

Пусть $r(n)$ – кол-во укорененных деревьев с n листьями, $u(n)$ – кол-во неукорененных, укоренение – выбор ребра, поэтому $r(n) = e(n)u(n)$, где $e(n)$ – кол-во ребер в двоичном дереве с n листьями, $e(2) = 1, e(n+1) = e(n) + 2$, т.к. новый лист встраивается в дерево с добавлением 2 ребер

$$r(n) = e(n)u(n)$$

$$e(n) = 2(n-2) + 1 = (2n-3)$$

$$r(n) = (2n-3)u(n)$$

Посчитаем теперь $u(n+1)$, хотим добавить новый лист куда-то в дерево, выберем корень, подвесим новый лист к корню, кол-во способов выбрать корень мы уже посчитали, это $e(n) = 2n-3$

$$u(n+1) = (2n-3)u(n) = r(n)$$

Учитывая изначальные значения для дерева с 2 листьями $u(2) = 1, r(2) = 1$, получаем:

$$r(n) = (2n-3)(2n-5)(2n-7)\dots(2n-(2n-1))$$

$$u(n) = (2n-5)(2n-7)(2n-9)\dots(2n-(2n-1))$$