

VARIANTE DE MASINI TURING

1. MT cu 3 “deplasari”
2. MT cu mai multe benzi
3. MT nedeterministe

VARIANTE DE MASINI TURING

Observatie

O MT poate fi descrisa in 3 moduri:

- formal:

sunt date complet $Q, \Sigma, \Gamma, \delta$;

- la nivelul implementarii MT:

se utilizeaza limba naturala pt a defini:

- modul in care se deplaseaza cursorul,

- modul de memorare a informatiei de pe banda de lucru;

- la nivelul cel mai inalt:

se utilizeaza limba naturala pt a descrie un algoritm, ignorand complet modul de implementare a acestuia.

VARIANTE DE MASINI TURING

MT cu 3 deplasari

Fie $MT = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_a, q_r)$ unde:

$$\delta : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{ L, R \};$$

Fie $MT' = (Q', \Sigma, \Gamma, \delta', q'_0, q'_a, q'_r)$ unde:

$$\delta' : Q' \times \Gamma \rightarrow Q' \times \Gamma \times \{ L, R, S \};$$

$$\delta'(q_i, a) = (q_j, b, S)$$

$$\delta(q_i, a) = (q_k, b, R), \delta(q_k, b) = (q_j, b, L)$$

=> Cele 2 modele sunt computational echivalente dar:

- e nevoie de cate o stare auxiliara suplimentara;
- sunt necesare 2 tranzitii in loc de una

VARIANTE DE MASINI TURING

1. MT cu 3 “deplasari”
 2. MT cu mai multe benzi
 3. MT nedeterministe
-

VARIANTE DE MASINI TURING

Definitia 1

O MT cu mai multe benzi este o MT standard

$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_a, q_r)$ care:

- (i) are $n \geq 1$ benzi de lucru si $n \geq 1$ cursoare corespunzatoare;
- (ii) initial prima banda contine secventa de intrare iar celelalte $n-1$ benzi sunt vide;
- (iii) $\delta : Q \times \Gamma^n \rightarrow Q \times \Gamma^n \times \{ L, R, S \}^n$,
 $\delta(q_i, a_1, a_2, \dots, a_n) = (q_j, b_1, b_2, \dots, b_n, L, R, S, L, \dots, S).$

VARIANTE DE MASINI TURING

Teorema 1

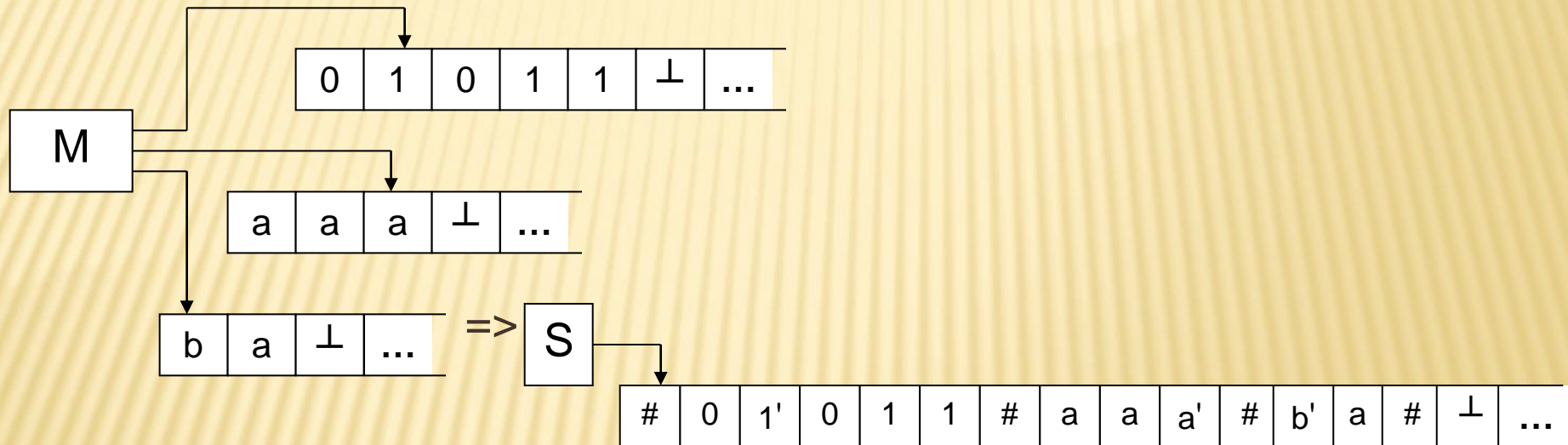
$\forall M = MT$ cu mai multe benzi \Rightarrow
 $\exists S = MT$ standard a.i. $L(S) = L(M)$

ideea demonstratiei

Fie $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_a, q_r)$ o MT cu $n \geq 2$ benzi si
 $S = (Q', \Sigma', \Gamma', \delta', q'_0, q'_a, q'_r)$ o MT standard.

VARIANTE DE MASINI TURING

Exemplu:



\Rightarrow (i) un simbol aditional #, pt delimitator;

(ii) $\forall \alpha \in \Gamma \rightarrow \exists \alpha' \in \Gamma'$

\Rightarrow S devine o MT cu mai multe benzi si cursoare virtuale.

VARIANTE DE MASINI TURING

demonstratie

S = "Fie secventa de intrare $w=w_1w_2...w_k \in \Sigma^*$:

1. S isi formateaza banda de intrare pt a reprezenta cele n benzi ale M, la momentul initial:

$\#w_1'w_2w_3...w_k\#\perp'\#\perp'\#.....\#\perp'\#\perp$

banda 1

banda 2

banda 3....banda n

VARIANTE DE MASINI TURING

2. S scanează unica sa bandă de la primul delimitator # până la cel de-al $(n+1)$ lea delimitator # în scopul de a determina simbolurile aflate în dreptul cursoroarelor virtuale

Apoi, S mai face o parcurgere pentru a actualiza benzile virtuale conform definiției funcției de tranziție a lui M;

3. Dacă S deplasează unul dintre cursoroarele virtuale la dreapta unui delimitator #, aceasta înseamnă că M a mutat cursorul corespunzător peste porțiunea vidă a benzii respective. \Rightarrow S:

- depune simbolul special \perp în celula respectivă de pe unica sa bandă,
- deplasează conținutul benzii sale, de la acea celulă până la cel mai din dreapta delimitator #, cu o celulă la dreapta

Apoi, continuă simularea ca mai sus.”

VARIANTE DE MASINI TURING

Corolar 1

$\forall L \subseteq \Sigma^*$ este Turing-recunoscut \Leftrightarrow

\exists o MT cu mai multe benzi, M , a.i. $L = L(M)$.

demonstrație

“ \Rightarrow ”

\forall MT standard este o MT cu mai multe benzi trivială ($n = 1$).

“ \Leftarrow ”

Fie $M \in \text{MT}$, M are mai multe benzi: $L = L(M)$;

Cf. Teoremei 1, $\exists S \in \text{MT}$ standard, echivalentă cu M ;

$\Rightarrow L = L(S)$.

VARIANTE DE MASINI TURING

1. MT cu 3 “deplasari”
 2. MT cu mai multe benzi
 3. MT nedeterministe
-

VARIANTE DE MASINI TURING

- MTN \approx AFN, APDN;
- Modelul de calcul: arbore;
- MTN accepta secventa de intrare \Leftrightarrow
cel putin una dintre ramurile arborelui are ca eticheta a frunzei o configuratie de acceptare.

Definitia 2

O **MT nedeterminista** este o MT standard

$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_a, q_r)$ unde:

$\delta : Q \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma \times \{L, R\})$.

VARIANTE DE MASINI TURING

Teorema 2

$\forall N = \text{MT nedeterminista} \Rightarrow$

$\exists S = \text{MT standard a.i. } L(S) = L(N)$

ideea demonstratiei

Fie N o MT nedeterministă;

este suficient să construim o MT, M , cu trei benzi care să simuleze N deoarece,

conform Teoremei 1, vom putea apoi să construim o MT standard, S , care să o simuleze pe M .

VARIANTE DE MASINI TURING

- M va incerca toate ramurile de calcul posibile ale N;
- daca va ajunge vreodata in starea q_a atunci M recunoaste secventa de intrare, altfel simularea nu se va termina
- Cautarea unei configuratii de acceptare efectuata de M in arborele lui N:

1. DEPTH FIRST;

2. BREADTH FIRST

cazul (1): exploram in adancime o ramura infinita si ignoram una valida....

cazul (2): sigur vom examina toate nodurile arborelui pana gasim configuratia de acceptare.

VARIANTE DE MASINI TURING

demonstratie

Fie $\delta_N : Q \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma \times \{L, R\})$ functia de tranzitie a lui N

Notam $b = \max\{ \text{card}(A) \mid A \in \mathcal{P}(Q \times \Gamma \times \{L, R\}) = \text{codom}(\delta_N) \}$

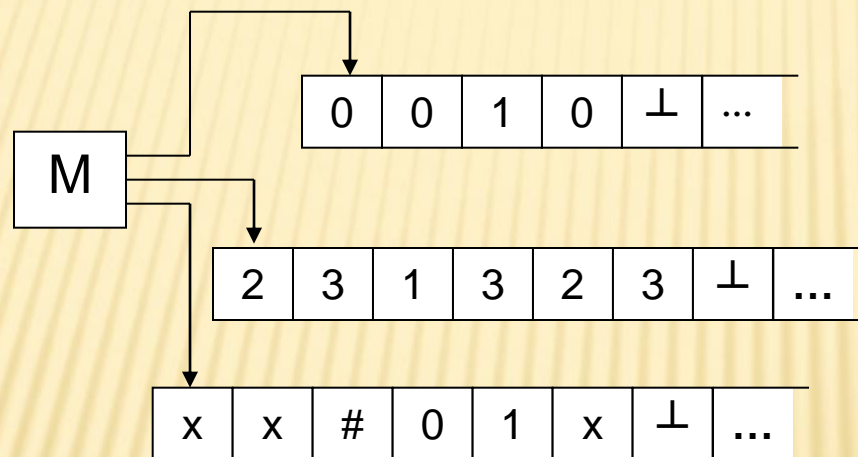
$\Rightarrow b = \text{nr max de fii pe care ii poate avea un nod din arborele de derivare al lui } N$

Notam cu $\Sigma_b = \{1, 2, \dots, b\}$

Construim o MT determinista M cu 3 benzi astfel:

- banda 1: conține permanent cuvântul de intrare;
- banda 2: ține evidența poziției din arbore în care se află M ;
- banda 3: contine si actualizeaza permanent un duplicat al continutului benzii de lucru a lui N , reprezentand una dintre ramurile de calcul nedeterminist efectuat de N .

VARIANTE DE MASINI TURING



banda de intrare

banda de adresa

banda de simulare

Banda 2 contine in orice moment un cuvant $\alpha \in \Sigma_b^*$;
acest cuvant reprezinta:

- fie una dintre ramurile de calcul nedeterminist efectuat de N , de la radacina pana la nodul a carui adresa este exact α ;
- fie o adresa nevalida.

VARIANTE DE MASINI TURING

M="Fie secventa de intrare w:

1. Inițial, banda 1 conține cuvântul de intrare w , pe banda 2 se generează primul cuvânt $\alpha \in \Sigma_b^*$ (in ordine lexicografica) iar banda 3 este vida
2. Se copiază conținutul benzii 1 pe banda 3
3. Se utilizează banda 3 pentru a simula una dintre ramurile calcului nedeterminist efectuat de N pe intrarea w

Înainte de a simula un pas de calcul efectuat de N , M examinează simbolul următor de pe banda 2 pt a determina care dintre posibilitatile de continuare oferite de δ_N trebuie aleasa.

VARIANTE DE MASINI TURING

Daca nu mai sunt simboluri pe banda 2, atunci se trece la Pasul 4

Daca alegerea facuta este nevalida, atunci se trece tot la Pasul 4

Dacă s-a intrat într-o configurație de respingere, se merge tot la Pasul 4

Dacă s-a intrat într-o configurație de acceptare, M recunoaște intrarea w și se opreste

4. Se înlocuiește secvența de pe banda 2 cu următorul cuvânt peste Σ_b , în ordine lexicografică. Se simulează următoarea ramură de calcul al N reluând de la Pasul 2.”

VARIANTE DE MASINI TURING

Corolar 2

$\forall L \subseteq \Sigma^*$ este Turing-recunoscut \Leftrightarrow
 \exists o MT nedeterminista, N , a.i. $L = L(N)$

demonstrație

“ \Rightarrow ”

\forall MT standard este o MT nedeterminista trivială

“ \Leftarrow ”

Fie $N \in \text{MT}$, N este nedeterminista: $L = L(N)$;

Cf. Teoremei 2, $\exists S \in \text{MT}$ standard, echivalentă cu N ;

$\Rightarrow L = L(S)$.

VARIANTE DE MASINI TURING

Definitie 3

O MT nedeterminista se numeste decidenta \Leftrightarrow
 $\forall w \in \Sigma^*$, toate ramurile ei de calcul se opresc

Corolar 3

$\forall L \subseteq \Sigma^*$ este decidabil \Leftrightarrow
 \exists o MT nedeterminista decidenta, N , a.i. $L = L(N)$.

VARIANTE DE MASINI TURING

1. MT cu 3 “deplasari”
 2. MT cu mai multe benzi
 3. MT nedeterministe
-