehler zu beseitigen betrachten wir im Folgenden nur noch Temperaturen über 220°C , da zum Zeitpunkt dieser Temperatur die Änderung der Störstrahlung erfolgte. In der folgenden Abb.5 wird deshalb die Steigung analysiert.

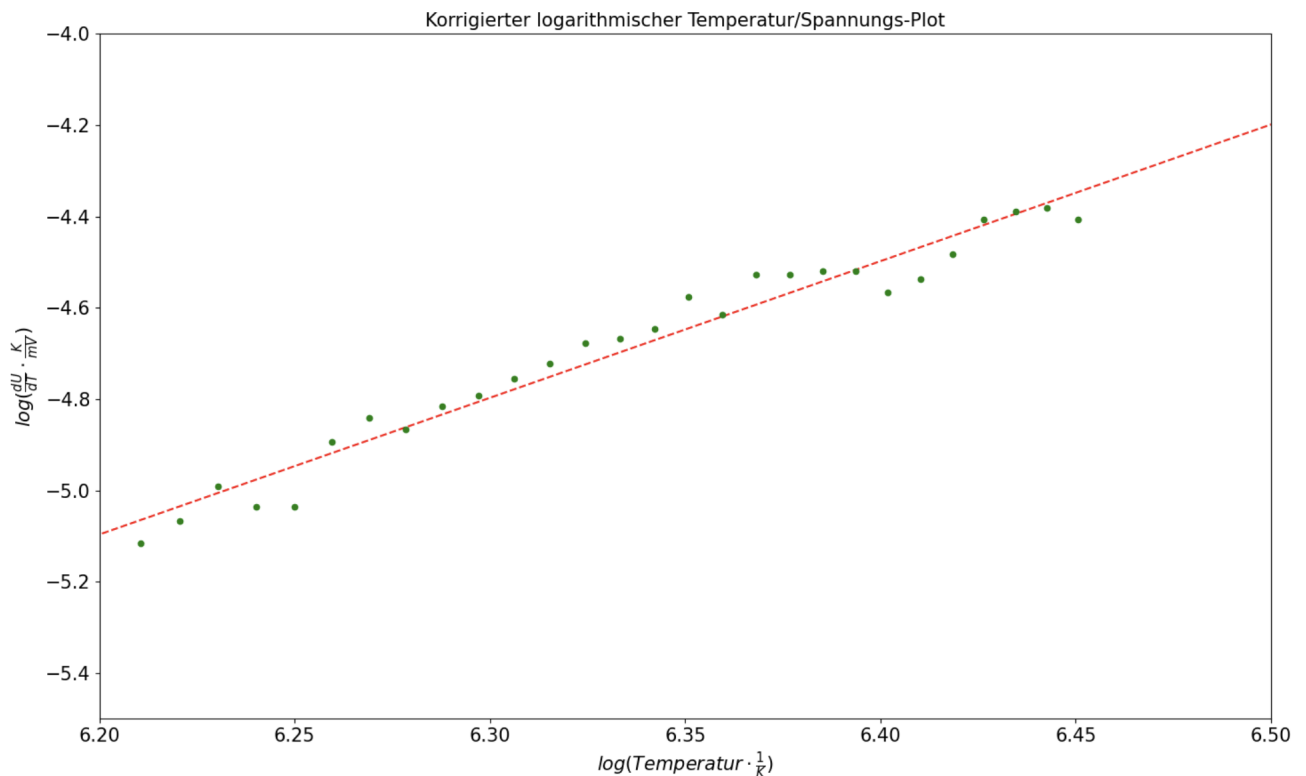


Abbildung 5: Das Diagramm zeigt die bereinigten Versuchsdaten in einem Koordinatensystem mit logarithmischen Skalen. Auf der x-Achse ist die Temperatur des Schwarzkörpers und auf der y-Achse ist die Steigung der Spannung aufgetragen. Des Weiteren ist eine lineare Fit-Funktion an die Daten angelegt mit: $\log\left(\frac{dU}{dT}\right) = 2,99(1) \cdot \log(T) - 23,6(5)$.

Da unsere Fit-Funktion einen sehr kleinen Fehlerbereich der Steigung aufweist, können wir diese als gut betrachten. Des Weiteren folgt daraus, dass die Steigung der Spannung proportional zur 3. Potenz ist, weshalb die Spannung selber proportional zur vierten Potenz sein muss. Somit ist gezeigt, dass das Stefan-Boltzmann-Gesetz erfüllt ist.

4.2 Auswertung der Daten zum Lambertschen Kosinusgesetz

Um das lambertsche Kosinusgesetz zu überprüfen, kann man unsere Messwerte in einem Koordinatensystem mit Polarkoordinaten auftragen. Es wird dann erwartet, dass die Daten auf einem Kreis liegen, welcher den Durchmesser der maximalen Spannung hat. Mit dieser Vorgehensweise erhält man folgendes Diagramm, siehe Abb. 6.

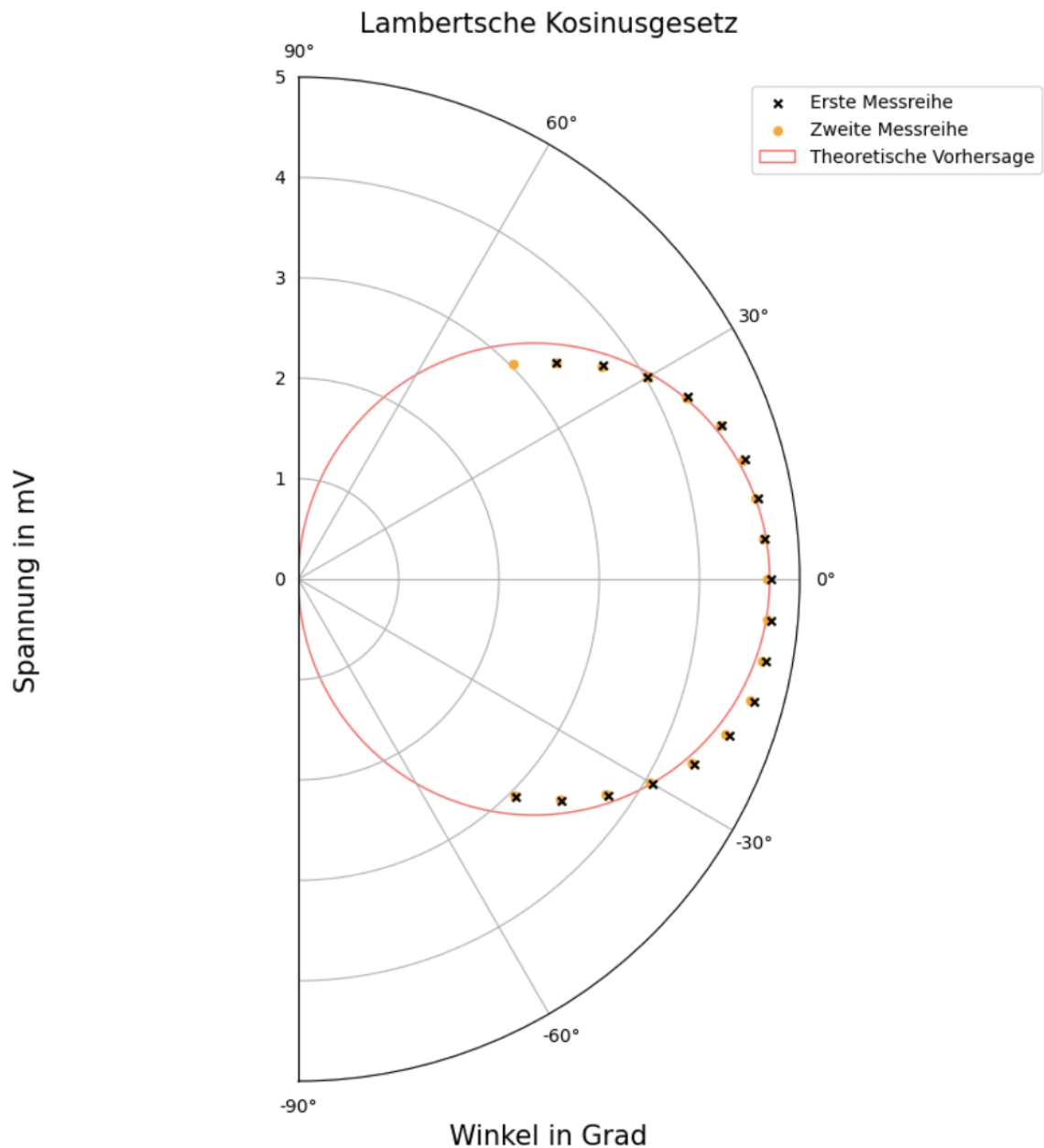


Abbildung 6: Das Diagramm zeigt die gemessenen Spannungen in einem Polar-Koordinatensystem in Abhängigkeit zum Einfallswinkel des Lichts. Auf der r-Achse ist die Spannung aufgetragen und auf der θ -Achse ist der Winkel der Messung aufgetragen. In dem Diagramm ist ein Kreis mit Durchmesser der maximalen Spannung eingetragen der die theoretische Vorhersage anngibt und als Referenz dient.

Es ist zu erkennen, dasss die Messwert sehr gut mit dem Kreis übereinstimmen. Der Kreis beschreibt hierbei die theoretische Vorhersage nach dem lambertsche Kosinusgesetz. Unter diesen Umständen lässt sich sagen, dass das Gestz mit unser Messung übereinstimmt und somit bestätigt werden kann.

5 Diskussion und Schlussfolgerung

In diesem Versuch sollte das Stefan-Boltzmann-Gesetz und das lambertsche Kosinusgesetz überprüft werden. Dazu wurde ein Schwarzkörper mittels Rohofen erhitzt. Während des Erhitzungsprozesses wurde die Spannung gemessen, welche direkt mit der Strahlungsleistung zusammenhängt. Mit diesen Daten wurde dann überprüft, ob sich die Spannung proportional zur vierten Potenz verhält, siehe Kap.2.2. Hierzu wurden die Daten logarithmisch dargestellt und mittels der Ableitung die systematischen Fehler entfernt, siehe Kap.4.1. Anhand dieser Messdaten konnte das Stefan-Boltzmann-Gesetz bestätigt werden.

Als zweites wurde die Termosäule um die Strahlungsquelle gedreht, womit das lambertsche Kosinusgesetz gezeigt werden sollte, siehe Kap.2.3. Zur Auswertung wurden die Daten in einem Polar-Koordinatensystem dargestellt und mit der theoretischen Vorhersagen in Form eines Kreis verglichen, siehe Kap.4.2. Anhand einer guten Übereinstimmung unserer Datenwerte und der theoretischen Vorhersage, konnten wir das lambertsche Kosinusgesetz bestätigen.

Aus unseren Ergebnissen kann man nun auch die Stefan-Boltzmann-Konstante σ bestimmen. Diese beschreibt den Zusammenhang zwischen der Temperatur des Körpers und der gesamten abgegebenen Strahlungsleistung. Da in unseren Daten die Leistung nur in einem kleinen Bereich von der Termosäule gemessen wurde, müssen wir zuerst wissen wie viel vom Raum durch diese abgedeckt wird. Dazu verwendet man den Raumwinkel, welcher genau dies beschreibt.

$$\Omega = 4\pi \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (5)$$

$$\tan(\theta) = \frac{r_{ter}}{s} \quad (6)$$

Dabei ist Ω der durch die Termosäule abgedeckte Raumwinkel und θ ist der Winkel des Kegels vom Blendenmittelpunkt zur Fläche der Termosäule. Mit diesem Raumwinkel kann man nun die Stefan Boltzmann Konstante bestimmen:

$$\sigma = \frac{U}{\epsilon \cdot T^4 \cdot \Omega} \quad (7)$$

dabei ist $\epsilon = [0,02 \frac{\text{mV}\cdot\text{m}^2}{\text{W}}; 0,04 \frac{\text{mV}\cdot\text{m}^2}{\text{W}}]$ die Empfindlichkeit der Termosäule. Daraus erhält man für die Stefan-Boltzmann-Konstante $\sigma = [1,0(2) \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}; 2,0(3) \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}]$ dies liegt nicht im Bereich des Literaturwertes von $\sigma_{lit} = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}$. Dies lässt auf eine fehlerhafte Berechnung oder einen weiteren unbekannten systematischen Fehler schließen. Das Aufnahmespektrum der Termosäule kann dafür keine Erklärung sein, da die Termosäule Licht in den Wellenlängen von $\lambda = [0,2 \mu\text{m}; 50 \mu\text{m}]$ aufnimmt. Dies entspricht einem Temperaturbereich von $T = [60 \text{ K}; 14\,500 \text{ K}]$. Die in unserem Versuch verwendeten Temperaturen liegen in diesem Bereich, wodurch keine Licht außerhalb der Empfindlichkeit liegt.

Literatur

- [1] Wikipedia. *Schwarzer Körper*. Online; Stand: 27. März 2023. Abgerufen am 19. April 2023. URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Schwarzer_K%C3%B6rper.

- [2] Wikipedia. *Vantablack*. Online; Stand: 2. März 2023. Abgerufen am 19. April 2023. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Vantablack>.
- [3] Wikipedia. *Plancksches Strahlungsgesetz*. Online; Stand: 10. April 2023. Abgerufen am 19. April 2023. URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Plancksches_Strahlungsgesetz.
- [4] Wikipedia. *Lambertsches Gesetz*. Online; Stand: 23. September 2022. Abgerufen am 19. April 2023. URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Lambertsches_Gesetz.
- [5] Gregor Weihs. *Grundpraktikum 2: Schwarzer Strahler*. Skript; Stand: 9. März 2016. Abgerufen am 19. April 2023.

Erklärung

Hiermit versichern wir, dass der vorliegende Bericht selbständig verfasst wurde und alle notwendigen Quellen und Referenzen angegeben sind.

Student 1	Datum

Student 2	Datum