

---

HOJA DE TRABAJO NO. 4  
FUNDAMENTOS DE OPTIMIZACIÓN NO RESTRINGIDA

---

1. Considere el problema de optimización no restringida:

$$\min_{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2} f(x_1, x_2) = (x_2 - x_1^2)(x_2 - 2x_1^2).$$

Muestre que las FONC y SONC se satisfacen en el punto  $(0, 0)^T$ .

2. Considere la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que

$$f(x) = 3x^3 + 7x^2 - 15x - 3.$$

- a) Encontrar todos los puntos estacionarios (stationary points) de la función  $f$  y determine si estos son mínimos locales, máximos locales o ninguno de los anteriores. Justifique su respuesta citando el teorema utilizado.
- c) Utilice cualquier software para “resolver” los problemas de optimización sin restricciones  $\min_{x \in \mathbb{R}} f(x)$  y  $\max_{x \in \mathbb{R}} f(x)$ . ¿Tiene la función  $f$  un mínimo global y un máximo global? justifique su respuesta.

3. Considere la función  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  tal que

$$f(x_1, x_2) = 8x_1^2 + 3x_1x_2 + 7x_2^2 - 25x_1 + 31x_2 - 29.$$

- a) Encontrar todos los puntos estacionarios (stationary points) de la función  $f$  y determine si estos son mínimos locales, máximos locales o ninguno de los anteriores. Justifique su respuesta citando el teorema utilizado.
- b) Determine si la función  $f$  es convexa (*Ayuda:* Utilice la caracterización de segundo orden para una función convexa).
- c) ¿Qué puede decir acerca de la *solución global* del problema de optimización  $\min_{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2} f(x_1, x_2)$ ? ¿existe? ¿es única?
- d) Verifique su trabajo utilizando cualquier software para resolver el problema de optimización  $\min_{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2} f(x_1, x_2)$ .