

Rozdział 1

Model satelity typu free-floating

1.1 Model we współrzędnych uogólnionych

Robot free-floating z manipulatorem to nienapędzana platforma(baza) z zamontowanym na niej napędzanym manipulatorem. Robot taki znajdująca się w przestrzeni kosmicznej w stanie mikrogravitacji(nieważkości).

W szczególności w rozważanym robocie platformą będzie jednolita prostokątna płyta, a za manipulator posłuży manipulator RR.

Rozważanego robota free-floating z manipulatorem przedstawiono na rys 1.

Robot taki jest przyjemny ze względów praktycznych. Do badań eksperymentalnych bowiem, można wykorzystać płaską granitową płytę, po której baza może ślizgać się bez tarcia. Dzięki temu testy można przeprowadzać na ziemi, a nie w warunkach mikrogravitacji.

Do wyprowadzenia modelu we współrzędnych uogólnionych weźmy następujące współrzędne

$$q = \begin{pmatrix} q_b \\ q_r \end{pmatrix}, \quad (1.1)$$

gdzie $q_b = (x, y, \theta)^T$ - wektor współrzędnych uogólnionych bazy, $q_r = (q_1, q_2)^T$ - wektor współrzędnych przegubowych manipulatora.

Równania dynamiki we współrzędnych uogólnionych takiego robota można, ponownie korzystając z formalizmu Lagrange'a, zapisać jako

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} = \begin{pmatrix} 0 \\ u \end{pmatrix}. \quad (1.2)$$

Brak wektora sił potencjalnych $D(q)$ wynika z braku grawitacji.

Sterowanie u pojawia się tylko w dolnej części równania dynamiki (1.2), ponieważ dotyczy jedynie manipulatora, jako że baza jest nienapędzana.

1.2 Model we współrzędnych barycentrycznych

Jeśli środek masy robota free-floating z manipulatorem ma pozostać nieruchomy podczas działania algorytmu, konieczne jest zamodelowanie dynamiki we współrzędnych barycentrycznych.

Położenie środka masy robota free-floating z manipulatorem można wyliczyć z definicji jako

$$\left(\sum_{i=1}^w m_i \right) \phi_b = \sum_{i=1}^w m_i r_i, \quad (1.3)$$

gdzie r_i to środek masy członu i robota w podstawowym układzie współrzędnych, a m_i to masa członu i . w to liczba członów robota. W naszym przypadku w wynosi trzy, robot posiada bowiem jedną bazę i dwa ramiona.

ϕ_b to współrzędne barycentryczne układu, czyli

$$\phi_b = \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \theta \end{pmatrix} = \frac{\sum_{i=1}^w m_i r_i}{\sum_{i=1}^w m_i}. \quad (1.4)$$

całkowite współrzędne barycentryczne ϕ mają postać

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_b \\ q_r \end{pmatrix}. \quad (1.5)$$

Model we współrzędnych barycentrycznych można wyrazić jako

$$\bar{H}\ddot{\phi} + \bar{C}\dot{\phi} = \begin{pmatrix} 0 \\ u \end{pmatrix}, \quad (1.6)$$

Macierze \bar{H} i \bar{C} uzyskuje się przez przeliczenie energii kinetycznej do układu współrzędnych barycentrycznych i wykorzystanie formalizmu Lagrang'e dla nowej energii kinetycznej.

Rozdział 2

Odsprzęganie wejściowo-wyjściowe dla robota free-floating z manipulatorem

Ponieważ baza robota free-floating z manipulatorem nie jest napędzana, do odsprzęgania wejściowo-wyjściowego nie można zastosować podstawowego algorytmu Yamamoto i Yun'a. Do realizacji zadania śledzenia trajektorii w przestrzeni zadaniowej wykorzystamy więc algorytm z rozszerzonymi funkcjami wyjściowymi.

Algorytm ten stosować można zarówno dla modelu robota free-floating z manipulatorem we współrzędnych uogólnionych jak i we współrzędnych barycentrycznych. Wybór

modelu należy podporządkować rodzajowi zadania jakie ma zostać wykonane. Jeśli środek masy ma pozostać nieruchomy wykorzystać należy model we współrzędnych barycentrycznych, natomiast gdy środek masy ma się przemieszczać należy użyć modelu we współrzędnych uogólnionych.

Przy wyprowadzaniu algorytmu wykorzystamy model dynamiki we współrzędnych uogólnionych. Algorytmu dla modelu we współrzędnych barycentrycznych wyprowadza się analogicznie, podstawiając jedynie za współrzędne uogólnione q i macierze H i C ich odpowiedniki w modelu we współrzędnych barycentrycznych, tj. współrzędne barycentryczne ϕ i macierze \bar{H} i \bar{C} .

Korzystamy z algorytmu z rozszerzonymi funkcjami wyjściowymi, więc postać funkcji wyjściowej będzie zależeć więc od całej konfiguracji q .

$$y = k(q) \quad (2.1)$$

2.1 Algorytm

Przy wyprowadzaniu algorytmów odsprężania wejściowo-wyjściowego dla manipulatora mobilnego linearyzowaliśmy jego dynamikę w celu ułatwienia obliczeń. W przypadku robota free-floating z manipulatorem linearyzacja taka jest kłopotliwa, ponieważ tylko manipulator jest napędzany. Aby nie utrudniać sobie zadania i pokazać, że linearyzacja dynamiki nie jest konieczna, nie zastosujemy jej przy wyprowadzaniu algorytmu odsprężania wejściowo-wyjściowego dla robota free-floating z manipulatorem.

Struktura algorytmu nie zmienia się i nadal składa się z dwóch pętli sprzężenia zwrotnego: pierwsza przekształca układ do postaci liniowej typu "podwójny integrator", druga steruje uzyskanym układem liniowym.

Prawo sterowania pierwszej pętli wyprowadza się analogicznie jak w przypadku manipulatorów mobilnych.

Zróżniczkujemy wszystkie elementy wektora $y(q)$ dwukrotnie po czasie

$$\dot{y}_i = \frac{\partial k_i(q)}{\partial q} \dot{q} = J_i \dot{q}, \quad (2.2)$$

$$\ddot{y}_i = \dot{q}^T \frac{\partial^2 k_i(q)}{\partial q^2} \dot{q} + J_i \ddot{q} = P_i + J_i \ddot{q}, \quad (2.3)$$

gdzie

$$J_i = \frac{\partial k_i(q)}{\partial q}, \quad (2.4)$$

$$P_i = \dot{q}^T \frac{\partial^2 k_i(q)}{\partial q^2} \dot{q}. \quad (2.5)$$

Zapiszmy \dot{y} i \ddot{y} w postaci wektorowej

$$\dot{y} = J \dot{q}, \quad (2.6)$$

$$\ddot{y} = P + J \ddot{q}, \quad (2.7)$$

gdzie

$$P = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_m \end{pmatrix}, \quad (2.8)$$

$$J = \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \vdots \\ J_m \end{pmatrix}, \quad (2.9)$$

m jest liczbą sterowań, $m = \dim(u) = \dim(q_r)$.

Korzystając z dynamiki we współrzędnych uogólnionych (1.2) zapiszmy \ddot{q} jako

$$\ddot{q} = H^{-1} \left[\begin{pmatrix} 0 \\ u \end{pmatrix} - C\dot{q} \right]. \quad (2.10)$$

Podstawmy teraz (2.10) do (2.7)

$$\ddot{y} = P + JH^{-1} \left[\begin{pmatrix} 0 \\ u \end{pmatrix} - C\dot{q} \right], \quad (2.11)$$

więc

$$\ddot{y} = P - JH^{-1}C\dot{q} + JH^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ u \end{pmatrix}. \quad (2.12)$$

Zapiszmy więc \ddot{y} następująco

$$\ddot{y} = F + G \begin{pmatrix} 0 \\ u \end{pmatrix}, \quad (2.13)$$

gdzie

$$F = P - JH^{-1}C\dot{q}, \quad (2.14)$$

$$G = JH^{-1}. \quad (2.15)$$

macierz G zapiszmy jako $G = [G_1 | G_2]$. Macierz G_2 jest rozmiaru $m \times m$.

Wektor \ddot{y} można zapisać wtedy jako

$$\ddot{y} = F + G_2 u. \quad (2.16)$$

Prawo sterowania pętli linearyzującej jest więc następujące

$$u = G_2^{-1}(-F + \zeta). \quad (2.17)$$

Po wykorzystaniu sterowania (2.17) w (2.16) otrzymamy układ liniowy

$$\ddot{y} = \zeta. \quad (2.18)$$

Za wysterowanie liniowym układem (2.18) odpowiada druga pętla. Zrealizować ją, można jako regulator PD z korekcją (??).

2.1.1 Badania symulacyjne

Podrozdział ten poświęcony jest symulacji algorytmu odsprężania wejściowo-wyjściowego dla robota free-floating z manipulatorem.

Algorytm zbadano na obu przedstawionych w pracy modelach dynamiki. W badaniach użyto identyczne konfiguracje początkowe $q_b(0)$, $q_r(0)$ i tą samą trajektorię zadaną $y_d(t)$, w celu porównania obu modeli.

Parametry geometryczne i masowe ustalono jako: $l_1=1\text{m}$, $l_2=1\text{m}$, $m_0=20\text{kg}$, $m_1=m_2=10\text{kg}$. Początkowa konfiguracja bazy $q_b(0)$ we współrzędnych uogólnionych była równa

$$q_b(0) = \begin{pmatrix} x(0) \\ y(0) \\ \theta(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix}.$$

We współrzędnych barycentrycznych konfigurację bazy $\phi_b(0)$ możemy zapisać jako

$$\phi_b(0) = \begin{pmatrix} \bar{x}(0) \\ \bar{y}(0) \\ \theta(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix},$$

co wynika to z przekształcenia (1.4). W naszym wypadku \bar{x} i \bar{y} będą równe

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{m_2 \left(l_1 c_{01} + \frac{1}{2} l_2 c_{012} \right)}{m_1 + m_2 + m_0} + \frac{l_1 m_1 c_{01}}{2(m_1 + m_2 + m_0)} + x, \\ \bar{y} &= \frac{m_2 \left(l_1 s_{01} + \frac{1}{2} l_2 s_{012} \right)}{m_1 + m_2 + m_0} + \frac{l_1 m_1 s_{01}}{2(m_1 + m_2 + m_0)} + y. \end{aligned}$$

Początkowa konfiguracja manipulatora była równa

$$q_r(0) = \begin{pmatrix} q_1(0) \\ q_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix}.$$

Prędkości początkowe $\dot{q}(0)$ były równe zeru.

Podczas badań odsprężnięto współrzędne x i y efektora w podstawowym układzie odniesienia (X_0, Y_0) .

Funkcja wyjścia we współrzędnych uogólnionych $y(q_b, q_r)$ ma postać

$$y(q_b, q_r) = \begin{pmatrix} x + l_1 c_{01} + l_2 c_{012} \\ y + l_1 s_{01} + l_2 s_{012} \end{pmatrix}.$$

Po przekształceniu q_b do ϕ_b otrzymamy funkcję wyjścia we współrzędnych barycentrycznych

$$y(\phi_b, q_r) = \begin{pmatrix} \frac{l_1(m_1 + 2m_0)c_{01} + l_2(2m_1 + m_2 + 2m_0)c_{012} + 2\bar{x}(m_1 + m_2 + m_0)}{2(m_1 + m_2 + m_0)} \\ \frac{l_1(m_1 + 2m_0)s_{01} + l_2(2m_1 + m_2 + 2m_0)s_{012} + 2\bar{y}(m_1 + m_2 + m_0)}{2(m_1 + m_2 + m_0)} \end{pmatrix}.$$

Funkcje wyjścia miały następujące wartości początkowe

$$y(q_b(0), q_r(0)) = \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix}.$$

$$y(\phi_b(0), q_r(0)) = \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix}.$$

Wektor pochodnych \dot{y} był zerowy.

Wybrano następujące trajektorie zadane $y_d(t)$

$$y_d(t) = \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix}.$$

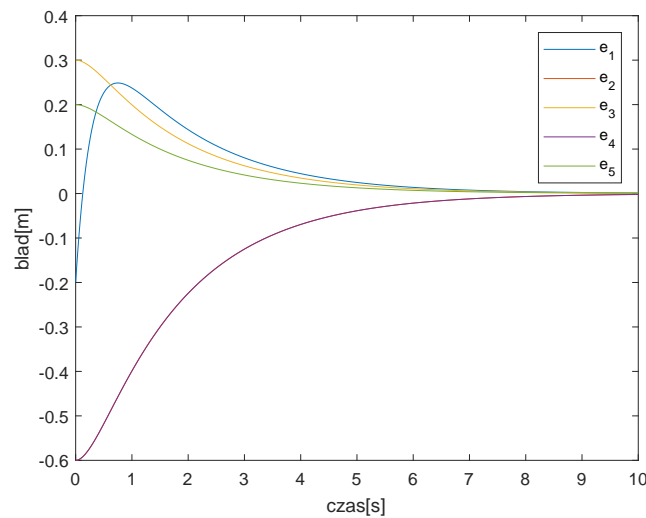
Błąd początkowy $e(t) = y_d(t) - y(t)$ i jego pochodna były równe

$$e(0) = \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix}, \quad \dot{e}(0) = \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix}.$$

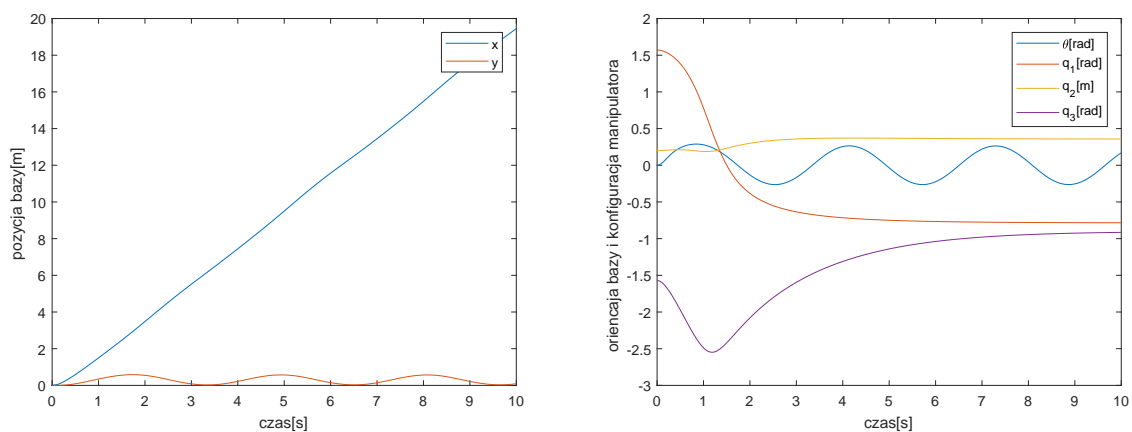
Do sterowania układem liniowym użyto regulator PD z korektą (??) z nastawami $K_d = 4$, $K_p = 2$. W badaniach wykorzystano środowisko Matlab/Simulink. Rezultaty badań przedstawiono poniżej.

2.1.2 Wyniki dla modelu we współrzędnych uogólnionych

Sterować można tylko dwoma przegubami manipulatora, a więc odsprząc dwie współrzędne efektora.



Rysunek 2.1 Przebieg błędów



Rysunek 2.2 Przebieg konfiguracji bazy i manipulatora