

Rozdział 1

Model satelity typu free-floating

1.1 Model we współrzędnych uogólnionych

Robot free-floating z manipulatorem to nienapędzana platforma(baza) z zamontowanym na niej napędzanym manipulatorem. Robot taki znajdująca się w przestrzeni kosmicznej w stanie mikrogravitacji(nieważkości).

W szczególności w rozważanym robocie platformą będzie jednolita prostokątna płyta, a za manipulator posłuży manipulator RR.

Rozważanego robota free-floating z manipulatorem przedstawiono na rys 1.

Robot taki jest przyjemny ze względów praktycznych. Do badań eksperymentalnych bowiem, można wykorzystać płaską granitową płytę, po której baza może ślizgać się bez tarcia. Dzięki temu testy można przeprowadzać na ziemi, a nie w warunkach mikrogravitacji.

Do wyprowadzenia modelu we współrzędnych uogólnionych weźmy następujące współrzędne

$$q = \begin{pmatrix} q_b \\ q_r \end{pmatrix} \in R^{n+p}, \quad (1.1)$$

gdzie $q_b = (x, y, \theta)^T$ - wektor współrzędnych uogólnionych bazy, $q_r = (q_1, q_2)^T$ - wektor współrzędnych przegubowych manipulatora.

Równania dynamiki we współrzędnych uogólnionych takiego robota można, ponownie korzystając z formalizmu Lagrange'a, zapisać jako

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} = \begin{pmatrix} 0 \\ u \end{pmatrix}. \quad (1.2)$$

Brak wektora sił potencjalnych $D(q)$ wynika z braku grawitacji.

Sterowanie u pojawia się tylko w dolnej części równania dynamiki (1.2), ponieważ dotyczy tylko manipulatora, jako że baza jest nienapędzana.

1.2 Model we współrzędnych barycentrycznych

Jeśli środek masy robota free-floating z manipulatorem ma pozostać nieruchomy podczas działania algorytmu, konieczne jest zamodelowanie dynamiki we współrzędnych barycentrycznych.

Położenie środka masy robota free-floating z manipulatorem można wyliczyć z definicji jako

$$\left(\sum_{i=3}^w m_i \right) \phi_b = \sum_{i=3}^w m_i r_i, \quad (1.3)$$

gdzie r_i to środek masy członu i robota w podstawowym układzie współrzędnych, a m_i to masa członu i .

ϕ_b to współrzędne barycentryczne układu, czyli

$$\phi_b = \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \theta \end{pmatrix} = \frac{\sum_{i=3}^w m_i r_i}{\sum_{i=3}^w m_i}. \quad (1.4)$$

Model we współrzędnych barycentrycznych można wyrazić jako

$$\bar{H}\ddot{\phi} + \bar{C}\dot{\phi} = \begin{pmatrix} 0 \\ u \end{pmatrix}, \quad (1.5)$$

współrzędne ϕ mają postać

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_b \\ q_r \end{pmatrix}. \quad (1.6)$$

Macierz \bar{H} i \bar{C} uzyskuje się przez przeliczenie energii kinetycznej do układu współrzędnych barycentrycznych.

Rozdział 2

Odsprzęganie wejściowo-wyjściowe dla robota free-floating z manipulatorem

Ponieważ baza robota free-floating z manipulatorem nie jest napędzana, do odsprzęgania wejściowo-wyjściowego nie można zastosować podstawowego algorytmu Yamamoto i Yun'a. Do realizacji zadania śledzenia trajektorii w przestrzeni zadaniowej wykorzystamy więc algorytm z rozszerzonymi funkcjami wyjściowymi.

Algorytm ten stosować można zarówno dla modelu robota free-floating z manipulatorem we współrzędnych uogólnionych jak i we współrzędnych barycentrycznych. Wybór modelu należy podporządkować rodzajowi zadania jakie ma zostać wykonane. Jeśli środek masy ma pozostać nieruchomy wykorzystać należy model we współrzędnych barycentrycznych, natomiast gdy środek masy ma się przemieszczać należy użyć modelu we współrzędnych uogólnionych.

Przy wyprowadzaniu algorytmu wykorzystamy model dynamiki we współrzędnych uogólnionych. Algorytmu dla modelu we współrzędnych barycentrycznych wyprowadza się analogicznie, podstawiając jedynie za współrzędne uogólnione q i macierze H i C ich odpowiedniki w modelu we współrzędnych barycentrycznych, tj. współrzędne barycentryczne ϕ i macierze \bar{H} i \bar{C} .

Korzystamy z algorytmu z rozszerzonymi funkcjami wyjściowymi, więc postać funkcji wyjściowej będzie zależeć więc od całej konfiguracji q .

$$y = k(q) \quad (2.1)$$

2.1 Algorytm

Przy wyprowadzaniu algorytmów odsprężania wejściowo-wyjściowego dla manipulatora mobilnego linearyzowaliśmy jego dynamikę w celu ułatwienia obliczeń. W przypadku robota free-floating z manipulatorem linearyzacja taka jest kłopotliwa, ponieważ tylko manipulator jest napędzany. Aby nie utrudniać sobie zadania i pokazać, że linearyzacja dynamiki nie jest konieczna, nie zastosujemy jej przy wyprowadzaniu algorytmu odsprężania wejściowo-wyjściowego dla robota free-floating z manipulatorem.

Struktura algorytmu nie zmienia się i nadal składa się z dwóch pętli sprzężenia zwrotnego: pierwsza przekształca układ do postaci liniowej typu "podwójny integrator", druga steruje uzyskanym układem liniowym.

Prawo sterowania pierwszej pętli wyprowadza się analogicznie jak w przypadku manipulatorów mobilnych.

Zróżniczkujemy wszystkie elementy wektora $y(q)$ dwukrotnie po czasie

$$\dot{y}_i = \frac{\partial k_i(q)}{\partial q} \dot{q} = J_i \dot{q}, \quad (2.2)$$

$$\ddot{y}_i = \dot{q}^T \frac{\partial^2 k_i(q)}{\partial q^2} \dot{q} + J_i \ddot{q} = P_i + J_i \ddot{q}, \quad (2.3)$$

gdzie

$$J_i = \frac{\partial k_i(q)}{\partial q}, \quad (2.4)$$

$$P_i = \dot{q}^T \frac{\partial^2 k_i(q)}{\partial q^2} \dot{q}. \quad (2.5)$$

Zapiszmy \dot{y} i \ddot{y} w postaci wektorowej

$$\dot{y} = J \dot{q}, \quad (2.6)$$

$$\ddot{y} = P + J \ddot{q}, \quad (2.7)$$

gdzie

$$P = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_m \end{pmatrix}, \quad (2.8)$$

$$J = \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \vdots \\ J_m \end{pmatrix}, \quad (2.9)$$

m jest liczbą sterowań, $m = \dim(u) = \dim(q_r)$.

Korzystając z dynamiki we współrzędnych uogólnionych (1.2) zapiszmy \ddot{q} jako

$$\ddot{q} = H^{-1} \left[\begin{pmatrix} 0 \\ u \end{pmatrix} - C\dot{q} \right]. \quad (2.10)$$

Podstawmy teraz (2.10) do (2.7)

$$\ddot{y} = P + JH^{-1} \left[\begin{pmatrix} 0 \\ u \end{pmatrix} - C\dot{q} \right], \quad (2.11)$$

więc

$$\ddot{y} = P - JH^{-1}C\dot{q} + JH^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ u \end{pmatrix}. \quad (2.12)$$

Zapiszmy więc \ddot{y} następująco

$$\ddot{y} = F + G \begin{pmatrix} 0 \\ u \end{pmatrix}, \quad (2.13)$$

gdzie

$$F = P - JH^{-1}C\dot{q}, \quad (2.14)$$

$$G = JH^{-1}. \quad (2.15)$$

macierz G zapiszmy jako $G = [G_1|G_2]$. Macierz G_2 jest rozmiaru $m \times m$.

Wektor \ddot{y} można zapisać wtedy jako

$$\ddot{y} = F + G_2u. \quad (2.16)$$

Prawo sterowania pętli linearyzującej jest więc następujące

$$u = G_2^{-1}(-F + \zeta). \quad (2.17)$$

Po wykorzystaniu sterowania (2.17) w (2.16) otrzymamy układ liniowy

$$\ddot{y} = \zeta. \quad (2.18)$$

Za wysterowanie liniowym układem (2.18) odpowiada druga pętla. Zrealizujmy ją jako regulator PD z korekcją (??).