

# Spis treści

<b>1</b>	<b>Wstęp</b>	<b>2</b>
1.1	Cel pracy . . . . .	2
1.2	Zawartość pracy . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Model manipulatora mobilnego</b>	<b>2</b>
2.1	Model we współrzędnych uogólnionych . . . . .	3
2.1.1	Ograniczenia nieholonomiczne . . . . .	3
2.2	Model w prędkościach pomocniczych . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Odsprężanie wejściowo-wyjściowe dla manipulatora mobilnego</b>	<b>5</b>
3.1	Podstawowy algorytm Yamamoto i Yun’a . . . . .	5
3.1.1	Specyfikacja podejścia . . . . .	5
3.1.2	Funkcje wyjścia . . . . .	6
3.1.3	Wybór konfiguracji manipulatora . . . . .	6
3.1.4	Algorytm sterowania . . . . .	6
3.1.5	Badania symulacyjne . . . . .	7
3.2	Algorytm z rozszerzonymi funkcjami wyjściowymi . . . . .	9
3.2.1	Specyfikacja podejścia . . . . .	9
3.2.2	Funkcje wyjścia . . . . .	9
3.2.3	Algorytm sterowania . . . . .	9
3.2.4	Badania symulacyjne . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Model satelity typu free-floating</b>	<b>13</b>
<b>5</b>	<b>Odsprężanie wejściowo-wyjściowe dla satelity typu free-floating</b>	<b>13</b>

# Rozdział 1

## Wstęp

### 1.1 Cel pracy

### 1.2 Zawartość pracy

# Rozdział 2

## Model manipulatora mobilnego

Manipulator mobilny to platforma mobilna z zamontowanym na niej manipulatorem. Biorąc pod uwagę typ ograniczeń nałożonych kolejno na platformę i manipulator można wydzielić 4 typy manipulatorów mobilnych:

1. typ  $(h,h)$  - platforma i manipulator związane są ograniczeniami holonomicznymi,
2. typ  $(nh,h)$  - na platformę nałożone są ograniczenia nieholonomiczne, natomiast na manipulator ograniczenia holonomiczne,
3. typ  $(nh,nh)$  - ograniczenia nałożone na platformę i manipulator są nieholonomiczne. Taki rodzaj manipulatora mobilnego został przedstawiony w [5],
4. typ  $(h,nh)$  - na manipulator nałożone są ograniczenia nieholonomiczne, natomiast na platformę holonomiczne.

W tym rozdziale zostanie przedstawiony model manipulatora mobilnego typu  $(nh,h)$ . W szczególności w rozważanym manipulatorze platformą będzie monocykl, czyli robot mobilny klasy  $(2,0)$ . Za manipulator natomiast posłuży manipulator RTR. Rozważany manipulator mobilny przedstawiono na rys 1.

Przyjmijmy następujący wektor współrzędnych uogólnionych manipulatora mobilnego:

$$q = \begin{pmatrix} q_m \\ q_r \end{pmatrix} \in R^{n+p}, \quad (2.1)$$

gdzie  $q_m = (x, y, \theta, \phi_1, \phi_2)^T \in R^n$  - wektor współrzędnych uogólnionych platformy mobilnej,  $q_r = (q_1, q_2, q_3)^T \in R^p$  - wektor współrzędnych przegubowych manipulatora. Rozmiary przestrzeni wyniosą więc  $n = 5$ ,  $p = 3$ .

## 2.1 Model we współrzędnych uogólnionych

Do wyprowadzenia równań manipulatora mobilnego wykorzystamy formalizm Lagrange'a. Lagranżjan  $L$  jest zdefiniowany jako różnica pomiędzy energią kinetyczną, a potencjalną układu

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - V(q). \quad (2.2)$$

Równania ruchu przy braku sił działających na system są następujące

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = 0. \quad (2.3)$$

Lewą stronę równania (2.3) można przedstawić jako

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = Q(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + D(q). \quad (2.4)$$

Przy obecności sił zewnętrznych równanie (2.3) wygląda następująco

$$Q(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + D(q) = F_e. \quad (2.5)$$

W naszym przypadku siły zewnętrzne  $F_e$  są sumą 2 składowych:  $F_e = B(q)u + F_{nh}$ , gdzie  $B(q)u$  to uogólnione siły wejściowe (tj. wywierane na system przez elementy wykonawcze), a  $F_{nh}$  to siły więzów nieholonomicznych (tj. siły zapewniające spełnienie ograniczeń nieholonomicznych).

Wektor  $u = \begin{pmatrix} u_m \\ u_r \end{pmatrix} \in R^{(n+p-l)}$  jest wektorem sterowań.

Macierz  $B(q) = \begin{bmatrix} B(q_m) & 0 \\ 0 & I_p \end{bmatrix} \in R^{(n+p) \times (n+p-l)}$  nazywana jest macierzą wejściową.

Symbol  $l$  oznacza liczbę ograniczeń nieholonomicznych.

Łatwo zauważyć, że jeśli obecne jest chociaż jedno ograniczenie nieholonomiczne, to macierz  $B(q)$  nie jest macierzą kwadratową, przez co nie można jej odwrócić.

### 2.1.1 Ograniczenia nieholonomiczne

W niniejszej pracy platformą manipulatora mobilnego jest monocykl. W założeniu ma poruszać się on bez poślizgu wzdłużnego i poprzecznego kół. Aby zapewnić spełnienie tych założeń, należy nałożyć trzy ograniczenia. Można pokazać, że jedynie dwa z nich to ograniczenia nieholonomiczne, a ostatnie można scałkować do ograniczenia holonomicznego i w rezultacie wyeliminować jedną współrzędną z  $q_m$  [7]. Aby jednak pokazać możliwość algorytmu w działaniu przy obecności ograniczeń holonomicznych i nieholonomicznych potraktujemy wszystkie trzy jednakowo i nie całkujemy żadnego z nich.

Przedstawmy ograniczenia w postaci Pfaffa

$$A(q)\dot{q} = 0, \quad (2.6)$$

Ponieważ ograniczenia te dotyczą tylko platformy, zapiszmy  $A(q)$  następująco

$$A(q) = \begin{bmatrix} A(q_m) & 0 \end{bmatrix} \in R^{l \times (n+p)}. \quad (2.7)$$

Z [6] wiemy, że siła więzów nieholonomicznych równa jest  $F_{nh} = A(q)^T \lambda$ , gdzie  $\lambda$  to wektor mnożników Lagrange'a. Równanie dynamiki wyrażone we współrzędnych uogólnionych (2.5) można więc teraz zapisać jako

$$Q(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + D(q) = B(q)u + A(q)^T \lambda. \quad (2.8)$$

## 2.2 Model w prędkościach pomocniczych

Model postaci (2.8) posiada pewne wady: jak wspomniano, pojawiająca się w (2.1) macierz  $B(q)$  nie daje się odwrócić z powodu obecności ograniczeń nieholonomicznych. W jawnej postaci występują również mnożniki Lagrange'a odpowiadające siłom tarcia statycznego zależnego od  $u$ ,  $q$ ,  $\dot{q}$ ,  $t$ . Aby pozbyć się tych wad można przekształcić (2.8) do modelu wyrażonego w prędkościach pomocniczych.

Zauważmy najpierw, że ograniczenia (2.6) wymagają, aby prędkość  $\dot{q}$  należała do jądra macierzy  $A(q)$ .

Niech baza jądra  $A(q_m)$  będzie zbiorem wektorów  $\{g_1(q_m), g_2(q_m), \dots, g_{n-l}(q_m)\}$ . Zapiszmy prędkość platformy  $\dot{q}_m$  w następujący sposób

$$\dot{q}_m = \sum_{k=1}^{n-l} g_k(q_m) \eta_k = \begin{bmatrix} g_1(q_m) & g_2(q_m) & \dots & g_{n-l}(q_m) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \vdots \\ \eta_{n-l} \end{pmatrix} = G_m(q_m) \eta. \quad (2.9)$$

Wektor  $\eta$  nazywamy wektorem prędkości pomocniczych.

Zauważmy, że wektor prędkość całego manipulatora mobilnego można przedstawić jako

$$\dot{q} = G(q)z, \quad (2.10)$$

gdzie  $G(q) = \begin{bmatrix} G_m(q_m) & 0 \\ 0 & I_p \end{bmatrix} \in R^{(n+p) \times (n+p-l)}$  i  $z = \begin{pmatrix} \eta \\ \dot{q}_r \end{pmatrix} \in R^{(n+p-l)}$  należy do jądra macierzy  $A(q)$  i tym samym spełnia ograniczenia (2.6).

Możemy więc zapisać, że

$$A(q)G(q) = 0. \quad (2.11)$$

Biorąc transpozycje (2.11) otrzymamy

$$G^T(q)A^T(q) = 0^T. \quad (2.12)$$

Aby wyeliminować mnożniki Lagrange'a z (2.8), należy pomnożyć (2.8) lewostronnie przez  $G^T$  (dla czytelności pominijmy argumenty) i skorzystać z (2.12). Otrzymamy wtedy

$$G^T Q \ddot{q} + G^T C \dot{q} + G^T D = G^T B u + G^T A^T \lambda = G^T B u. \quad (2.13)$$

Zrózniczkujmy jeszcze (2.10) po czasie

$$\ddot{q} = \dot{G}z + G\dot{z}. \quad (2.14)$$

Po podstawieniu (2.10) i (2.14) do (2.13), otrzymamy model w prędkościach pomocniczych:

$$G^T Q(\dot{G}z + G\dot{z}) + G^T CGz + G^T D = G^T QG\dot{z} + G^T(Q\dot{G} + CG)z + G^T D = G^T Bu, \quad (2.15)$$

czyli

$$Q^*\dot{z} + C^*z + D^* = B^*u, \quad (2.16)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} Q^* &= G^T Q G, \\ C^* &= G^T (Q\dot{G} + CG), \\ D^* &= G^T D, \\ B^* &= G^T B. \end{aligned}$$

Równanie (2.16) opisuje dynamikę manipulatora mobilnego wyrażoną w prędkościach pomocniczych.

## Rozdział 3

# Odsprzęganie wejściowo-wyjściowe dla manipulatora mobilnego

Algorytm odsprzęgania wejściowo-wyjściowego jest wykorzystywany do sterowania manipulatorów mobilnych. Rozwiązuje on zadanie śledzenia zadanej trajektorii efektora  $y_d(t)$  w przestrzeni zewnętrznej. Algorytm odsprzęgania wejściowo-wyjściowego wymaga pełnej znajomości modelu manipulatora mobilnego.

Istnieją dwie wersje tego algorytmu:

- podstawowy algorytm Yamamoto i Yun'a [2],[3]
- algorytm z rozszerzonymi funkcjami wyjściowymi[1].

Różnią się one wyborem funkcji wyjściowych  $y(\cdot)$ . Yamamoto i Yun założyli, że funkcje te będą zależne tylko od konfiguracji platformy  $q_m$ , natomiast Mazur pozwala, aby funkcje wyjścia były zależne zarówno od konfiguracji platformy  $q_m$ , jak i od konfiguracji manipulatora  $q_r$ . Rozdział ten poświęcony jest opisowi obu podejść.

## 3.1 Podstawowy algorytm Yamamoto i Yun'a

### 3.1.1 Specyfikacja podejścia

Yamamoto i Yun założyli, że manipulator ma ustawić się w stałej konfiguracji o maksymalnej manipulowalności, a zadanie śledzenia zadanej trajektorii ma być realizowane

jedynie poprzez ruch platformy. Podejście takie traktuje cały manipulator mobilny bardziej jako samą platformę do której przymocowany jest unieruchomiony manipulator, niż pełen system, gdzie platforma i manipulator działają równocześnie.

Podstawowy algorytm Yamamoto i Yun'a można stosować, np. gdy manipulator ma pozostać nieruchomy.

### 3.1.2 Funkcje wyjścia

Algorytm Yamamoto i Yun'a wymaga, aby funkcje wyjścia były zależne jedynie od konfiguracji platformy tj.  $y(q_m)$ . Wybór tych funkcji należy podporządkować rodzajowi zadania, jakie należy zrealizować.

### 3.1.3 Wybór konfiguracji manipulatora

Ponieważ manipulator nie uczestniczy czynnie w realizacji zadania należy ustawić go w takiej konfiguracji, aby ułatwić platformie realizację zadania. Za przykładem Yamamoto i Yun'a wybierzmy konfigurację maksymalizującą manipulowalność. Manipulowalność manipulatora zdefiniowana jest jako [7]

$$w = \sqrt{\det(J(q_r)J^T(q_r))}, \quad (3.1)$$

gdzie  $J(q_r)$  to jacobian manipulatora. Jeśli manipulator jest nierzędundantny, to manipulowalność (3.1) można zredukować do

$$w = |\det(J(q_r))|. \quad (3.2)$$

Pożądaną konfigurację maksymalizującą manipulowalność można osiągnąć w trakcie działania algorytmu, ale mając na względzie przedstawienie algorytmu w prosty sposób założymy, że ustawił się on w tej konfiguracji wcześniej.

### 3.1.4 Algorytm sterowania

Przed wyprowadzeniem algorytmu Yamamoto i Yun'a zlinearyzujemy dynamikę manipulatora mobilnego (2.16). Nie jest to krok konieczny, ale ułatwia on późniejsze obliczenia. Do linearyzacji dynamiki wykorzystamy prawo sterowania z grupy 'obliczanego momentu'

$$u = B^{*(-1)}[C^*z + D^* + Q^*v]. \quad (3.3)$$

Po użyciu sterowania (3.3) do modelu (2.16) uzyskamy system z nowym wejściem  $v$

$$\dot{z} = \begin{pmatrix} \dot{\eta} \\ \ddot{q}_r \end{pmatrix} = v. \quad (3.4)$$

Mając liniowy model (3.4) wyprowadźmy algorytm Yamamoto i Yun'a.

Algorytm Yamamoto i Yun'a realizowany jest dzięki zastosowaniu do modelu (3.4) dwóch pętli sprzężenia zwrotnego.

Pierwsza pętla - pętla wewnętrzna - przekształca układ do postaci liniowej typu "podwójny integrator". Druga pętla - zewnętrzna - zapewnia realizację zadania tj. śledzenia

trajektori w uzyskanym układzie liniowym.

Prawo sterowania pierwszej pętli wyprowadza się w następujący sposób: najpierw zróżniczkujemy  $y(q_m)$  dwukrotnie po czasie

$$\dot{y}(q_m) = \frac{\partial y(q_m)}{\partial q_m} \dot{q}_m = \frac{\partial y(q_m)}{\partial q_m} G_m(q_m) \eta = \Phi_m(q_m) \eta, \quad (3.5)$$

$$\ddot{y}(q_m, \dot{q}_m) = \dot{\Phi}_m(q_m, \dot{q}_m) \eta + \Phi_m(q_m) \dot{\eta} = \dot{\Phi}_m(q_m, \dot{q}_m) \eta + \Phi_m(q_m) v_m. \quad (3.6)$$

Macierz  $\Phi_m(q_m)$  jest równa

$$\Phi_m(q_m) = \frac{\partial y(q_m)}{\partial q_m} G_m(q_m).$$

Łatwo sprawdzić, że przy użyciu następującego prawa sterowania

$$v = \begin{pmatrix} v_m \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3.7)$$

$$v_m = \Phi_m^{-1}(q_m) [-\dot{\Phi}_m(q_m) \eta + \zeta]. \quad (3.8)$$

do równania (3.6) otrzymamy

$$\ddot{y} = \zeta. \quad (3.9)$$

Wynikowy układ liniowy (3.9) steruje się przy użyciu drugiej pętli. Można ją zrealizować na przykład jako regulator PD z korekcją:

$$\zeta = \ddot{y}_d(t) - K_d \dot{e}(t) - K_p e(t), \quad (3.10)$$

gdzie  $\ddot{y}_d(t)$  - druga pochodna zadanej funkcji wejściowej,  
 $e(t) = y_d(t) - y(t)$ ,  $\dot{e}(t) = \dot{y}_d(t) - \dot{y}(t)$  błąd położenia i jego pochodna,  
 $K_d > 0$ ,  $K_p > 0$  - nastawy regulacji.

**Warunki działania algorytmu** Ponieważ algorytm wykorzystuje odwrotność macierzy  $\Phi_m$  należy zapewnić, aby

$$\det(\Phi_m(q_m)) \neq 0 \quad (3.11)$$

### 3.1.5 Badania symulacyjne

Rozważany monocykl posiada dwa wejścia (sterowania obu kół), można więc odsprząć dwie współrzędne efektora. Odsprężnijmy współrzędne  $x$  i  $y$  efektora w podstawowym układzie odniesienia  $(X_0, Y_0)$ . Funkcja wyjściowa  $y(q_m)$  dla nieruchomego chwytaka, a więc ustalonych  $q_1, q_2, q_3$  przyjmie wtedy postać

$$y(q_m) = \begin{pmatrix} y_1(q_m) \\ y_2(q_m) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + ac_0 + l_2c_{01} + l_3c_{01}c_3 \\ y + as_0 + l_2s_{01} + l_3s_{01}c_3 \end{pmatrix}.$$

Jakobian manipulatora będzie wtedy równy  $J(q_r) = \begin{pmatrix} \frac{\partial y_1(q_m)}{\partial q_m} \\ \frac{\partial y_2(q_m)}{\partial q_m} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -s_1(l_2 + l_3c_3) & 0 & -c_1s_3l_3 \\ c_1(l_2 + l_3c_3) & 0 & -s_1s_3l_3 \end{bmatrix},$

w związku z czym manipulowalność (3.1) dana będzie wzorem

$$w = |s_3|(l_2 + c_3l_3)|l_3|. \quad (3.12)$$

Parametry geometryczne ustalono jako  $l_2 = 0.3\text{m}$ ,  $l_3 = 0.2\text{m}$ ,  $a = 0.2\text{m}$ . Maksymalną manipulowalność osiągniemy dla  $q_3 = 1.1314$  i dowolnych  $q_1$  i  $q_2$ .

Do symulacji wybrano więc następujące konfiguracje początkowe platformy i manipulatora

$$q(0) = \begin{pmatrix} x(0) \\ y(0) \\ \theta(0) \\ \phi_1(0) \\ \phi_2(0) \\ q_1(0) \\ q_2(0) \\ q_3(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.5 \\ 1.1314 \end{pmatrix}$$

Przyjęto zerowe prędkości początkowe  $\dot{q}(0)$ .

Funkcje wyjściowe w chwili 0 były następujące

$$y(q_m(0)) = \begin{pmatrix} 0.5851 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Wektor pochodnych  $\dot{y}$  w chwili 0 równy był zeru.

Wybrano następujące trajektorie zadane  $y_d(t)$

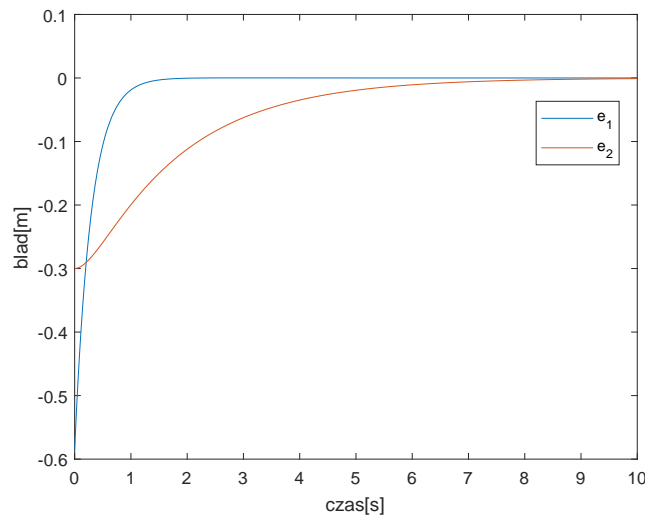
$$y_d(t) = \begin{pmatrix} 2t \\ -0.3 \cos(2t) \end{pmatrix}.$$

Błąd początkowy  $e(t) = y_d(t) - y(t)$  i jego pochodna były równe

$$e(0) = \begin{pmatrix} -0.5851 \\ -0.3 \end{pmatrix}, \quad \dot{e}(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Do sterowania układem liniowym użyto regulatora PD z korekcją (3.10) z nastawami  $K_d = 4$ ,  $K_p = 2$ . W badaniach wykorzystano środowisko Matlab/Simulink.

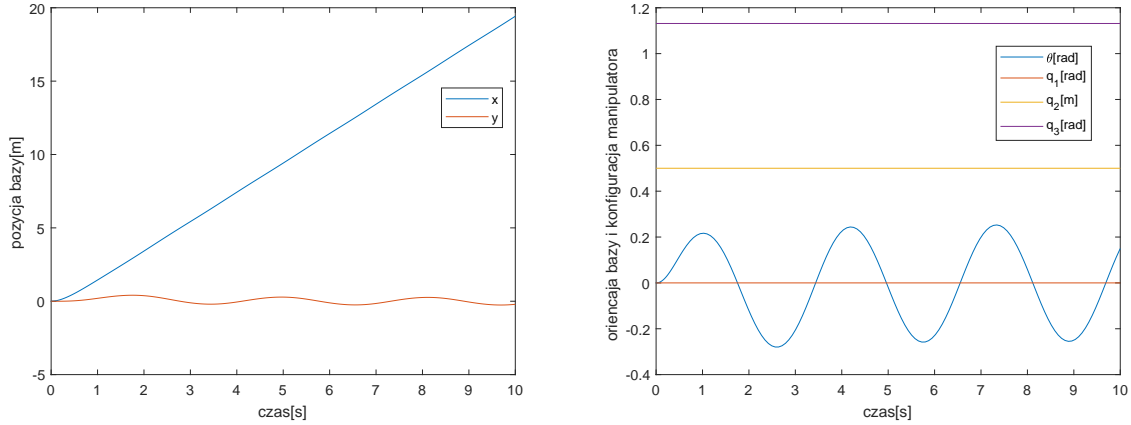
Przebiegi błędów śledzenia trajektorii chwytaka pokazano na rys. 3.1



Rysunek 3.1 Przebiegi błędów śledzenia trajektorii chwytaka



Przebiegi konfiguracji bazy i manipulatora pokazano na rys. 3.2



Rysunek 3.2 Przebiegi konfiguracji bazy i manipulatora

## 3.2 Algorytm z rozszerzonymi funkcjami wyjściowymi

### 3.2.1 Specyfikacja podejścia

Odmienne od założeń Yamamoto i Yun'a rozszerzony algorytm nie wymaga bezruchu manipulatora. Dzięki temu platforma i manipulator mogą działać równolegle w sposób skoordynowany. Sterowanie platformy nie odbywa się w sposób bezpośredni.

Algorytm ten stosować można nawet wówczas, gdy np. sterowanie bazą jest niemożliwe (np. w przypadku robota free-floating).

### 3.2.2 Funkcje wyjścia

Funkcja wyjściowa zależy teraz od konfiguracji całego robota tj. zarówno od platformy, jak i manipulatora. Przyjmuje ona postać[1]:

$$y(q) = \begin{pmatrix} y_1(q_m, q_r) \\ y_2(q_r) \end{pmatrix}, \quad (3.13)$$

gdzie  $y_1(q_m, q_r)$  jest wektorem wybranych współrzędnych efektora w podstawowym układzie odniesienia  $(X_0, Y_0)$ , a  $y_2(q_r)$  to wektor wybranych współrzędnych efektora w lokalnym układzie odniesienia  $(X_P, Y_P)$  związanym ze środkiem masy platformy.

Liczba współrzędnych efektora w układzie  $(X_0, Y_0)$ , które można odsprząć zależy od liczby sterowań platformą. W przypadku platformy klasy  $(2, 0)$  możemy śledzić dwie współrzędne.

### 3.2.3 Algorytm sterowania

Identycznie jak w przypadku algorytmu podstawowego, algorytm z rozszerzonymi funkcjami wyjściowymi złożony jest z dwóch pętli sprzężenia zwrotnego[1]

- wewnętrznej pętli linearyzującej transformację wejście-ścin
- zewnętrznej pętli linearyzującej transformację wejście-wyjście

Tak jak poprzednio wewnętrzna pętla wykorzystuje prawo sterowania z rodziny algorytmów 'obliczanych momentów'

$$u = B^{*-1}[C^*z + D^* + Q^*v]. \quad (3.14)$$

Prawo pętli wewnętrznej wyprowadzimy analogicznie jak w 3.1.4  
Obliczmy pochodną funkcji wyjściowej  $y(q)$  po czasie

$$\dot{y}(q) = \begin{pmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial q_m} \dot{q}_m + \frac{\partial y_1}{\partial q_r} \dot{q}_r \\ \frac{\partial y_2}{\partial q_r} \dot{q}_r \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial q_m} G_m(q_m) & \frac{\partial y_1}{\partial q_r} \\ 0 & \frac{\partial y_2}{\partial q_r} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \eta \\ \dot{q}_r \end{pmatrix} = \Phi(q)z, \quad (3.15)$$

$$\Phi(q) = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial q_m} G_m(q_m) & \frac{\partial y_1}{\partial q_r} \\ 0 & \frac{\partial y_2}{\partial q_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_m & \Phi_{mr} \\ 0 & \Phi_r \end{bmatrix}.$$

Ponownie zróżniczkujemy  $\dot{y}(q)$  po czasie

$$\ddot{y}(q, \dot{q}) = \dot{\Phi}(q, \dot{q})z + \Phi(q)\dot{z}. \quad (3.16)$$

Stosując pierwszą pętlę (3.14) do modelu (2.16) otrzymamy

$$\dot{z} = v. \quad (3.17)$$

Po podstawieniu zależności (3.17) do równania (3.16) uzyskamy:

$$\ddot{y}(q, \dot{q}) = \dot{\Phi}(q, \dot{q})z + \Phi(q)v. \quad (3.18)$$

Aby zapewnić linearyzację wejściowo-wyjściową należy więc użyć następującej pętli zewnętrznej

$$v = \Phi^{-1}(q)[- \dot{\Phi}(q, \dot{q})z + \zeta]. \quad (3.19)$$

Po zastosowaniu algorytmu otrzymamy funkcję wyjściową o liniowej postaci

$$\ddot{y}(q, \dot{q}) = \zeta. \quad (3.20)$$

Otrzymaliśmy system identyczny jak ten po zastosowaniu algorytmu Yamamoto i Yun'a i również można nim sterować używając regulatora PD z korekcją(3.10).

**Warunki działania algorytmu** Tak jak w przypadku podstawowego algorytmu Yamamoto i Yun'a należy zapewnić odwracalność macierzy  $\Phi$ . Warunek taki trzeba spełnić aby algorytm funkcjonował. Ma on następującą postać

$$\det(\Phi) = \det(\Phi_m)\det(\Phi_r) \neq 0 \quad (3.21)$$

### 3.2.4 Badania symulacyjne

Rozważany monocykl posiada dwa wejścia (sterowania obu kół), można więc odsprząć dwie współrzędne efektora.

Podczas badań odsprężnięto współrzędne  $x$  i  $y$  efektora w podstawowym układzie odniesienia  $(X_0, Y_0)$ . Funkcja wyjścia  $y_1(q_m, q_r)$  ma więc postać

$$y_1(q_m, q_r) = \begin{pmatrix} x + ac_0 + l_2c_{01} + l_3c_{01}c_3 \\ y + as_0 + l_2s_{01} + l_3s_{01}c_3 \end{pmatrix}.$$

Funkcja  $y_2(q_r)$  to wektor współrzędnych  $x$ ,  $y$  i  $z$  efektora w układzie środka masy platformy  $(X_P, Y_P)$

$$y_2(q_r) = \begin{pmatrix} a + l_2 c_1 + l_3 c_1 c_3 \\ l_2 s_1 + l_3 s_1 c_3 \\ s_3 l_3 + q_2 \end{pmatrix}.$$

Parametry geometryczne ustalono jako:  $l_2 = 0.3\text{m}$ ,  $l_3 = 0.2\text{m}$ ,  $a = 0.2\text{m}$ .

Początkowe położenie platformy było równe  $q_m(0) = (x(0), y(0), \theta(0), \phi_1(0), \phi_2(0)) = (0, 0, 0, 0, 0)$ , a początkowa konfiguracja manipulatora była równa  $q_r(0) = (q_1(0), q_2(0), q_3(0)) = (\frac{\pi}{2}, 0.2, -\frac{\pi}{2})$ .

Prędkości początkowe  $\dot{q}(0)$  były równe zeru.

Funkcje wyjściowe miały następujące wartości początkowe

$$y(q_m(0), q_r(0)) = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.3 \\ 0.2 \\ 0.3 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Wektor pochodnych  $\dot{y}$  jest zerowy.

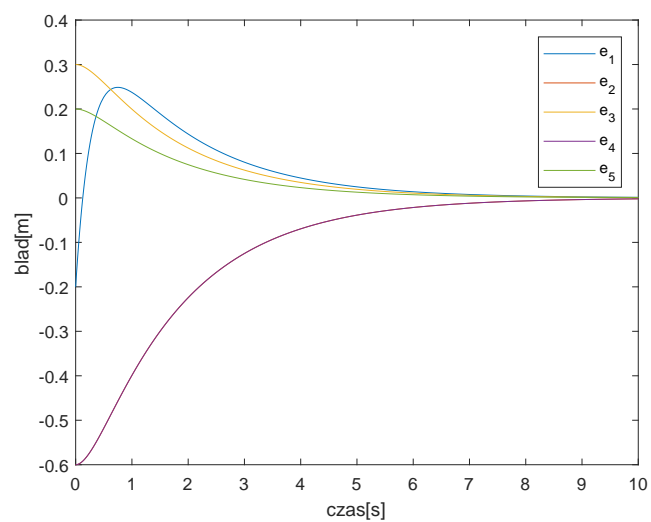
Wybrano następujące trajektorie zadane  $y_d(t)$

$$y_d(t) = \begin{pmatrix} 2t \\ -0.3 \cos(2t) \\ 0.5 \\ -0.3 \\ 0.2 \end{pmatrix}.$$

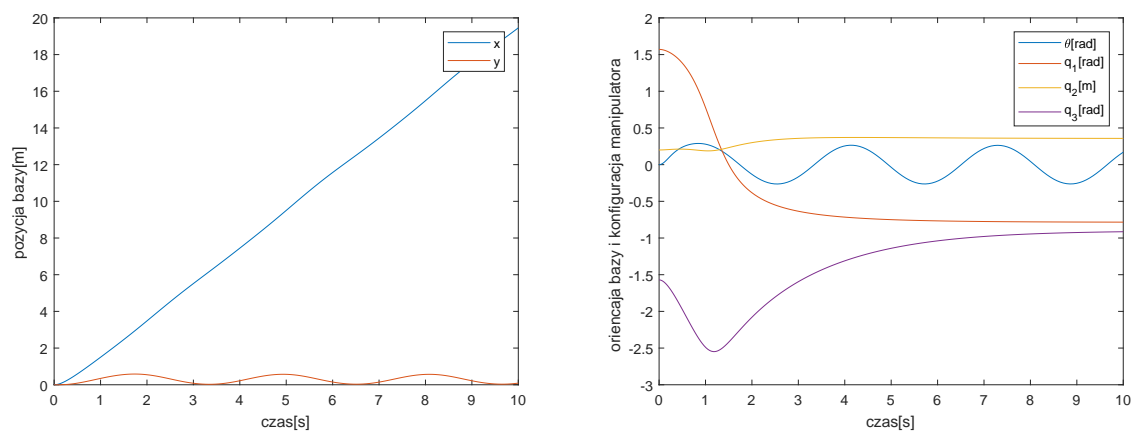
Błąd początkowy  $e(t) = y_d(t) - y(t)$  i jego pochodna były równe

$$e(0) = \begin{pmatrix} -0.2 \\ -0.6 \\ 0.3 \\ -0.6 \\ 0.2 \end{pmatrix}, \quad \dot{e}(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Do sterowania układem liniowym użyto regulator PD z korektą (3.10) z nastawami  $K_d = 4$ ,  $K_p = 2$ . W badaniach wykorzystano środowisko Matlab/Simulink.



Rysunek 3.3 Przebieg błędu



Rysunek 3.4 Przebieg konfiguracji bazy i manipulatora

## Rozdział 4

### Model satelity typu free-floating

## Rozdział 5

### Odsprężanie wejściowo-wyjściowe dla satelity typu free-floating

## Bibliografia

- [1] Mazur A. *New approach to designing input-output decoupling controllers for mobile manipulators*. Bull. of the Polish Academy of sciences Tech. Sci. 53(1):31-37, (2005)
- [2] Yamamoto Y, Yun X. *Coordinating locomotion and manipulation of a mobile manipulator*. IEEE Trans. on Automatic Control, 39(6):1326-1332, (1994)
- [3] Yamamoto Y, Yun X. *Effect of the dynamic interaction on coordinated control of mobile manipulators*. IEEE Trans. Robotics Automat, 12(5):816-824, (1996)
- [4] Mazur A, Arent K. *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, 335:55-71 (2007)
- [5] Tchoń K, Jakubiak J. *Acceleration-Driven Kinematics of Mobile Manipulators: An Endogenous Configuration Space Approach*, pp.(469-476), (2004)

- [6] M. R. Flannery. *The Enigma of Nonholonomic Constraints*. American Association of Physics Teachers, 73(3):265–272, (2005).
- [7] Yamamoto Y, Yun X. *Coordinating locomotion and manipulation of a mobile manipulator*. In Proceedings of 31st IEEE Conference on Decision and Control, pp.(2643-2648), (1992)