1 Concetti di di base

Questa sezione presenta i concetti di base di teoria delle cateogrie [...]

1.1 Categorie

Definizione 1 (Categorie)**.** Una *categoria* $\mathcal{C}$ è composta da:

1. una collezione di *oggetti* $Ob(\mathcal{C})$;
2. una collezione di *morfismi* $Mor(\mathcal{C})$;
3. due operazioni che assegnano ad ogni morfismo f un oggetto $dom\ f$, detto *dominio* e un oggetto $cod\ f$, detto *codominio*, denotando con $f : A \to B$ il fatto che $dom\ f = A$ e $cod\ f = B$; la collezione di tutti i morfismi da un oggetto A ad un oggetto B in $\mathcal{C}$ è denotato con $\mathcal{C}(A, B)$;
4. un operatore di composizione che assegna ad ogni coppia di morfismi f, g tali che $dom\ g = cod\ f$, un morfismo *composto* $g \circ f : dom\ f \to cod\ g$, tale da soddisfare
$$h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$$
per ogni f, g, h tali che $dom\ g = cod\ f$ e $dom\ h = cod\ f$;
5. per ogni oggetto A, un morfismo *identità* $id_A : A \to A$ tale che:
$$id_B \circ f = f = f \circ id_A$$
per ogni $f : A \to B$.

[puntualizzazione sull'utilizzo improprio del temine "collezione" nella definizione].

Un primo esempio interessante è il seguente, nonché fonte di intuizioni per buona parte di questa presentazione della teoria delle categorie.

Esempio 1. La categoria **Set** è la categoria degli insiemi e delle funzioni totali tra essi. La composizione di morfismi corrisponde alla composizione di funzioni, e i morfismi identità corrispondono alle funzioni identità.