Spis treści

Rozdział 1

Wstęp

1.1 Cel pracy

1.2 Zawartość pracy

Rozdział 2

Model manipulatora mobilnego

Manipulator mobilny to platforma mobilna z zamontowanym na niej manipulatorem. Biorąc pod uwagę typ ograniczeń nałożonych kolejno na platformę i manipulator można wydzielić 4 typy manipulatorów mobilnych:

1. typ (h,h) - platforma i manipulator związane są ograniczeniami holonomicznymi,
2. typ (nh,h) - na platformę nałożone są ograniczenia nieholonomiczne, natomiast na manipulator ograniczenia holonomiczne,
3. typ (nh,nh) - ograniczenia nałożone na platformę i manipulator są nieholonomiczne. Taki rodzaj manipulatora mobilnego został przedstawiony w [5],
4. typ (h,nh) - na manipulator nałożone są ograniczenia nieholonomiczne, natomiast na platformę holonomiczne.

W tym rozdziale zostanie przedstawiony model manipulatora mobilnego typu (nh,h). W szczególności w rozważanym manipulatorze platformą będzie monocykl, czyli robot mobilny klasy (2,0). Za manipulator natomiast posłuży manipulator RTR. Rozważany manipulator mobilny przedstawiono na rys 1.

Przyjmy następujący wektor współrzędnych uogólnionych manipulatora mobilnego:

$$q = \begin{pmatrix} q_m \\ q_r \end{pmatrix} \in R^{n+p}, \tag{2.1}$$

gdzie $q_m = (x, y, \theta, \phi_1, \phi_2)^T \in R^n$ - wektor współrzędnych uogólnionych platformy mobilnej, $q_r = (q_1, q_2, q_3)^T \in R^p$ - wektor współrzędnych przegubowych manipulatora. Rozmiary przestrzeni wyniosą więc $n = 5$, $p = 3$.

2.1 Model we współrzędnych uogólnionych

Do wyprowadzenia równań manipulatora mobilnego wykorzystamy mechanikę Langrange'ą. Lagranżjan L jest zdefiniowany jako różnica pomiędzy energią kinetyczną, a potencjalną układu

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - V(q). \tag{2.2}$$

Równania ruchu przy braku sił działających na system są następujące

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}) - \frac{\partial L}{\partial q} = 0. \tag{2.3}$$

Lewą stronę równania (2.3) można przedstawić jako

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}) - \frac{\partial L}{\partial q} = Q(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + D(q). \tag{2.4}$$

Przy obecności sił zewnętrznych równanie (2.3) wygląda następująco

$$Q(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + D(q) = F_e. \tag{2.5}$$

W naszym przypadku siły zewnętrze F_e są sumą 2 składowych: $F_e = B(q)u + F_{nh}$, gdzie $B(q)u$ to uogólnione siły wejściowe(tj. wywierane na system przez elementy wykonawcze), a F_{nh} to siły więzów nieholonomicznych(tj. siły zapewniające spełnienie ograniczeń nieholonomicznych).
Wektor $u = \begin{pmatrix} u_m \\ u_r \end{pmatrix} \in R^{(n+p-l)}$ jest wektorem sterowań.
Macierz $B(q) = \begin{bmatrix} B(q_m) & 0 \\ 0 & I_p \end{bmatrix} \in R^{(n+p)\times(n+p-l)}$ nazywana jest macierzą wejściową.
l jest liczbą ograniczeń nieholonomicznych.
Łatwo zauważyć, że jeśli obecne jest chociaż jedno ograniczenie nieholonomiczne macierz $B(q)$ nie jest macierzą kwadratową, przez co nie można jej odwrócić.

2.2 Ograniczenia nieholonomiczne

W naszym przypadku platformą manipulatora mobilnego jest monocykl. W założeniu ma poruszać się ona bez poślizgu wzdłużnego i poprzecznego kół. Ograniczenia te są z natury nieholonomiczne i można je przedstawić w postaci Pfaffa

$$A(q)\dot{q} = 0, \tag{2.6}$$

Jako, że ograniczenia nieholonomiczne dotyczą tylko platformy zapiszmy $A(q)$ następująco

$$A(q) = \begin{bmatrix} A(q_m) & 0 \end{bmatrix} \in R^{l\times(n+p)}. \tag{2.7}$$

Z [6] wiemy, że siła więzów nieholonomicznych równa jest $F_{nh} = A(q)^T\lambda$, gdzie λ to wektor mnożników Lagrange'a. Równanie (2.5) można więc teraz zapisać jako

$$Q(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + D(q) = B(q)u + A(q)^T\lambda. \tag{2.8}$$

2.3 Model w prędkościach pomocniczych

Model postaci (2.8) posiada pewne wady: jak wspomniano w (2.1) macierz $B(q)$ nie daje się odwrócić z powodu obecności ograniczeń nieholonomicznych. W jawnej postaci występują również mnożniki Lagrange'a odpowiadające siłom tarcia statycznego zależnego od u, q, $\dot{q}$, t. Aby pozbyć się tych wad można przekształcić (2.8) do modelu wyrażonego w prędkościach pomocniczych.

Zauważmy najpierw, że ograniczenia (2.6) wymagają aby prędkość $\dot{q}$ należała do jądra macierzy $A(q)$.
Niech baza jądra $A(q_m)$ będzie zbiorem wektorów $\{g_1(q_m), g_2(q_m), ..., g_m(q_m)\}$. Zapiszmy prędkość $\dot{q}_m$ w następujący sposób

$$\dot{q}_m = \sum_{k=1}^{n} g_k(q_m)\eta_k = \begin{bmatrix} g_1(q_m) & g_2(q_m) & ... & g_m(q_m) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \vdots \\ \eta_m \end{pmatrix} = G_m(q_m)\eta. \tag{2.9}$$

Wektor η nazywamy wektorem prędkości pomocniczych.
Zauważmy, że prędkość

$$\dot{q} = G(q)z, \tag{2.10}$$

gdzie $G(q) = \begin{bmatrix} G_m(q_m) & 0 \\ 0 & I_p \end{bmatrix}$ i $z = \begin{pmatrix} \eta \\ \dot{q}_r \end{pmatrix}$ należy do jądra macierzy $A(q)$ i tym samym spełnia ograniczenia (2.6).

Możemy więc zapisać, że

$$A(q)G(q) = 0. \tag{2.11}$$

Biorąc transpozycje (2.11) otrzymamy

$$G^T(q)A^T(q) = 0. \tag{2.12}$$

Aby wyeliminować mnożniki Lagrange'a z (2.8) należy pomnożyć (2.8) lewostronnie przez G^T(dla czytelności pomińmy argumenty) i skorzystać z (2.12). Otrzymamy wtedy

$$G^T Q\ddot{q} + G^T C\dot{q} + G^T D = G^T Bu + G^T A^T \lambda = G^T Bu. \tag{2.13}$$

Zróżniczkujmy jeszcze (2.10) po czasie

$$\ddot{q} = \dot{G}z + G\dot{z}. \tag{2.14}$$

Po podstawieniu (2.10) i (2.14) do (2.13), otrzymamy model w prędkościach pomocniczych:

$$G^T Q(\dot{G}z + G\dot{z}) + G^T CGz + G^T D = G^T QG\dot{z} + G^T(Q\dot{G} + CG)z + G^T D = G^T Bu, \tag{2.15}$$

czyli

$$Q^*\dot{z} + C^*z + D^* = B^*u, \tag{2.16}$$

gdzie:

$$\begin{aligned} Q^* &= G^T QG, \\ C^* &= G^T(Q\dot{G} + CG), \\ D^* &= G^T D, \\ B^* &= G^T B. \end{aligned}$$

Rozdział 3

Odsprzęganie wejściowo-wyjściowe dla manipulatora mobilnego

Algorytm odsprzęgania wejściowo-wyjściowego jest wykorzystywany do sterowania manipulatorów mobilnych. Rozwiązuje on zadanie śledzenia zadanej trajektorii efektora $y_d(t)$ w przestrzeni zewnętrznej. Algorytm odpsprzęgania wejściowo-wyjściowego wymaga pełnej znajomości modelu manipulatora mobilnego.

Istnieją dwie wersje tego algorytmu dla manipulatorów mobilnych (nh,h):
- oryginalny algorytm Yamamoto i Yuna [2][3]
- algorytm z rozszerzonymi funkcjami wyjściowymi[1]

3.1 Struktura układu sterowania

Obie wersje algorytmu mają identyczną strukturę układu sterowania. Składa się ona z dwóch pętli sprzężenia zwrotnego, które mają sprowadzić równania manipulatora mobilnego do liniowej postaci $\ddot{y}(t) = \zeta$, gdzie ζ jest nowym sterowaniem.

- pętla wewnętrzna - przekształca układ do postaci liniowej typu "podwójny integrator"
- pętla zewnętrzna - zapewnia realizację zadania tj. śledzenia trajektori w uzyskanym układzie liniowym

3.2 Odprzęganie według Yamamoto i Yuna

3.2.1 Specyfikacja podejścia

Yamamoto i Yun założyli, że manipulator ma ustawić się w stałej konfiguracji o maksymalnej manipulowalności, natomiast zadanie jest realizowane głównie przez ruch platformy

3.2.2 Algorytm sterowania

3.2.3 Badania symulacyjne

3.3 Odprzęganie z rozszerzonymi funkcjami wyjściowymi

3.3.1 Specyfikacja podejścia

Odmiennie od podejścia Yamamoto i Yun'a w tym podejściu nie jest wymagany bezruch manipulatora. Może on czynnie uczestniczyć w realizacji zadania.

3.3.2 Algorytm sterowania

Funkcje wyjściowe mają wtedy postacie[1]:

$$y(q) = \begin{pmatrix} y_1(q_m, q_r) \\ y_2(q_r) \end{pmatrix}, \tag{3.1}$$

gdzie $y_1(q_m, q_r)$ jest wektorem wybranych współrzędnych efektora w podstawowym układzie odniesienia (X_0,Y_0), a $y_2(q_r)$ to wektor wybranych współrzędnych efektora w lokalnym układzie odniesienia (X_P,Y_P) związanym ze środkiem masy platformy[1].
Algorytm odsprzęgania wejściowo-wyjściowego dla manipulatorów mobilnych złożony jest z dwóch pętli sprzeżeń zwrotnych[1]:

- wewnętrznej pętli linearyzującej transformację wejście-stan
- zewnętrzej pętli linearyzującej transformację wejście-wyjście

Wewnętrzna pętla realizuje linearyzacje transformacji wejście-stan i wykorzystuje w tym celu prawo sterowania z rodziny algorytmów 'obliczanych momentów'[1]:

$$u = B^{*-1}[C^* z + D^* + Q^* v]. \tag{3.2}$$

Zewnętrza pętla zapewnia linearyzacje transformacji wejście-wyjście i jest realizowana za pomocą prawa sterowania[1]:

$$v = \Phi^{-1}[-\Phi z + \zeta]. \tag{3.3}$$

Macierz $\Phi(q)$ jest następująca

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_m & \Phi_{mr} \\ 0 & \Phi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial q_m} G_m & \frac{\partial y_1}{\partial q_r} \\ 0 & \frac{\partial y_2}{\partial q_r} \end{bmatrix}.$$

Prawo sterowania zewnętrznej pętli (3.3) wyprowadza się w następujący sposób:
Oblicza się pochodną funkcji wyjściowej $y(q)$ po czasie:

$$\dot{y}(q) = \begin{pmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial q_m}\dot{q}_m + \frac{\partial y_1}{\partial q_r}\dot{q}_r \\ \frac{\partial y_2}{\partial q_r}\dot{q}_r \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial q_m} G_m & \frac{\partial y_1}{\partial q_r} \\ 0 & \frac{\partial y_2}{\partial q_r} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \eta \\ \dot{q}_r \end{pmatrix} = \Phi(q) z, \tag{3.4}$$

$\dot{y}(q)$ ponownie różniczkuje się po czasie:

$$\ddot{y} = \dot{\Phi} z + \Phi \dot{z}. \tag{3.5}$$

Stosując pierwszą pętlę (3.2) do modelu (2.16) mamy:

$$\dot{z} = v. \tag{3.6}$$

Po podstawieniu zależności (3.6) do równania (3.5) uzyskamy:

$$\ddot{y} = \dot{\Phi} z + \Phi v. \tag{3.7}$$

Aby zapewnić linearyzację wejściowo-wyjściową należy więc użyć wejścia:

$$v = \Phi^{-1}[-\Phi z + \zeta]. \tag{3.8}$$

Po zastosowaniu algorytmu otrzymuje się więc funkcje wyjściowe w liniowej postaci:

$$\ddot{y} = \zeta. \tag{3.9}$$

System taki można sterować, na przykład za pomocą regulatora PD z korektą

$$\zeta = \ddot{y}_d(t) - K_d \dot{e}(t) - K_p e(t), \tag{3.10}$$

gdzie $\ddot{y}_d(t)$ - druga pochodna zadanej funckji wejściowej,
$e(t) = y_d(t) - y(t)$, $\dot{e}(t) = \dot{y}_d(t) - \dot{y}(t)$ - błąd i jego pochodna,
$K_d > 0$, $K_p > 0$ - nastawy regulacji.

Warunki działania algorytmu Wyżej przedstawiony algorytm wymaga odwracalności macierzy Φ. Warunek jaki trzeba spełnić aby algorytm funkcjonował jest więc następujący:

$$\det(\Phi) = \det(\Phi_m)\det(\Phi_r) \neq 0 \tag{3.11}$$

3.3.3 Badania symulacyjne

Rozważany monocykl posiada dwa wejścia (sterowania obu kół), można więc odsprząc dwie współrzędne efektora. Podczas badań postanowiono odsprząc współrzędne x i y efektora w podstawowym układzie odniesienia (X_0,Y_0). Funckja wyjściowa $y_1(q_m, q_r)$ ma więc postać

$$y_1(q_m, q_r) = \begin{pmatrix} x + ac_0 + l_2 c_{01} + l_3 c_{01} c_3 \\ y + as_0 + l_2 s_{01} + l_3 s_{01} c_3 \end{pmatrix}.$$

Funkcja $y_2(q_r)$ to wektor współrzędnych x, y i z efektora w układzie środka masy platformy (X_P,Y_P)

$$y_2(q_r) = \begin{pmatrix} a + l_2 c_1 + l_3 c_1 c_3 \\ l_2 s_1 + l_3 s_1 c_3 \\ s_3 l_3 + q_2 \end{pmatrix}.$$

Początkowe położenie platformy było równe $q_m(0) = (x(0), y(0), \theta(0), \phi_1(0), \phi_2(0)) = (0, 0, 0, 0, 0)$, a początkowa konfiguracja manipulatora była równa $q_r(0) = (q_1(0), q_2(0), q_3(0)) = (\frac{\pi}{2}, 0.2, -\frac{\pi}{2})$. Prędkości początkowe $\dot{q}(0)$ były równe zeru.
Parametry geometryczne ustalono jako: $l_2 = 0.3$m, $l_3 = 0.2$m, $a = 0.2$m.
Funkcje wyjściowe miały więc następujące wartości początkowe

$$y(q_m(0), q_r(0)) = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.3 \\ 0.2 \\ 0.3 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Wektor pochodnych $\dot{y}$ równy był wektorowi zer.
Wybrano następujące trajektorie zadane $y_d(t)$

$$y_d(t) = \begin{pmatrix} 2t \\ -0.3\cos(2t) \\ 0.5 \\ -0.3 \\ 0.2 \end{pmatrix}.$$

Błąd początkowy $e(t) = y_d(t) - y(t)$ i jego pochodna były więc równe

$$e(0) = \begin{pmatrix} -0.2 \\ -0.6 \\ 0.3 \\ -0.6 \\ 0.2 \end{pmatrix}, \qquad \dot{e}(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

W badaniach wykorzystano środowisko Matlab/Simulink.

Rozdział 4

Model satelity typu free-floating

Rozdział 5

Odsprzęganie wejściowo-wyjściowe dla satelity typu free-floating

Bibliografia

[1] Mazur A. *New approach to designing input-output decoupling controllers for mobile manipulators.* Bull. of the Polish Academy of sciences Tech. Sci. 53(1):31-37, (2005)

[2] Yamamoto Y, Yun X. *Coordinating locomotion and manipulation of a mobile manipulator.* IEEE Trans. on Automatic Control, 39(6):1326-1332, (1994)

[3] Yamamoto Y, Yun X. *Effect of the dynamic interaction on coordinated control of mobile manipulators.* IEEE Trans. Robotics Automat, 12(5):816-824, (1996)

[4] Mazur A, Arent K. *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, 335:55-71 (2007)

[5] Tchoń K, Jakubiak J. *Acceleration-Driven Kinematics of Mobile Manipulators: An Endogenous Configuration Space Approach*, pp.(469-476), (2004)

[6] M. R. Flannery. *The Enigma of Nonholonomic Constraints.* American Association of Physics Teachers, 73(3):265–272, 2005.