

Versuch 4: Spezifische Ladung

Robin Hoffmann*, Arik Bürkle†

12. Dezember 2023

Zusammenfassung

Was ist die spezifische Ladung des Elektrons? Um dies zu beantworten wird der Versuch der Fadenstrahlröhre verwendet, bei dem ein Elektronenstrahl von einem homogenen Magnetfeld auf eine Kreisbahn gelenkt wird. Aus der Messung des Radius wird in diesem Bericht auf eine spezifische Ladung $e/m = 1,9(3) \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$ geschlossen.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Grundlagen und Theorie	1
2.1	Elektronenkanone	1
2.2	Ablenkung durch die Helmholtz-Spulen	2
2.3	Fadenstrahlrohr	3
2.4	Statistische Fehlerrechnung	3
3	Experiment und Aufbau	3
3.1	Aufbau	4
3.2	Durchführung	4
4	Ergebnisse	5
4.1	Auswertung der Daten zu Bestimmung der spezifischen Ladung	5
4.2	Systematische Fehler bei der Durchführung	7
5	Diskussion und Schlussfolgerung	8

*robin.hoffmann@student.uibk.ac.at

†arik.buerkle@student.uibk.ac.at

1 Einleitung

Das Elektron, eines der ersten entdeckten Elementarteilchen, war ursprünglich nur ein postulierter Träger der kleinstmöglichen Ladung. Heutzutage kennen wir sowohl die Masse als auch die Ladung des Elektrons, die durch zahlreiche Experimente bestimmt wurden. In diesem Bericht konzentrieren wir uns auf den Versuch mit der Fadenstrahlröhre zur Bestimmung der spezifischen Ladung des Elektrons. Dabei wird ein Elektronenstrahl mithilfe eines Magnetfeldes auf eine kreisförmige Bahn gelenkt. Dieser Versuch zählt neben dem Millikan-Versuch zu den wichtigsten Experimenten zur Charakterisierung des Elektrons, da er eine äußerst präzise und anschauliche Messung der spezifischen Ladung ermöglicht. Im folgenden Bericht wird der Versuch zur Bestimmung der spezifischen Ladung sowie die zugehörige Theorie detailliert beschrieben. Zudem werden unsere eigenen Versuchsdaten ausgewertet, die Ergebnisse erklärt und eine Schlussfolgerung gezogen.

2 Grundlagen und Theorie

Um das durchgeführte Experiment zu verstehen, ist es wichtig, das Verhalten eines Elektrons in einem Magnetfeld einer Helmholtzspule sowie in einem Plattenkondensator zu verstehen. Darüber hinaus ist auch die Funktionsweise des Fadenstrahlrohrs von Bedeutung.

2.1 Elektronenkanone

In einer Elektronenkanone wird an einen Glühdraht eine Spannung U_{term} angelegt, wodurch Elektronen vom Draht gelöst werden können. Diese freigesetzten Elektronen werden anschließend durch ein elektrisches Feld beschleunigt, das durch einen Plattenkondensator mit der Spannung U erzeugt wird. Dabei erhalten die Elektronen eine kinetische Energie $E = eU$, wobei e die Elementarladung darstellt. Mithilfe dieser Energie kann die Geschwindigkeit des Elektronenstrahls bestimmt werden.

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} \quad (1)$$

Durch eine kleine Öffnung kann der Elektronenstrahl aus dem Gehäuse austreten, wobei die Richtung des Strahls durch die Ausrichtung der Öffnung bestimmt wird. Der Aufbau einer Elektronenkanone ist in Abb.1 dargestellt.

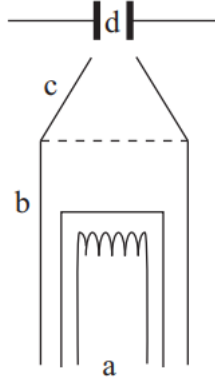


Abbildung 1: Der Aufbau der Elektronenkanone besteht aus folgenden Komponenten: (a) Der Glühdraht fungiert als Anode, von der aus Elektronen gelöst werden. (b) Das Gehäuse der Elektronenkanone, oft als Weneltzylinder bezeichnet, umgibt den Glühdraht und schützt die innere Umgebung vor äußeren Einflüssen. (c) Die Anode, auch als Beschleunigungselektrode bezeichnet, beschleunigt die freigesetzten Elektronen durch Anlegen einer Spannung. (d) Ablenkplatten dienen dazu, den Elektronenstrahl zu bündeln und in eine bestimmte Richtung zu lenken. Diese Informationen wurden dem Versuchsskript [1] entnommen.

2.2 Ablenkung durch die Helmholtz-Spulen

In diesem Versuch wurde eine Helmholtzspule verwendet, um ein Magnetfeld zu erzeugen, das die Elektronen ablenkt. Das Magnetfeld in der Spule ist nahezu homogen in z-Richtung. Die Stärke des Magnetfeldes wird durch die folgende Gleichung beschrieben:

$$H = \frac{8NI}{\sqrt{125}R} \quad (2)$$

Wobei N die Anzahl der Windungen der Spule ist, I der Strom, der durch die Spule fließt, und R der Radius der Spule.

Wenn sich das Elektron mit der Geschwindigkeit v durch das Magnetfeld bewegt, wirkt die Lorentzkraft radial auf die Geschwindigkeit \vec{v} und zwingt das Elektron auf eine Kreisbahn:

$$\vec{F}_L = -\mu_0 e \vec{v} \times \vec{H} \quad (3)$$

Dabei ist μ_0 die magnetische Feldkonstante, \vec{v} die Geschwindigkeit und \vec{H} das angelegte Magnetfeld. Wir nehmen nun an, dass der Elektronenstrahl perfekt rechtwinklig zum Magnetfeld ausgerichtet ist. Dadurch lässt sich die Formel etwas vereinfachen:

$$F_L = -\mu_0 e v \cdot H_z \quad (4)$$

Durch Gleichsetzen mit der Zentripetalkraft erhält man nun eine Abhängigkeit des Radius der Kreisbahn vom angelegten Magnetfeld. Dabei kann man die in Gleichung 1 bestimmte Geschwindigkeit einsetzen.

$$\frac{1}{H_z^2} = \frac{e}{m} \cdot \frac{\mu_0^2 r^2}{2U} \quad (5)$$

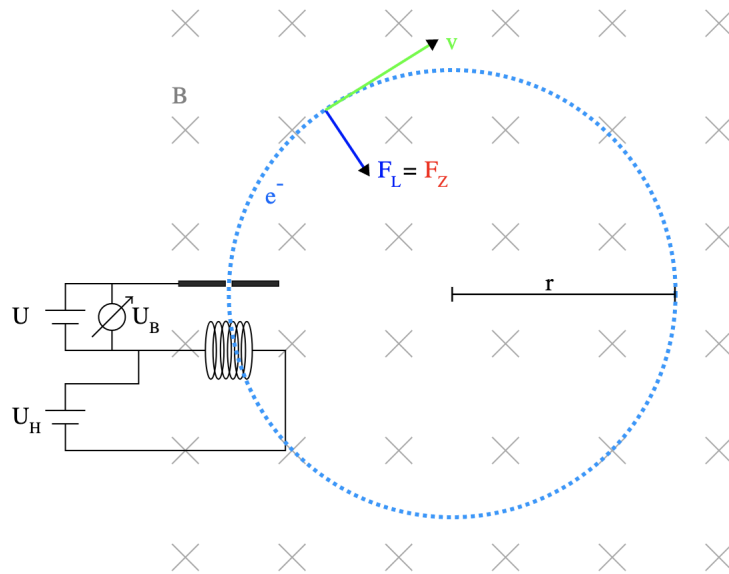


Abbildung 2: Die Darstellung des Verhaltens des Elektronenstrahls im homogenen Magnetfeld zeigt den Elektronenstrahl in blau mit der grün eingezeichneten Geschwindigkeit v . Zusätzlich ist die Lorentzkraft in Dunkelblau eingezeichnet, die den Strahl auf eine Kreisbahn mit dem Radius r zwingt.[2].

2.3 Fadenstrahlrohr

Das Fadenstrahlrohr enthält Wasserstoffgas, das durch den Elektronenstrahl ionisiert wird. Dadurch entsteht blaues Licht, aber der Elektronenstrahl wird auch leicht abgebremst, da beim Ionisierungsprozess etwas Energie verloren geht.

$$\Delta E = hf \quad (6)$$

Dieser Prozess führt zu einer leichten Abweichung vom idealen Ergebnis.

2.4 Statistische Fehlerrechnung

In diesem Bericht wird zur Bestimmung der Fehlerwerte die gaußsche Fehlerfortpflanzung verwendet, welche für alle bestimmten Größen mittels des Python uncertainties-Packges berechnet wurden. Außerdem werden Fit-Funktionen gebildet die auch einen Fehlerbereich besitzen, welcher die Genauigkeit der Fit-Funktion angibt.

3 Experiment und Aufbau

Im folgenden Abschnitt wird zunächst der Versuchsaufbau erläutert. Anschließend wird die Durchführung zur Bestimmung der spezifischen Ladung mithilfe des Fadenstrahlröhrenversuchs beschrieben.

3.1 Aufbau

Der Versuchsaufbau der Fadenstrahlröhre besteht aus einem Glaskolben, der mit Wasserstoff bei einem Druck von 1 Pa gefüllt ist. Der Wasserstoff dient dazu, die Elektronen sichtbar zu machen. Die Elektronen werden mithilfe eines Glühdrahts erzeugt, an den eine Spannung von $U_{\text{Term}} = 1 \text{ V}$ angelegt wird. Anschließend werden die Elektronen mithilfe einer Elektronenkanone beschleunigt, indem eine Spannung U angelegt wird (siehe Kapitel 2.1 für weitere Details).

Links und rechts neben dem Glaskolben befinden sich Helmholtz-Spulen mit einem Radius von $R = 16,2(2) \text{ cm}$. Diese erzeugen ein annähernd homogenes Magnetfeld im Glaskolben. Das Magnetfeld dient dazu, die Elektronen auf eine Kreisbahn abzulenken. In die Schaltung sind außerdem ein Voltmeter und ein Amperemeter integriert, um die angelegte Spannung U an der Elektronenkanone und den Strom I an den Helmholtz-Spulen, die das Magnetfeld erzeugen, zu messen. Den Schaltplan des Versuchsaufbaus kann man in Abb.3 einsehen. Eine schematische Darstellung der Flugbahn der Elektronen und des Magnetfelds im Glaskolben ist in Abb.2 zu sehen.

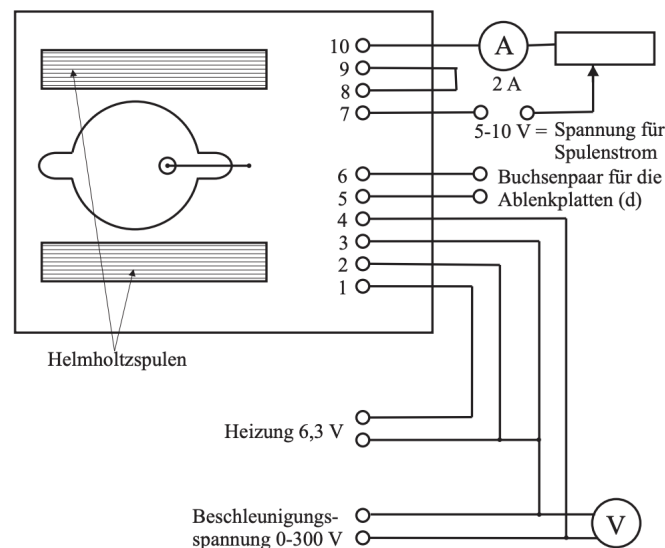


Abbildung 3: Aufbau der Fadenstrahlröhre mit Helmholtz-Spulen und Elektronenkanone, sowie der zugehörige Schaltplan [1].

3.2 Durchführung

Für die Durchführung des Versuchs wurden zwei Versuchsreihen mit konstanter Spannung durchgeführt: $U = 250,1(1) \text{ V}$ und $U = 300,0(1) \text{ V}$, wobei der Fehler aufgrund der Genauigkeit des Spannungsmessgeräts entsteht. Der Fokus lag auf der Variation des Stroms, um die Stärke des Magnetfelds zu regulieren. In der ersten Versuchsreihe wurde der Strom von $I = 1,346(5) \text{ A}$ bis $I = 2,297(5) \text{ A}$ variiert, während in der zweiten Versuchsreihe der Strom von $I = 1,567(5) \text{ A}$ bis $I = 2,546(5) \text{ A}$ variiert wurde. Der Fehler der Messung resultiert erneut aus der Messgenauigkeit des Messgeräts. Durch diese Variation des Stroms wurde eine Vergrößerung bzw. Verkleinerung der Elektronen-Kreisbahn beobachtet.

Um den entstehenden Radius für die verschiedenen Stromstärken zu bestimmen, wurde ein Spiegel hinter der Fadenstrahlröhre und eine Skala mit Schieberegler davor angebracht. Durch die Parallaxe, die zwischen der Elektronen-Kreisbahn im Spiegel und der im Glaskolben entsteht, konnte der Durchmesser relativ genau bestimmt werden. Dabei führte jeder Versuchsteilnehmer diese Messung mit beiden Augen einmal durch, um den Messfehler einzuschränken. Insgesamt wurden somit vier Messungen für den Durchmesser der Elektronen-Kreisbahn durchgeführt, aus denen der Mittelwert berechnet wurde. Es ist anzumerken, dass bei der Ablesung eine Genauigkeit von $\delta r = 0,1 \text{ cm}$ berücksichtigt wurde.

4 Ergebnisse

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse des Versuchs und die daraus gewonnenen Werte präsentiert. Diese werden anschließend in einem Graphen dargestellt. Mithilfe einer Fit-Funktion kann dann die spezifische Ladung des Elektrons bestimmt werden.

4.1 Auswertung der Daten zu Bestimmung der spezifischen Ladung

Nach der Durchführung des Versuchs wurden folgende Daten aufgezeichnet siehe Tabelle 1.

Tabelle 1: Messdaten

Spannung in V	Strom in A	d_1 in cm	d_2 in cm	d_3 in cm	d_4 in cm	\bar{r} in cm
250.1 ± 0.1	1.346 ± 0.005	10.4 ± 0.1	10.15 ± 0.05	10.1 ± 0.1	10.1 ± 0.1	5.09 ± 0.06
250.1 ± 0.1	1.433 ± 0.005	9.75 ± 0.05	9.65 ± 0.05	9.75 ± 0.05	9.6 ± 0.1	4.84 ± 0.03
250.1 ± 0.1	1.530 ± 0.005	9.3 ± 0.1	9.3 ± 0.1	9.2 ± 0.1	9.3 ± 0.1	4.64 ± 0.02
250.1 ± 0.1	1.665 ± 0.005	8.4 ± 0.1	8.3 ± 0.1	8.45 ± 0.05	8.4 ± 0.1	4.19 ± 0.03
250.1 ± 0.1	1.736 ± 0.005	8.15 ± 0.05	7.9 ± 0.1	7.8 ± 0.1	8.0 ± 0.1	3.98 ± 0.06
250.1 ± 0.1	1.838 ± 0.005	7.7 ± 0.1	7.7 ± 0.1	7.7 ± 0.1	7.4 ± 0.1	3.81 ± 0.06
250.1 ± 0.1	1.953 ± 0.005	6.65 ± 0.05	6.6 ± 0.1	6.9 ± 0.1	6.9 ± 0.1	3.38 ± 0.07
250.1 ± 0.1	2.038 ± 0.005	6.55 ± 0.05	6.7 ± 0.1	6.7 ± 0.1	6.7 ± 0.1	3.33 ± 0.03
250.1 ± 0.1	2.147 ± 0.005	6.3 ± 0.1	6.35 ± 0.05	6.3 ± 0.1	6.5 ± 0.1	3.18 ± 0.04
250.1 ± 0.1	2.297 ± 0.005	5.85 ± 0.05	5.8 ± 0.1	6.0 ± 0.1	6.2 ± 0.1	2.98 ± 0.08
300.0 ± 0.1	1.567 ± 0.005	9.8 ± 0.1	9.75 ± 0.05	9.8 ± 0.1	9.8 ± 0.1	4.89 ± 0.01
300.0 ± 0.1	1.640 ± 0.005	9.35 ± 0.05	9.2 ± 0.1	9.3 ± 0.1	9.35 ± 0.05	4.65 ± 0.03
300.0 ± 0.1	1.744 ± 0.005	8.6 ± 0.1	8.85 ± 0.05	8.7 ± 0.1	8.9 ± 0.1	4.38 ± 0.06
300.0 ± 0.1	1.837 ± 0.005	8.2 ± 0.1	8.05 ± 0.05	8.35 ± 0.05	8.15 ± 0.05	4.09 ± 0.05
300.0 ± 0.1	1.945 ± 0.005	8.0 ± 0.1	8.0 ± 0.1	7.9 ± 0.1	7.9 ± 0.1	3.98 ± 0.03
300.0 ± 0.1	2.050 ± 0.005	7.35 ± 0.05	7.4 ± 0.1	7.5 ± 0.1	7.3 ± 0.1	3.69 ± 0.04
300.0 ± 0.1	2.155 ± 0.005	6.6 ± 0.1	6.4 ± 0.1	6.9 ± 0.1	7.0 ± 0.1	3.36 ± 0.12
300.0 ± 0.1	2.244 ± 0.005	6.8 ± 0.1	6.85 ± 0.05	6.8 ± 0.1	6.7 ± 0.1	3.39 ± 0.03
300.0 ± 0.1	2.401 ± 0.005	6.15 ± 0.05	6.3 ± 0.1	6.25 ± 0.05	6.3 ± 0.1	3.13 ± 0.03
300.0 ± 0.1	2.546 ± 0.005	5.65 ± 0.05	5.85 ± 0.05	5.9 ± 0.1	5.6 ± 0.1	2.88 ± 0.06

Aus diesen Messwerten können sowohl die Magnetfeldstärke H_z als auch der mittlere gemessene Radius \bar{r} bestimmt werden. Anschließend können sie gemäß der in Gleichung 5 beschriebenen Beziehung in einem Diagramm dargestellt werden.

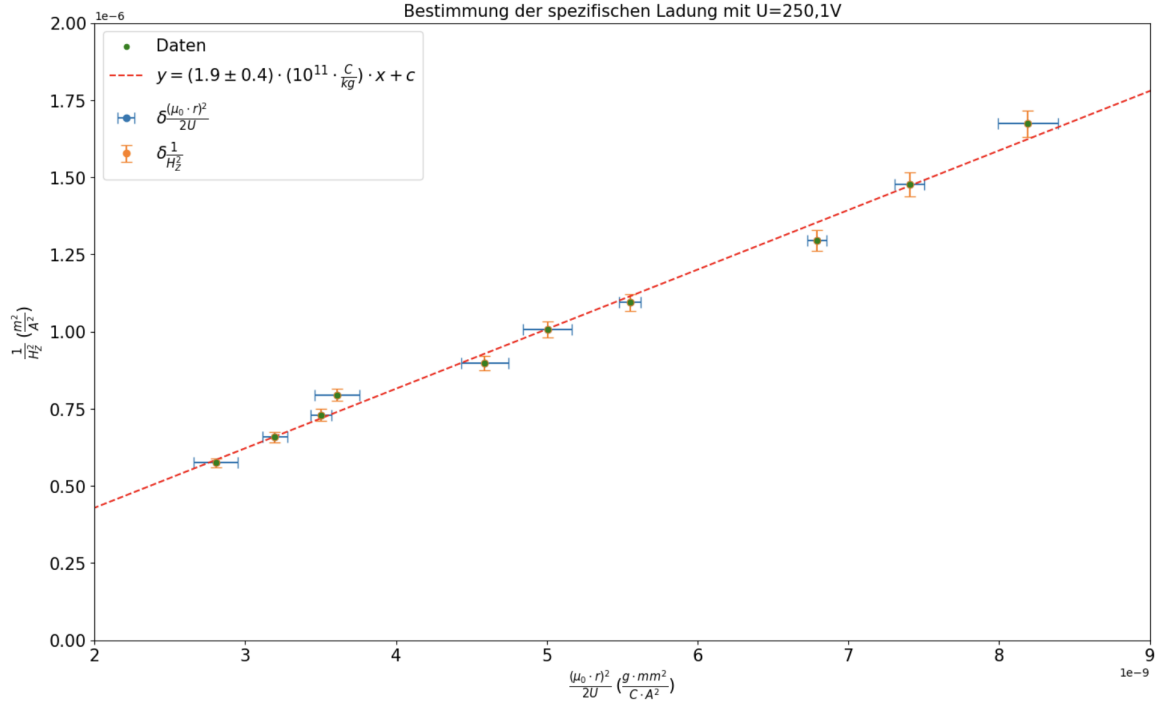


Abbildung 4: Das Diagramm zeigt die im Versuch ermittelten Daten für $U = 250,1(1)$ V. Auf der x-Achse ist der Radius quadriert zusammen mit den entsprechenden Vorfaktoren dargestellt, während auf der y-Achse das umgekehrte Quadrat des Magnetfelds aufgetragen ist. Mit Hilfe von Python wurde eine passende Fit-Funktion mit $f(x) = 1,9(4) \times 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \cdot x + c$ erstellt, um die Daten zu modellieren.

Anhand der beiden Abbildungen (Abb. 4 und Abb. 5) ist ersichtlich, dass unsere gemessenen Datenpunkte gut mit einer Geraden übereinstimmen. Dies wird qualitativ durch die Größe des Fehlers der Fit-Funktion bestätigt. Aus diesen Funktionen können wir die spezifische Ladung des Elektrons ablesen. Für eine Spannung von $U = 250,1(1)$ V erhalten wir eine spezifische Ladung von $e/m = 1,9(4) \cdot 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$, und für eine Spannung von $U = 300,0(1)$ V erhalten wir eine spezifische Ladung von $e/m = 1,9(3) \cdot 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$. Im Vergleich zum Literaturwert von $e/m = 1,7 \cdot 10^{11} \text{ Ckg}^{-1}$ [3] stimmen unsere gemessenen Ladungen innerhalb der Unsicherheit mit diesem Wert überein.

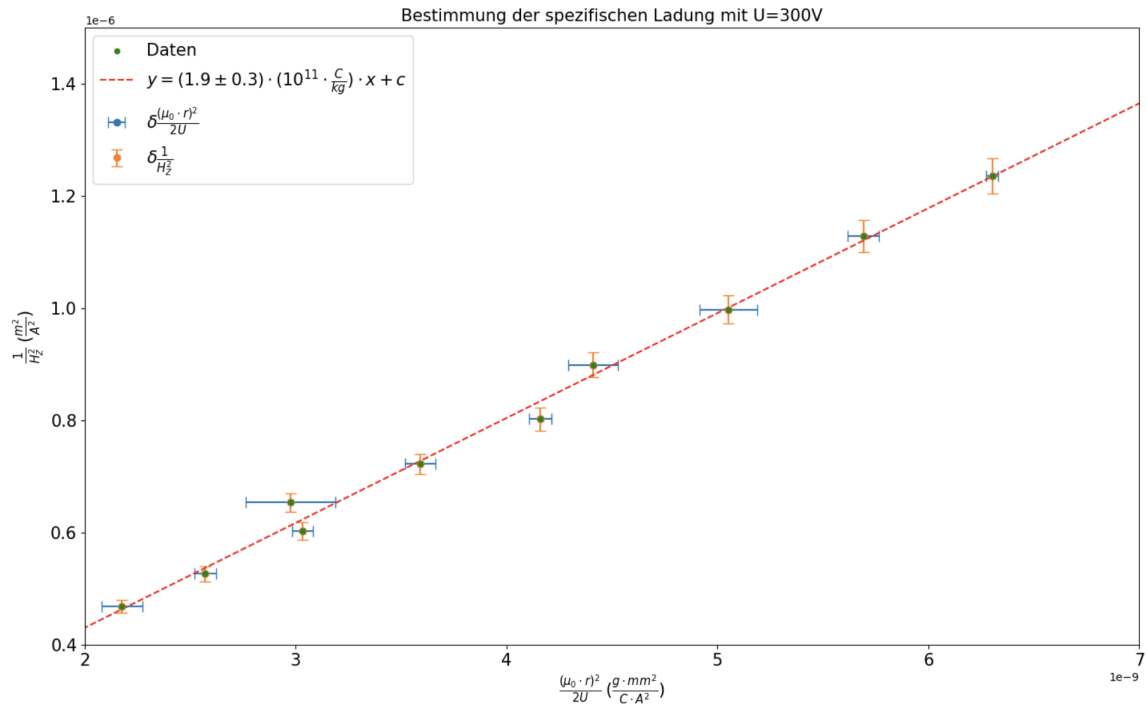


Abbildung 5: Das Diagramm zeigt die im Versuch ermittelten Daten für $U = 300(1)$ V. Auf der x-Achse ist der Radius quadriert zusammen mit den entsprechenden Vorfaktoren dargestellt, während auf der y-Achse das umgekehrte Quadrat des Magnetfelds aufgetragen ist. Mit Hilfe von Python wurde eine passende Fit-Funktion mit $f(x) = 1,9(3) \times 10^{11} \frac{C}{kg} \cdot x + c$ erstellt, um die Daten zu modellieren.

4.2 Systematische Fehler bei der Durchführung

Im Experiment konnten neben den üblichen statistischen Fehlern wie Ablesungenauigkeiten auch einige systematische Fehler identifiziert werden. Zwei Hauptquellen für systematische Fehler sind zu beachten.

Erstens, die Annahme eines homogenen Magnetfelds in der Helmholtzspule ist nur im Zentrum der Spule erfüllt und kann durch metallische Objekte in der Umgebung gestört werden. Dadurch kann das tatsächliche Magnetfeld von der erwarteten Homogenität abweichen.

Zweitens, die Annahme eines perfekt rechtwinkligen Elektronenstrahls zum Magnetfeld kann nicht garantiert werden. Dies bedeutet, dass die tatsächlich relevante Geschwindigkeit der Elektronen für den Versuch etwas geringer ist als die von der Elektronenkanone erzeugte Geschwindigkeit.

Neben diesen beiden Hauptfaktoren gibt es noch weitere Nebenfaktoren. Zum Beispiel ist das Glas des Fadenstrahlrohrs nicht gleichmäßig dick, was zu einer unterschiedlichen Beugung unseres Sichtfeldes für verschiedene Radien führen kann.

Des Weiteren wird der Elektronenstrahl sowohl durch Bremsstrahlung als auch durch die Anregung des Gases abgebremst, was bedeutet, dass der Elektronenstrahl an Energie verliert und der gemessene Radius dadurch kleiner wird.

Es ist wichtig, diese systematischen Fehler bei der Auswertung der Daten zu berücksichtigen und ihre Auswirkungen auf die Ergebnisse zu analysieren.

5 Diskussion und Schlussfolgerung

In diesem Versuch wurde die spezifische Ladung des Elektrons bestimmt, wobei ein Elektronenstrahl in ein möglichst homogenes Magnetfeld gebracht und der Radius der resultierenden Kreisbahn gemessen wurde. Dabei ergab sich eine spezifische Ladung von $e/m = 1,9(3) \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$, was mit dem Literaturwert von $e/m = 1,75 \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$ übereinstimmt und somit den erwarteten Messwert liefert.

Dennoch ist anzumerken, dass dieser Wert vermutlich von systematischen Fehlern beeinflusst wurde. Um eine genauere Bestimmung der spezifischen Ladung zu erhalten und die systematischen Fehlerquellen zu minimieren, wäre eine präzisere Messung erforderlich. Dies könnte beispielsweise durch die Entfernung oder Minimierung der genannten systematischen Fehlerquellen erreicht werden. Eine solche genauere Messung würde zu einer exakteren Bestimmung der spezifischen Ladung führen.

Literatur

- [1] Universität Innsbruck - Fakultät Experimentalphysik. *Grundpraktikum 2: Bestimmung der spezifischen Ladung von Elektronen mit Hilfe des Fadenstrahlrohres*. Skript; Stand: 20. April 2021. Abgerufen am 23. Mai 2023.
- [2] Laurens Spitzner. *Versuchsskizze Fadenstrahlrohr*. Online; Stand: 25. November 2015. Abgerufen am 23. Mai 2023. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Fadenstrahlrohr>.
- [3] Wikipedia. *Spezifische Ladung*. Online; Stand: 21. April 2022. Abgerufen am 23. Mai 2023. URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Spezifische_Ladung.

Erklärung

Hiermit versichern wir, dass der vorliegende Bericht selbständig verfasst wurde und alle notwendigen Quellen und Referenzen angegeben sind.

Arik Bürkle
Student 1

24.05.2023
Datum

Robin Hoffmann
Student 2

24.05.2023
Datum