

# 1 Concetti di base

Questa sezione presenta i concetti di base di teoria delle categorie [...]

## 1.1 Categorie

**Definizione 1.1** (Categorie). Una *categoria*  $\mathcal{C}$  è composta da:

1. una collezione di *oggetti*  $Ob(\mathcal{C})$ ;
2. una collezione di *morfismi*  $Mor(\mathcal{C})$ ;
3. due operazioni che assegnano ad ogni morfismo  $f$  un oggetto  $dom f$ , detto *dominio* e un oggetto  $cod f$ , detto *codominio*, denotando con  $f : A \rightarrow B$  il fatto che  $dom f = A$  e  $cod f = B$ ; la collezione di tutti i morfismi da un oggetto  $A$  ad un oggetto  $B$  in  $\mathcal{C}$  è denotato con  $\mathcal{C}(A, B)$ ;
4. un operatore di composizione che assegna ad ogni coppia di morfismi  $f, g$  tali che  $dom g = cod f$ , un morfismo *composto*  $g \circ f : dom f \rightarrow cod g$ , tale da soddisfare

$$h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$$

per ogni  $f, g, h$  tali che  $dom g = cod f$  e  $dom h = cod g$ ;

5. per ogni oggetto  $A$ , un morfismo *identità*  $id_A : A \rightarrow A$  tale che:

$$id_B \circ f = f = f \circ id_A$$

per ogni  $f : A \rightarrow B$ .

[puntualizzazione sull'utilizzo improprio del termine "collezione" nella definizione].

Un primo esempio interessante è il seguente, nonché fonte di intuizioni per buona parte di questa presentazione della teoria delle categorie.

**Esempio 1.2.** La categoria **Set** è la categoria degli insiemi e delle funzioni totali tra essi. La composizione di morfismi corrisponde alla composizione di funzioni, e i morfismi identità corrispondono alle funzioni identità.