

# Rozdział 1

## Model satelity typu free-floating

### 1.1 Model we współrzędnych uogólnionych

Robot free-floating z manipulatorem to nienapędzana platforma(baza) z zamontowanym na niej napędzanym manipulatorem. Robot taki znajdująca się w przestrzeni kosmicznej w stanie mikrogravitacji(nieważkości).

W szczególności w rozważanym robocie platformą będzie jednolita prostokątna płyta, a za manipulator posłuży manipulator RR.

Rozważanego robota free-floating z manipulatorem przedstawiono na rys 1.

Robot taki jest przyjemny ze względów praktycznych. Do badań eksperymentalnych bowiem, można wykorzystać płaską granitową płytę, po której baza może ślizgać się bez tarcia. Dzięki temu testy można przeprowadzać na ziemi, a nie w warunkach mikrogravitacji.

Do wyprowadzenia modelu we współrzędnych uogólnionych weźmy następujące współrzędne

$$q = \begin{pmatrix} q_b \\ q_r \end{pmatrix}, \quad (1.1)$$

gdzie  $q_b = (x, y, \theta)^T$  - wektor współrzędnych uogólnionych bazy,  $q_r = (q_1, q_2)^T$  - wektor współrzędnych przegubowych manipulatora.

Równania dynamiki we współrzędnych uogólnionych takiego robota można, ponownie korzystając z formalizmu Lagrange'a, zapisać jako

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} = \begin{pmatrix} 0 \\ u \end{pmatrix}. \quad (1.2)$$

Brak wektora sił potencjalnych  $D(q)$  wynika z braku grawitacji.

Sterowanie  $u$  pojawia się tylko w dolnej części równania dynamiki (1.2), ponieważ dotyczy jedynie manipulatora, jako że baza jest nienapędzana.

### 1.2 Model we współrzędnych barycentrycznych

Jeśli środek masy robota free-floating z manipulatorem ma pozostać nieruchomy (lub poruszać się ze stałą prędkością), konieczne jest zamodelowanie dynamiki we współrzędnych barycentrycznych.

Położenie środka masy robota free-floating z manipulatorem można wyliczyć z definicji jako

$$\left( \sum_{i=1}^w m_i \right) \phi_b = \sum_{i=1}^w m_i r_i, \quad (1.3)$$

gdzie  $r_i$  to środek masy członu  $i$  robota w podstawowym układzie współrzędnych, a  $m_i$  to masa członu  $i$ .  $w$  to liczba członów robota. W naszym przypadku  $w$  wynosi trzy, robot posiada bowiem jedną bazę i dwa ramiona.

$\phi_b$  to współrzędne barycentryczne układu, czyli

$$\phi_b = \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \theta \end{pmatrix} = \frac{\sum_{i=1}^w m_i r_i}{\sum_{i=1}^w m_i}. \quad (1.4)$$

całkowite współrzędne barycentryczne  $\phi$  mają postać

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_b \\ q_r \end{pmatrix}. \quad (1.5)$$

Model we współrzędnych barycentrycznych można wyrazić jako

$$\bar{H}\ddot{\phi} + \bar{C}\dot{\phi} = \begin{pmatrix} 0 \\ u \end{pmatrix}, \quad (1.6)$$

Macierze  $\bar{H}$  i  $\bar{C}$  uzyskuje się przez przeliczenie energii kinetycznej do układu współrzędnych barycentrycznych i wykorzystanie formalizmu Lagrang'e dla nowej energii kinetycznej.

## Rozdział 2

# Odsprzęganie wejściowo-wyjściowe dla robota free-floating z manipulatorem

Ponieważ baza robota free-floating z manipulatorem nie jest napędzana, do odsprzęgania wejściowo-wyjściowego nie można zastosować podstawowego algorytmu Yamamoto i Yun'a. Do realizacji zadania śledzenia trajektorii w przestrzeni zadaniowej wykorzystamy więc algorytm z rozszerzonymi funkcjami wyjściowymi.

Algorytm ten stosować można zarówno dla modelu robota free-floating z manipulatorem we współrzędnych uogólnionych jak i we współrzędnych barycentrycznych. Wybór

modelu należy podporządkować rodzajowi zadania jakie ma zostać wykonane. Jeśli środek masy ma pozostać nieruchomy wykorzystać należy model we współrzędnych barycentrycznych, natomiast gdy środek masy ma się przemieszczać należy użyć modelu we współrzędnych uogólnionych.

Przy wyprowadzaniu algorytmu wykorzystamy model dynamiki we współrzędnych uogólnionych. Algorytmu dla modelu we współrzędnych barycentrycznych wyprowadza się analogicznie, podstawiając jedynie za współrzędne uogólnione  $q$  i macierze  $H$  i  $C$  ich odpowiedniki w modelu we współrzędnych barycentrycznych, tj. współrzędne barycentryczne  $\phi$  i macierze  $\bar{H}$  i  $\bar{C}$ .

Korzystamy z algorytmu z rozszerzonymi funkcjami wyjściowymi, więc postać funkcji wyjściowej będzie zależeć więc od całej konfiguracji  $q$ .

$$y = k(q) \quad (2.1)$$

## 2.1 Algorytm

Przy wyprowadzaniu algorytmów odsprężania wejściowo-wyjściowego dla manipulatora mobilnego linearyzowaliśmy jego dynamikę w celu ułatwienia obliczeń. W przypadku robota free-floating z manipulatorem linearyzacja taka jest kłopotliwa, ponieważ tylko manipulator jest napędzany. Aby nie utrudniać sobie zadania i pokazać, że linearyzacja dynamiki nie jest konieczna, nie zastosujemy jej przy wyprowadzaniu algorytmu odsprężania wejściowo-wyjściowego dla robota free-floating z manipulatorem.

Struktura algorytmu nie zmienia się i nadal składa się z dwóch pętli sprzężenia zwrotnego: pierwsza przekształca układ do postaci liniowej typu "podwójny integrator", druga steruje uzyskanym układem liniowym.

Prawo sterowania pierwszej pętli wyprowadza się analogicznie jak w przypadku manipulatorów mobilnych.

Zróżniczkujemy wszystkie elementy wektora  $y(q)$  dwukrotnie po czasie

$$\dot{y}_i = \frac{\partial k_i(q)}{\partial q} \dot{q} = J_i \dot{q}, \quad (2.2)$$

$$\ddot{y}_i = \dot{q}^T \frac{\partial^2 k_i(q)}{\partial q^2} \dot{q} + J_i \ddot{q} = P_i + J_i \ddot{q}, \quad (2.3)$$

gdzie

$$J_i = \frac{\partial k_i(q)}{\partial q}, \quad (2.4)$$

$$P_i = \dot{q}^T \frac{\partial^2 k_i(q)}{\partial q^2} \dot{q}. \quad (2.5)$$

Zapiszmy  $\dot{y}$  i  $\ddot{y}$  w postaci wektorowej

$$\dot{y} = J \dot{q}, \quad (2.6)$$

$$\ddot{y} = P + J \ddot{q}, \quad (2.7)$$

gdzie

$$P = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_m \end{pmatrix}, \quad (2.8)$$

$$J = \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \vdots \\ J_m \end{pmatrix}, \quad (2.9)$$

$m$  jest liczbą sterowań,  $m = \dim(u) = \dim(q_r)$ .

Korzystając z dynamiki we współrzędnych uogólnionych (1.2) zapiszmy  $\ddot{q}$  jako

$$\ddot{q} = H^{-1} \left[ \begin{pmatrix} 0 \\ u \end{pmatrix} - C\dot{q} \right]. \quad (2.10)$$

Podstawmy teraz (2.10) do (2.7)

$$\ddot{y} = P + JH^{-1} \left[ \begin{pmatrix} 0 \\ u \end{pmatrix} - C\dot{q} \right], \quad (2.11)$$

więc

$$\ddot{y} = P - JH^{-1}C\dot{q} + JH^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ u \end{pmatrix}. \quad (2.12)$$

Zapiszmy więc  $\ddot{y}$  następująco

$$\ddot{y} = F + G \begin{pmatrix} 0 \\ u \end{pmatrix}, \quad (2.13)$$

gdzie

$$F = P - JH^{-1}C\dot{q}, \quad (2.14)$$

$$G = JH^{-1}. \quad (2.15)$$

macierz  $G$  zapiszmy jako  $G = [G_1|G_2]$ . Macierz  $G_2$  jest rozmiaru  $m \times m$ .

Wektor  $\ddot{y}$  można zapisać wtedy jako

$$\ddot{y} = F + G_2u. \quad (2.16)$$

Prawo sterowania pętli linearyzującej jest więc następujące

$$u = G_2^{-1}(-F + \zeta). \quad (2.17)$$

Po wykorzystaniu sterowania (2.17) w (2.16) otrzymamy układ liniowy

$$\ddot{y} = \zeta. \quad (2.18)$$

Za wysterowanie liniowym układem (2.18) odpowiada druga pętla. Zrealizować ją, można jako regulator PD z korekcją (??).

### 2.1.1 Badania symulacyjne

Podrozdział ten poświęcony jest symulacji algorytmu odsprężania wejściowo-wyjściowego dla robota free-floating z manipulatorem.

Algorytm zbadano na obu przedstawionych w pracy modelach dynamiki: we współrzędnych uogólnionych i barycentrycznych. W badaniach użyto identyczne konfiguracje początkowe manipulatora  $q_r(0)$ , odpowiadające sobie konfiguracje początkowe bazy  $q_b(0)$  i  $\phi_b(0)$  i tą samą trajektorię zadaną  $y_d(t)$ , w celu porównania zachowania algorytmu dla obu modeli.

Parametry geometryczne i masowe ustalono jako:  $l_1=1\text{m}$ ,  $l_2=1\text{m}$ ,  $m_0=20\text{kg}$ ,  $m_1=m_2=10\text{kg}$ . Początkowa konfiguracja manipulatora była równa

$$q_r(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.1 \end{pmatrix}.$$

Początkową konfigurację bazy  $q_b(0)$  we współrzędnych uogólnionych ustalono jako

$$q_b(0) = \begin{pmatrix} x(0) \\ y(0) \\ \theta(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

co odpowiada następującej konfiguracji początkowej bazy we współrzędnych barycentrycznych

$$\phi_b(0) = \begin{pmatrix} \bar{x}(0) \\ \bar{y}(0) \\ \theta(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.4994 \\ 0.0125 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Wynika to z przekształcenia (1.4). W naszym wypadku  $\bar{x}$  i  $\bar{y}$  będą równe

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{m_2 \left( l_1 c_{01} + \frac{1}{2} l_2 c_{012} \right)}{m_1 + m_2 + m_0} + \frac{l_1 m_1 c_{01}}{2(m_1 + m_2 + m_0)} + x, \\ \bar{y} &= \frac{m_2 \left( l_1 s_{01} + \frac{1}{2} l_2 s_{012} \right)}{m_1 + m_2 + m_0} + \frac{l_1 m_1 s_{01}}{2(m_1 + m_2 + m_0)} + y. \end{aligned}$$

Prędkości początkowe były równe

$$\begin{aligned} \dot{q}_r(0) &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0.1 \end{pmatrix}, \\ \dot{q}_b(0) &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.2 \end{pmatrix}, \\ \dot{\phi}_b(0) &= \begin{pmatrix} -0.0012 \\ 0.0874 \\ 0.2 \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

Sterować można dwoma przegubami manipulatora, a więc możliwe jest odsprężenie dwóch współrzędnych efektora. Wybrano współrzędne  $x$  i  $y$  efektora w podstawowym układzie odniesienia  $(X_0, Y_0)$ .

Funkcja wyjścia  $y$  ma postać

$$\begin{aligned} y(t) &= y(q_b, q_r) = y(\phi_b, q_r) = \begin{pmatrix} x + l_1 c_{01} + l_2 c_{012} \\ y + l_1 s_{01} + l_2 s_{012} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \frac{l_1(m_1 + 2m_0)c_{01} + l_2(2m_1 + m_2 + 2m_0)c_{012} + 2\bar{x}(m_1 + m_2 + m_0)}{2(m_1 + m_2 + m_0)} \\ \frac{l_1(m_1 + 2m_0)s_{01} + l_2(2m_1 + m_2 + 2m_0)s_{012} + 2\bar{y}(m_1 + m_2 + m_0)}{2(m_1 + m_2 + m_0)} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Funkcje wyjścia miały następujące wartości początkowe

$$y(0) = y(q_b(0), q_r(0)) = y(\phi_b(0), q_r(0)) = \begin{pmatrix} 1.9950 \\ 0.0998 \end{pmatrix}.$$

Pochodne funkcji wyjścia w chwili 0 miały wartości

$$\dot{y}(0) = \begin{pmatrix} -0.0100 \\ 0.2995 \end{pmatrix}.$$

Wybrano następujące trajektorie zadane  $y_d(t)$

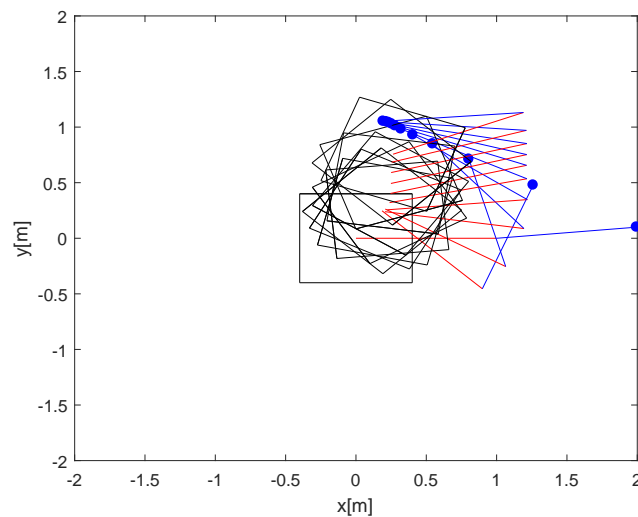
$$y_d(t) = \begin{pmatrix} 0.2 \sin(0.2t) \\ 1 + 0.01 \ln(30(t+1)) \end{pmatrix}.$$

Błąd początkowy  $e(t) = y_d(t) - y(t)$  i jego pochodna były równe

$$e(0) = \begin{pmatrix} -1.9950 \\ 0.9342 \end{pmatrix}, \quad \dot{e}(0) = \begin{pmatrix} 0.0500 \\ -0.2895 \end{pmatrix}.$$

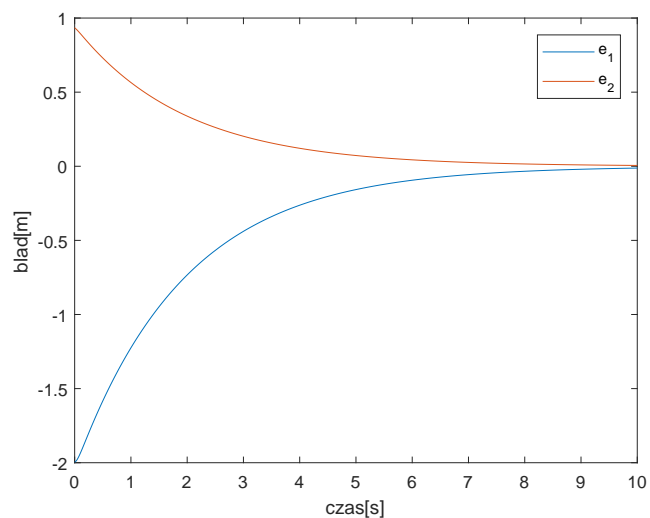
Do sterowania układem liniowym użyto regulator PD z korekcją (??) z nastawami  $K_d = 4$ ,  $K_p = 2$ . W badaniach raz jeszcze wykorzystano środowisko Matlab/Simulink. Rezultaty badań przedstawiono poniżej.

### 2.1.2 Wyniki dla modelu we współrzędnych barycentrycznych



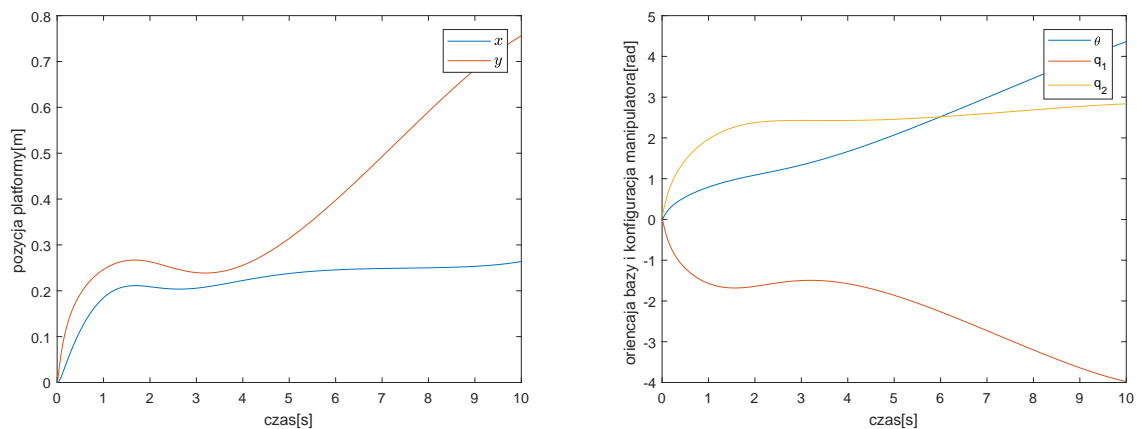
Rysunek 2.1 Robot free-floating z manipulatorem w kolejnych chwilach czasu

Przebiegi błędów śledzenia trajektorii chwytaka pokazano na rys. 2.6

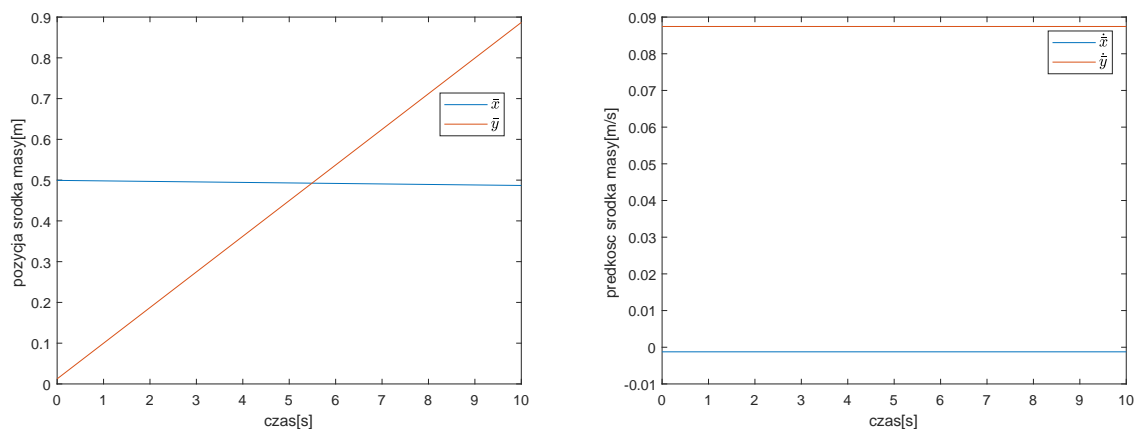


Rysunek 2.2 Przebiegi błędów śledzenia trajektorii chwytaka

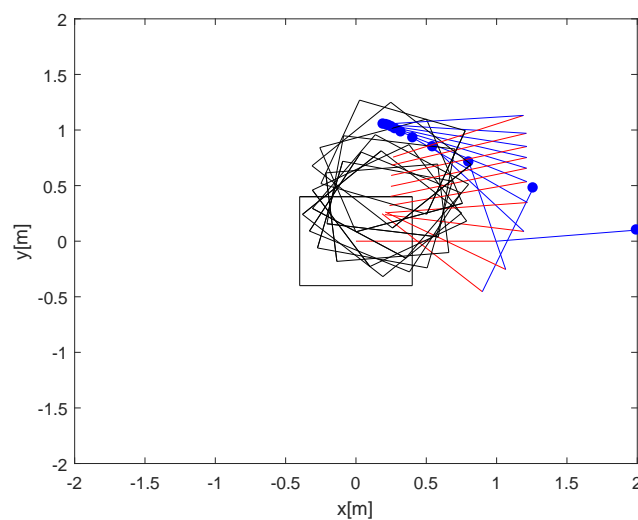
Przebiegi współrzędnych uogólnionych  $q_b$  i  $q_r$  pokazano na rys. 2.7

Rysunek 2.3 Przebiegi współrzędnych uogólnionych  $q_b$  i  $q_r$ 

Przebiegi współrzędnych barycentrycznych  $\bar{x}$  i  $\bar{y}$  i ich prędkości pokazano na rys. 2.8

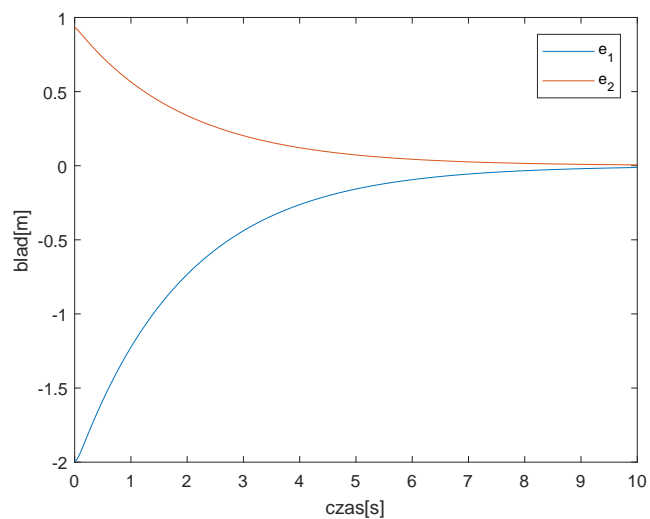
Rysunek 2.4 Przebiegi współrzędnych barycentrycznych  $\bar{x}$  i  $\bar{y}$  i ich prędkości

### 2.1.3 Wyniki dla modelu we współrzędnych uogólnionych



Rysunek 2.5 Robot free-floating z manipulatorem w kolejnych chwilach czasu

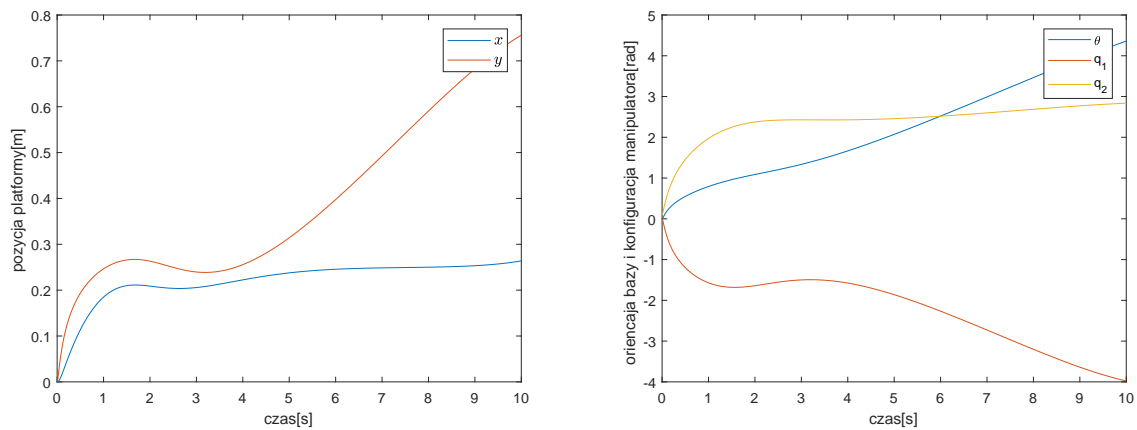
Przebiegi błędów śledzenia trajektorii chwytaka pokazano na rys. 2.6



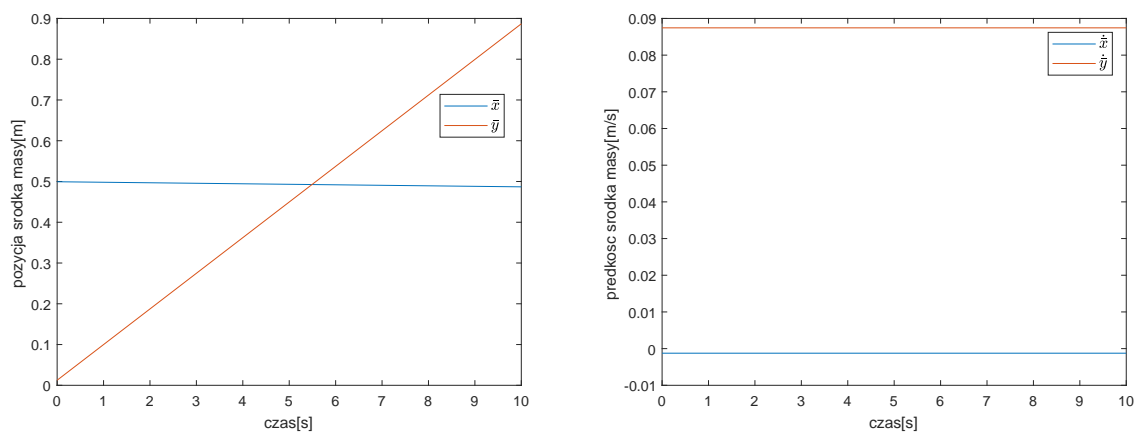
Rysunek 2.6 Przebiegi błędów śledzenia trajektorii chwytaka

Przebiegi współrzędnych uogólnionych  $q_b$  i  $q_r$  pokazano na rys. 2.7



Rysunek 2.7 Przebiegi współrzędnych uogólnionych  $q_b$  i  $q_r$ 

Przebiegi współrzędnych barycentrycznych  $\bar{x}$  i  $\bar{y}$  i ich prędkości pokazano na rys. 2.8

Rysunek 2.8 Przebiegi współrzędnych barycentrycznych  $\bar{x}$  i  $\bar{y}$  i ich prędkości

### 2.1.4 Wyniki dla modelu we współrzędnych uogólnionych