

RESTANTA LA CALCUL DIFERENTIAL SI INTEGRAL

I. (1) [1 punct] Sa se arate ca seria $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + (-3)^{n+2}}{4^n}$ este convergenta si sa se gaseasca suma ei.

(2) [1 punct] Studiati convergenta seriei

$$\sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \sin \frac{1}{n^2}.$$

II. (1) [1 punct] Sa se studieze convergenta simpla si convergenta uniforma a sirului de functii $(f_n)_{n \geq 1}$,

$$f_n : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f_n(x) = \frac{xn}{2 + 5xn} + x.$$

(2) [1 punct] Studiati continuitatea functiei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} x^5 + 1 & \text{daca } x \in \mathbb{Q} \\ x + 1, & \text{daca } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

III. [2.5 puncte] Consideram functia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y, z) = y^{16} - 16yz + 4z^4 + x^4 - 32x + 2$$

1) Calculati $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}, \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z}, \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z}$.

2) Calculati $H_f(x, y, z)$.

3) Determinati punctele de minim si de maxim local ale functiei f .

IV. 1) [1.5 puncte] Calculati

$$\iint_D (x^5 y - x^2) dx dy$$

unde $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 9, 0 \leq y \leq x\}$.

2) [1 punct] Calculati integrala

$$\iint_D (x + 3y) dx dy$$

unde D este multimea marginita de laturile triunghiului ABC cu $A(1, 2)$, $B(4, 3)$ si $C(1, 9)$

Nota Timpul de lucru este 2 ore. Rezolvarile impreuna cu lista de subiecte vor fi trimise sub forma unui fisier pdf la adresele de email radu.munteanu@unibuc.ro si radu-bogdan.munteanu@unibuc.ro