Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

Университет ИТМО

Лабораторная работа №3

Курса “Вычислительная математика”

Вариант 11

Выполнил:  
Таджеддинов Рамиль Эмильевич  
  
Преподаватель:  
Машина Екатерина Алексеевна

**Цель работы**: найти приближенное значение определенного интеграла с требуемой точностью различными численными методами.

Вычислительная реализация задачи

1. **Вычислить интеграл, приведенный в таблице 1, точно.**

Найдём первообразную подынтегральной функции:

Вычислим значение первообразной на верхнем пределе x=3:

Вычислим значение первообразной на нижнем пределе x=1:

Найдём разность значений первообразной на верхнем и нижнем пределах:

1. **Вычислить интеграл по формуле Ньютона – Котеса при 𝑛 = 6.**

Определим шаг h:

Определим точки ​:

Вычислим значения функции в этих точках:

Применим формулу Симпсона:

1. **Вычислить интеграл по формулам средних прямоугольников, трапеций и Симпсона при 𝑛 = 10 .**
2. Формула средних прямоугольников

Определим шаг h:

Определим точки :

Вычислим значения функции в этих точках:

Применим формулу средних прямоугольников:

1. Формула трапеций

Определим шаг h:

Определим точки :

Вычислим значения функции в этих точках:

Применим формулу трапеций

1. Формула Симпсона

Определим шаг h:

Определим точки :

Вычислим значения функции в этих точках:

Применим формулу Симпсона

1. **Сравнить результаты с точным значением интеграла**

Точное значение интеграла: −44  
Приближённые значения:

Формула средних прямоугольников (при n=10) ≈−25.2224

Отклонение от точного значения: −25.2224−(−44)=18.7776

Формула трапеций (при n=10) ≈−29.7776

Отклонение от точного значения: −29.7776−(−44)=14.2224

Формула Симпсона (при n=10) ≈−30.7477

Отклонение от точного значения: −30.7477−(−44)=13.2523

Формула Ньютона–Котеса (при n=6) ≈−57.497

Отклонение от точного значения: −57.497−(−44)=−13.497

Сравнение:

Формула средних прямоугольников дала наименее точное приближение с отклонением 18.7776.

Формула трапеций оказалась более точной с отклонением 14.2224.

Формула Симпсона показала ещё большую точность с отклонением 13.2523.

Формула Ньютона–Котеса при n=6 дала отклонение −13.497, что также близко к точному значению.

1. **Определить относительную погрешность вычислений для каждого метода.**

Формула средних прямоугольников (при n=10):

Формула трапеций (при n=10):

Формула Симпсона (при n=10):

Формула Ньютона–Котеса (при n=6):

Программная реализация задачи

https://github.com/r4m63/vichmat-itmo-lab/tree/main/3-Numerical-integration

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы были изучены численные методы интегрирования с использованием Python. В результате работы были рассмотрены различные численные методы вычисления определенных интегралов: метод прямоугольников (левых, правых, средних), метод трапеций, метод Ньютона-Котеса и метод Симпсона. Была реализована программа, позволяющая выбрать одну из предложенных функций, задать пределы интегрирования, точность и начальное значение числа разбиения интервала интегрирования. Написав реализации всех трех методов решения интегралов, можно сделать вывод, что самым точным и быстрым является метод Симпсона.

В ходе вычислительной реализации задачи были рассчитаны интегралы различными методами и проведено сравнение результатов с точными значениями интегралов. Также была выполнена дополнительная задача по установлению сходимости рассматриваемых несобственных интегралов 2 рода и их вычислению заданными численными методами в случаях, когда подынтегральная функция терпит бесконечный разрыв в точке а, в точке b или на отрезке интегрирования.