

Conversione tra Coordinate Geodetiche e Coordinate ENU

Autore: Riccardo Pogliacomi

1 Introduzione

Le coordinate geodetiche, comunemente rappresentate da latitudine, longitudine e altitudine, sono ampiamente utilizzate per la localizzazione su superficie terrestre. Tuttavia, per applicazioni ingegneristiche e di navigazione, può essere utile convertire queste coordinate in un sistema di riferimento cartesiano locale, come le coordinate **East-North-Up (ENU)**. Questo articolo esplorerà il processo di conversione tra queste due rappresentazioni.

2 Coordinate Geodetiche

Le coordinate geodetiche sono definite come segue:

- **Latitudine (ϕ)**: misura l'angolo nord o sud dall'equatore (in gradi).
- **Longitudine (λ)**: misura l'angolo est o ovest dal meridiano di Greenwich (in gradi).
- **Altitudine (h)**: distanza sopra il livello del mare (in metri).

3 Sistema di Coordinate ECEF

Per convertire le coordinate geodetiche in coordinate ENU, prima dobbiamo trasformarle in coordinate ECEF (Earth-Centered, Earth-Fixed), le quali sono rappresentate come segue:

$$\begin{aligned}x &= (N + h) \cos(\phi) \cos(\lambda) \\y &= (N + h) \cos(\phi) \sin(\lambda) \\z &= (N(1 - e^2) + h) \sin(\phi)\end{aligned}$$

dove N è il raggio di curvatura nel primo verticale, calcolato come:

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2(\phi)}}$$

e le costanti a e e^2 sono definite come:

$$\begin{aligned}a &= 6378137.0 \text{ m} \quad (\text{semiasse maggiore dell'ellissoide WGS84}) \\e^2 &= \frac{f(2 - f)}{f} \quad (\text{eccentricità al quadrato})\end{aligned}$$

dove f è lo schiacciamento dell'ellissoide definito da $f = \frac{1}{298.257223563}$.

4 Conversione in Coordinate ENU

Le coordinate ENU sono un sistema di coordinate locali, dove:

- **East** (E): direzione est.
- **North** (N): direzione nord.
- **Up** (U): direzione verticale (verso l'alto).

Per convertire le coordinate ECEF in ENU rispetto a un punto di riferimento specifico $(\phi_{ref}, \lambda_{ref}, h_{ref})$, utilizziamo la seguente procedura:

4.1 Passaggio 1: Calcolo delle Coordinate ECEF del Punto di Riferimento

$$\begin{aligned}x_{ref} &= (N_{ref} + h_{ref}) \cos(\phi_{ref}) \cos(\lambda_{ref}) \\y_{ref} &= (N_{ref} + h_{ref}) \cos(\phi_{ref}) \sin(\lambda_{ref}) \\z_{ref} &= (N_{ref}(1 - e^2) + h_{ref}) \sin(\phi_{ref})\end{aligned}$$

4.2 Passaggio 2: Calcolo delle Differenze

Calcoliamo le differenze delle coordinate ECEF rispetto al punto di riferimento:

$$\begin{aligned}\Delta x &= x - x_{ref} \\ \Delta y &= y - y_{ref} \\ \Delta z &= z - z_{ref}\end{aligned}$$

4.3 Passaggio 3: Matrice di Rotazione

Costruiamo la matrice di rotazione per convertire le coordinate ECEF in ENU:

$$R = \begin{bmatrix} -\sin(\lambda_{ref}) & \cos(\lambda_{ref}) & 0 \\ -\sin(\phi_{ref}) \cos(\lambda_{ref}) & -\sin(\phi_{ref}) \sin(\lambda_{ref}) & \cos(\phi_{ref}) \\ \cos(\phi_{ref}) \cos(\lambda_{ref}) & \cos(\phi_{ref}) \sin(\lambda_{ref}) & \sin(\phi_{ref}) \end{bmatrix}$$

4.4 Passaggio 4: Conversione Finale

Infine, calcoliamo le coordinate ENU:

$$\begin{bmatrix} E \\ N \\ U \end{bmatrix} = R \cdot \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix}$$

5 Conclusione

La conversione tra coordinate geodetiche e coordinate ENU è fondamentale per molte applicazioni in ingegneria, navigazione e geodesia. Comprendere questa trasformazione consente di utilizzare efficacemente i dati geodetici in sistemi di coordinate locali.