Tecnológico de Costa Rica
Escuela de Física
Física General IV
Segundo Examen Parcial
II Semestre 2017

Instrucciones generales

- Dispone de **2 horas y 30 minutos** para realizar el presente examen, cuyo total de puntos es 52 y consiste de cuatro partes: selección única (5 ítemes), respuesta breve (2 ítemes), falso o verdadero (6 ítemes) y desarrollo (2 ítemes).
- Debe resolver el examen en un cuaderno de examen u hojas debidamente engrapadas. Utilice lapicero de tinta de color azul o negra. No utilice lápiz, bolígrafo borrable ni corrector, ya que si los usa no se aceptarán reclamos.
- Puede hacer uso únicamente del formulario que se le brinda y de calculadora científica no programable.
- Tiene derecho a que se le entregue el examen en los primeros 30 minutos después de iniciada la prueba, sin embargo, no tiene derecho a que se reponga el tiempo perdido por su llegada tardía.
- Puede retirarse del aula hasta después de 30 minutos de haberse iniciado el examen, antes no será permitido.

Ecuaciones y constantes importantes

$$K + m_0c^2 = E = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$E^2 = (pc)^2 + \left(m_0c^2\right)^2$$

$$p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c}$$

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c}(1-\cos\theta)$$

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2}\frac{Z^2}{n^2} = -\frac{Z^2}{n^2}(13{,}6\,\mathrm{eV})$$

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{Zme^2}n^2 = \frac{a_0n^2}{Z}$$

$$\langle f(x)\rangle = \textstyle\int_{-\infty}^{+\infty}\Psi^* f(x)\,\Psi\mathrm{d}x$$

$$\frac{-h^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \Psi U = ih\frac{\partial\Psi}{\partial t}$$

$$\frac{-h^2}{2m}\frac{\mathrm{d}\psi^2}{\mathrm{d}^2x} + U\psi = E\psi$$

$$v_{\mathrm{g}} = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}k}$$

$$v_{\mathrm{f}} = \frac{\omega}{k}$$

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\mathrm{sen}\theta$$

$$\frac{\mathrm{d}^2y(x)}{dx^2} = my(x) \to y(x) = Ae^{\sqrt{m}x} + Be^{-\sqrt{m}x}$$

$$E_n = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2mL^2}$$

$$E_n = \left(\frac{1}{2}+n\right)\hbar\omega$$

$$R_\infty = 1{,}097\,373\,2\times10^{7}\,\mathrm{m}^{-1}$$

$$h = 6{,}626\times10^{-34}\,\mathrm{J{\cdot}s} = 4{,}136\times10^{-15}\,\mathrm{eV{\cdot}s}$$

$$a_0 = 0{,}523\,\text{Å}$$

$$hc = 1240\,\mathrm{eV{\cdot}nm}$$

$$1\,\mathrm{eV} = 1{,}602\times10^{-19}\,\mathrm{J}$$

$$m_{\mathrm{p}} = 1{,}673\times10^{-27}\,\mathrm{kg} = 938{,}3\,\mathrm{MeV/c^2}$$

$$m_{\mathrm{e}} = 9{,}11\times10^{-31}\,\mathrm{kg} = 0{,}511\,\mathrm{MeV/c^2}$$

$$c = 3{,}0\times10^{8}\,\mathrm{m/s}$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}05\times10^{-34}\,\mathrm{J\,s\,rad^{-1}}$$

$$\epsilon_0 = 8{,}85\times10^{-12}\,\mathrm{F/m}$$

Primera parte: selección única (5 puntos en total: 1 punto para cada pregunta)

Elija la opción correcta para cada pregunta. Anote la opción elegida en el cuaderno de examen.

1. En el efecto Compton:

    (A) un electrón emite un fotón.
    (B) un fotón es absorbido por la superficie de un metal y desprende un electrón.
    (C) un fotón pierde enegía después de colisionar con un electrón, cuya velocidad no es comparable con la de la luz.
    (D) un fotón gana energía después de colisionar con un electrón, cuya velocidad no es comparable con la de la luz.

2. ¿Cuál es la energía cinética de un protón cuya longitud de onda es de 15,4 fm?

    (A) 80,5 MeV.
    (B) 3,45 MeV.
    (C) 6,34 MeV.
    (D) 6,90 MeV.

3. Según la interpretación de Max Born, la probabilidad de encontrar a una partícula en un posición espacial determinada:

    (A) es directamente proporcional a la amplitud de la función de onda.
    (B) nunca puede ser cero.
    (C) puede ser infinita en algunos puntos.
    (D) depende del cuadrado de la amplitud de la función de onda.

4. Una línea espectral de la serie de Lymann para el Hidrógeno, tiene una longitud de onda de 821 nm. ¿Cuál es la diferencia de energía entre los dos estados que dan origen a esta línea espectral?

    (A) 1,51 eV
    (B) $2{,}42 \times 10^{-19}$ eV
    (C) 1,51 keV
    (D) 1,02 MeV

5. ¿Por qué no es posible observar el caracter ondulatorio de una bola de béisbol con el experimento de la doble rendija?

   (A) La longitud de onda de De Broglie es muy larga.
   (B) La longitud de onda de De Broglie es muy pequeña.
   (C) Las bolas de béisbol son muy grandes como para utilizar el aparato de la doble rendija.
   (D) Las bolas de béisbol no puede ser aceleradas a velocidades cercanas a la luz.

Segunda parte: Respuesta breve (6 puntos en total)

Conteste breve (máximo 1/4 de página) y concisamente lo que se le pregunta.

6. (3 puntos) El núcleo de un átomo de oro contiene 79 protones. ¿Cómo se compara la energía necesaria para sacar por completo un electrón en el estado base de un átomo de oro, con la energía necesaria para sacar un electrón del nivel fundamental en un átomo de hidrógeno?

7. (3 puntos) Comente por qué el valor esperado de posición y momentum lineal es igual a cero para el oscilador armónico cuántico.

Tercera parte: Falso o Verdadero (6 puntos en total)

Indique si las siguientes premisas son falsas o verdaderas Transcriba la respuesta a su cuaderno de examen. Cada acierto vale 1 punto.

8. ( ) El experimento de Rutherford concluye que las partículas alfa se devuelven al colisionar con una lámina de oro debido a la repulsión por la existencia de regiones con concentraciones de carga positiva.

9. ( ) El modelo del átomo de Rutherford se encuentra en acuerdo con el modelo de Thomson.

10. ( ) El experimento con rayos catódicos dio origen al descubrimiento del protón.

11. ( ) Según el modelo atómico de Bohr, el electrón puede estar a cualquier distancia del núcleo dependiendo de la energía.

12. ( ) Louis de Broglie propuso que los electrones se pueden considerar como ondas confinadas en el espacio, alrededor del núcleo atómico.

13. ( ) El modelo Thomson falla cuando estudia la dispersión para ángulos grandes de partículas alfa que colisionan con una lámina de oro.

Cuarta parte: Desarrollo (35 puntos en total)

Resuelva de forma completa los siguientes problemas. Use esquemas y dibujos si lo considera necesario. Como parte del procedimiento, debe demostrar cualquier ecuación que utilice en la solución de los problemas, si es que no se encuentran en el formulario que incluye este examen. Los problemas resueltos sin procedimiento no otorgan puntos.

14. (10 puntos en total) Un átomo neutro de Litio tiene 3 electrones. Dos de estos son removidos, con lo que se obtiene un ión de Li^{++}.

    (A) (3 puntos) ¿Cuál es la longitud de onda más larga del fotón que puede absorber un electrón en el estado base del Li^{++}?

    (B) (3 puntos) ¿Cuánta energía se necesita para remover por completo un electrón del estado base del ión?

    (C) (4 puntos) Cuando el electrón se encuentra en el segundo estado excitado ($n = 3$), puede volver al estado base por una serie de procesos. Calcule las longitudes de onda todas las posibles emisiones que puede darse en cada proceso.

15. (25 puntos en total) Considere el comportamiento cuántico de una partícula, de masa m, que se mueve bajo la acción de los siguientes potenciales:

$$U(x) = \begin{cases} \infty & x < 0 \\ 0 & 0 < x < L \\ U_0 & L < x < 2L \\ \infty & x > 2L \end{cases}$$

Considere cuatro regiones, enumeradas de izquierda a derecha en el eje x. Además, se estudiará el caso cuando $E < U_0$.

(A) (4 puntos) Haga un bosquejo de la energía potencial por donde se mueve la partícula.

(B) (2 puntos) Escriba las soluciones de la función de onda para las regiones I y IV:

$$\psi_I(x) = \qquad\qquad \psi_{IV}(x) =$$

(C) (6 puntos) Escriba la ecuación de Schrödinger para las regiones II y III. ψ_{II} tiene que estar en términos de A,B y $k = \left(\frac{2mE}{\hbar}\right)^{1/2}$ y ψ_{III} tiene que estar en términos de C,D y $k' = \left(\frac{2m(U_0 - E)}{\hbar}\right)^{1/2}$

$$\psi_{II}(x) = \qquad\qquad \psi_{III}(x) =$$

(D) (3 puntos) Aplique las condiciones de frontera para ψ en $x = 0$ para encontrar A en términos de B.

(E) (3 puntos) Aplique las condiciones de frontera para ψ en $x = 2L$ para encontrar C en términos de D.

(F) (3 puntos) Aplique las condiciones de frontera para ψ en $x = L$ para expresar B en términos de D.

(G) (2 puntos) Explique (con palabras) cómo la condición de normalización permite calcular el valor de D.

(H) (2 puntos) Explique (con palabras) cómo la condición $\mathrm{d}\psi\left(x = L\right)/\mathrm{d}x$, le permite encontrar la energía E.