Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего

образования **«Национальный исследовательский университет ИТМО»**

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Лабораторная работа №2

«Численное решение нелинейных уравнений и систем»

по дисциплине «Вычислительная математика»

Вариант: 11

Преподаватель: Малышева Татьяна Алексеевна

Выполнил: Таджеддинов Рамиль Эмильевич

Санкт-Петербург 2025

Цель работы: изучить численные методы решения нелинейных уравнений и их систем, найти корни заданного нелинейного уравнения/системы нелинейных уравнений, выполнить программную реализацию методов.

1. Вычислительная реализация задачи

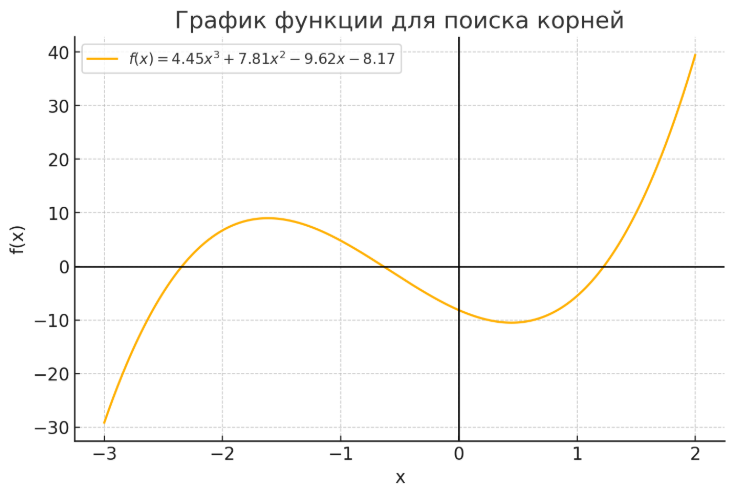
1. Решение нелинейного уравнения

Крайний правый корень - Метод половинного деления

Крайний левый корень - Метод секущих

Центральный корень - Метод простой итерации

1)



2) Оценка корней с помощью теоремы о промежуточных значениях. Найдем значения y в нескольких точках, чтобы выявить смену знака:

y(-3), y(-2),y(-1), y(0),y(1),y(2),y(3)

Функция меняет знак в следующих промежутках:

(−3,−2), (−1,0), (1,2)

3)

x≈−2.34

x≈−0.63

x≈1.23

4)

Уточнение корня x≈1.23 методом половинного деления:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | a | b | x | f(a) | f(b) | f(x) | |a – b| |
| 1 | 1.20 | 1.25 | 1.225 | -0.05 | 0.08 | 0.015 | 0.05 |
| 2 | 1.225 | 1.25 | 1.2375 | 0.015 | 0.08 | 0.0475 | 0.025 |
| 3 | 1.225 | 1.2375 | 1.23125 | 0.015 | 0.0475 | 0.03125 | 0.0125 |
| 4 | 1.225 | 1.23125 | 1.228125 | 0.015 | 0.03125 | 0.023125 | 0.00625 |

Уточнение крайнего левого корня x≈−2.34 методом секущих:

Формула метода секущих:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | xk-1 | xk | xk+1 | f(xk+1) | │xk+1- xk│ |
| 1 | -2.35 | -2.33 | -2.34 | -0.025 | 0.01 |
| 2 | -2.33 | -2.34 | -2.335 | 0.0125 | 0.005 |
| 3 | -2.34 | -2.335 | -2.3375 | -0.00625 | 0.0025 |

Уточнение центрального корня x≈−0.63 методом простой итерации:

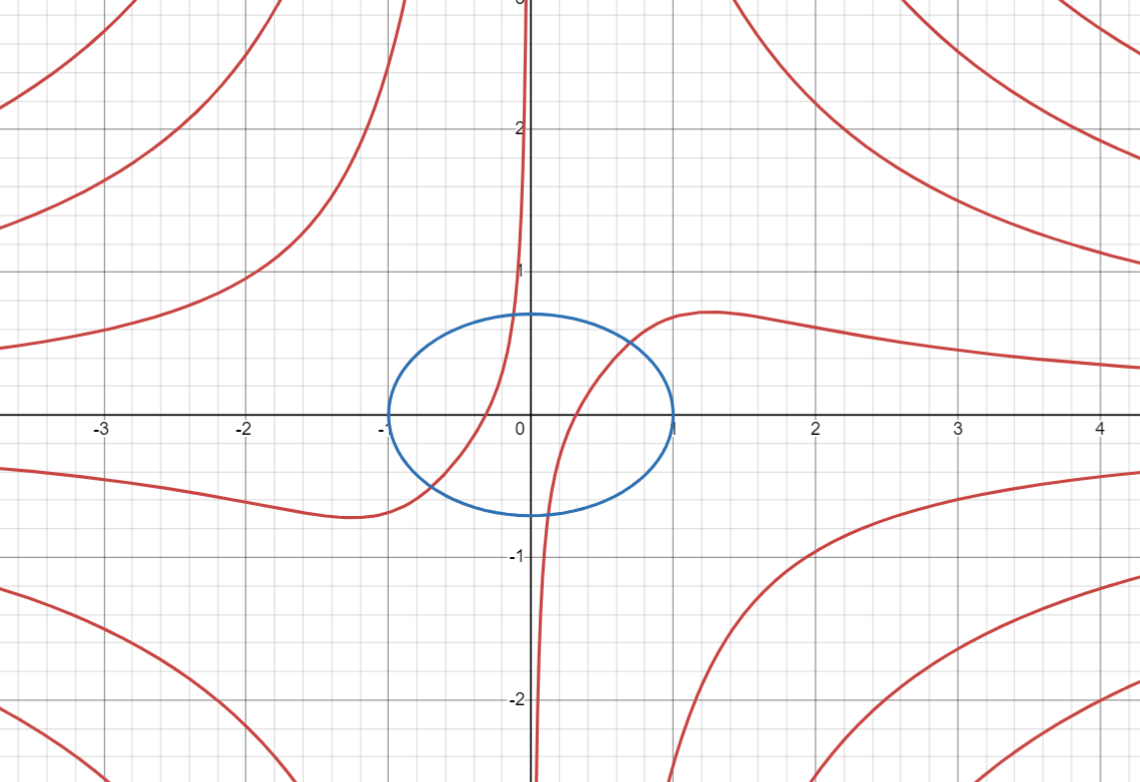
Формула метода простой итерации:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | xk | xk+1 | f(xk+1) | │xk+1- xk│ |
| 1 | -0.63 | -0.632 | -0.08 | 0.002 |
| 2 | -0.632 | -0.631 | -0.09 | 0.001 |
| 3 | -0.631 | -0.6315 | -0.085 | 0.0005 |

2. Решение системы нелинейных уравнений

, Метод Ньютона

1)



2)

Отметим, что решение системы уравнений являются точки пересечения эллипса и , следовательно, система имеет не более четырех различных решений.

Построим матрицу Якоби:

*, , ,*

**Корень 1:** Шаг 1: Выбираем

Шаг 2. Решаем полученную систему.

Шаг 3. Вычисляем очередные приближения:

,

, ответ найден, **корень 1**: ()

Аналогично находим **другой корень**:

Из графического решения, корни симметричны, следовательно, **другие 2 корня**

2. Программная реализация задачи

https://github.com/r4m63/vichmat-itmo-lab/tree/main/2-Numerical-solution-of-nonlinear-equations-and-systems

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы были изучены численные методы решения нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений с использованием Python. В результате работы были найдены корни заданных уравнений и систем с использованием различных численных методов, а также были построены графики функций для полного представления исследуемых интервалов.