10-02-2024 NUME ....

EXAMEN LA CALCUL DIFERENTIAL SI INTEGRAL

I. (1) [1 punct] Sa se studieze convergenta seriei

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$$

si in cazul in care este convergenta sa se gaseasca suma ei.

(2) [1 punct] Studiati onvergenta seriei

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+2} \cdot x^n}{2^{n+1} \cdot 4^n}$$

in functie de valorile parametrului $x \in (0, \infty)$

II. [2 puncte] Pentru $n \geq 1$, fie $f_n : [1, \infty) \to \mathbb{R}$,

$$f_n(x) = \frac{x^2}{n + x^2}$$

Sa se studieze convergenta simpla si convergenta uniforma a sirului $(f_n)_{n\geq 1}$ pe $[1, 2]$ si $[2, \infty)$

III. [2.5 puncte] Consideram functia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$

$$f(x, y, z) = -z^{12} + 12xz - 6x^2 - y^2 - 4y$$

1) Calculati $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}, \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z}, \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z}$.

2) Calculati $H_f(x, y, z)$.

3) Determinati punctele de minim si de maxim local ale functiei f.

IV. 1) [1.5 puncte] Calculati

$$\iint_D (x^2 + xy)dxdy$$

unde $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1,\ x \leq 0, y \leq 0\}$.

2) [1 punct] Calculati integrala

$$\iint\limits_D (xy + x)\, dxdy, \text{ unde } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2x + y \leq 2,\ x \geq 0, y \geq 0\}$$

Nota. Timpul de lucru este 2 ore.

Telefoanele mobile si orice alte echipamente de comunicatii vor fi inchise pe parcursul examenului! Incalcarea acestei reguli atrage eliminarea din examen.