

Suma de Vectores

Paola V. Náter, Alec J. Nuñez, Raúl A. Ortiz

Laboratorio Física General 3173-101

Instructor: Kevin García Gallardo

Universidad de Puerto Rico, Recinto de Mayagüez

Resumen

Para representar el principio de fuerza se utilizó este experimento en el cual se presentaron diferentes casos de vectores cada uno con sus magnitudes y ángulos diferentes. Sabemos que los vectores no implican un solo valor numérico por lo cual la suma de estos no se puede realizar utilizando aritmética básica. Como objetivo, se llevó a cabo la ejecución de los porcentajes de diferencia entre la suma de vectores utilizando los siguientes métodos; analítico, gráfica y el simulador para así demostrar la variedad de precisión y exactitud en cada uno. Para obtener dichos datos (cálculos), primero se realizó la suma vectorial para así encontrar el vector resultante entre dos vectores principales. Luego para el método de simulación se hizo uso de la página PhET-Vector Addition [1]. Para el grafico se empleó el uso del iPad/tableta electrónica para graficar de manera física. Finalmente, para el método analítico se trabajó con cálculos que reforzaron lo que ya se sabía del principio de lo que es la fuerza. Al finalizar, con la información recopilada, se calculó el porcentaje de diferencia entre los resultados de simulación, gráficas y análisis. Se debe indicar también que se utilizó como el valor teórico el método analítico y los otros dos como valores experimentales. Al final se demostró la tendencia que prueba que el simulador es el que menor magnitud de incertidumbre tiene, esto se debe a que este es una programación y el método grafico podría tener errores humanos.

I) Introducción

La física considera el principio de la fuerza como un vector ya que esta está compuesta por un escalar o una magnitud física, normalmente representada como Newton y una dirección que se representa en grados [2]. Ya que los vectores componen gran parte de lo que conocemos a nuestro alrededor, es pertinente que posean ciertas propiedades que son fundamentales, como lo es la suma. Esta suma se puede llevar a cabo a través de diferentes métodos, estos son; el método gráfico y el método analítico. Se podría decir que el método grafico es bastante similar al del simulador ya que

ambos necesitan una representación visual para poder llevarse a cabo. El simulador también tiene cierto parecido al método analítico ya que está programado para brindar los datos necesarios al igual que una calculadora utilizada para el método analítico. Además, el método analítico requiere evidencia matemática a través de la trigonometría, dichas formulas fueron utilizadas en el desarrollo de este informe. Al finalizar todo, se calculó el porcentaje de diferencia para así cumplir con el objetivo antes estipulado de comparar los resultados de los métodos.

1. $\underline{A_x} = A \cos \theta_a$
2. $\underline{A_y} = A \sin \theta_a$
3. $\underline{B_x} = B \cos \theta_b$
4. $\underline{B_y} = B \sin \theta_b$
5. $\sum x = A \cos \theta_a + B \cos \theta_b$
6. $\sum y = A \sin \theta_a + B \sin \theta_b$
7. $\theta = \tan^{-1} \frac{F_y}{F_x}$
8. $|R| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$
9. $\% \text{ de diferencia} = \frac{|V.\text{teórico} - V.\text{experimental}|}{\frac{V.\text{teórico} + V.\text{experimental}}{2}} \times 100$

II) Datos y Cómputos

Para obtener los datos de la columna “Simulación” en la Tabla 1, se utilizó el simulador *PhET- Vector Addition*, donde los vectores con letras d y e representaban las fuerzas F_1 y F_2 respectivamente, y el vector s, representaba las fuerzas sumadas o fuerza resultante, entre los vectores que se mencionan. Cada caso se trató con una escala específica para cada uno. En los casos del 1 al 4 se utilizó una escala de 25 y en el caso 5 se utilizó una escala de 20. Los datos de la columna “Grafico” se le atribuyen al método gráfico, el cual consistía en delinear dos vectores con regla, utilizando la escala asignada; luego se traza una línea desde el comienzo del primer vector hasta el final del segundo, con el propósito de unirlos. El nuevo vector y su ángulo determinado con un transportador fue lo que se designó como resultante R. Los datos de la columna “analítico” se le atribuyen al método analítico, que dichos datos se obtienen utilizando las expresiones trigonométricas discutidas en clase. Para calcular los componentes horizontales, verticales, los ángulos y los resultantes, se utilizaron las fórmulas o expresiones trigonométricas antes mencionadas.

Del mismo modo, para la Tabla 2, se utilizó la ecuación de % de error para calcular

objetivamente los porcentajes de diferencia entre cada método realizado con los datos de la Tabla 1. Gracias a esto se pudo comparar los datos y se pudo observar que el método analítico es mucho más preciso y exacto que los demás métodos utilizados en el experimento 1.

Tabla 1: Datos de las fuerzas y resultantes para el experimento de Suma de Vectores.

Caso	Fuerzas		Simulación	Gráfico	Analítico
1	$F_1 = 300,$ $F_2 = 400,$	$\Theta_1 = 20^\circ$ $\Theta_2 = 80^\circ$	$R = 607.5$ $\phi = 54.7^\circ$	$R = 615$ $\phi = 55^\circ$	$R = 608.2$ $\phi = 54.7^\circ$
2	$F_1 = 300,$ $F_2 = 400,$	$\Theta_1 = 20^\circ$ $\Theta_2 = 140^\circ$	$R = 360$ $\phi = 93.9^\circ$	$R = 392.5$ $\phi = 96.7^\circ$	$R = 360.5$ $\phi = 86.0^\circ$
3	$F_1 = 200,$ $F_2 = 100,$	$\Theta_1 = 60^\circ$ $\Theta_2 = 120^\circ$	$R = 265$ $\phi = 79.1^\circ$	$R = 260$ $\phi = 73^\circ$	$R = 265$ $\phi = 84.8^\circ$
4	$F_1 = 250,$ $F_2 = 150,$	$\Theta_1 = 60^\circ$ $\Theta_2 = 100^\circ$	$R = 377.5$ $\phi = 74.8^\circ$	$R = 375$ $\phi = 76^\circ$	$R = 377.5$ $\phi = 74.7^\circ$
5	$F_1 = \underline{220},$ $F_2 = \underline{480},$	$\Theta_1 = 0^\circ$ $\Theta_2 = 90^\circ$	$R = 520$ $\phi = 65^\circ$	$R = 560$ $\phi = 66^\circ$	$R = 528$ $\phi = 65^\circ$

Cálculos primer ejercicio:

$$F_1 = 300N \theta_1 = 20^\circ$$

$$F_2 = 400N \theta_2 = 80^\circ$$

$$\begin{aligned} \underline{A_x} &= A \cos \theta_a \\ \rightarrow_{A_x} &= 300 \cos 20^\circ \\ \rightarrow_{A_x} &= 281.91 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{A_y} &= A \sin \theta_a \\ \rightarrow_{A_y} &= 300 \sin 20^\circ \\ \rightarrow_{A_y} &= 102.61 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{B_x} &= B \cos \theta_b \\ \rightarrow_{B_x} &= 400 \cos 80^\circ \\ \rightarrow_{B_x} &= 69.46 \end{aligned}$$

$$\underline{B_y} = B \sin \theta_b$$

$$\begin{aligned}\vec{B}_y &= 400 \sin 80^\circ \\ \vec{B}_y &= 393.92\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum x &= A \cos \theta_a + B \cos \theta_b \\ \sum x &= 281.91 + 69.46 \\ \sum x &= 351.37\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum y &= A \sin \theta_a + B \sin \theta_b \\ \sum y &= 102.61 + 393.92 \\ \sum y &= 496.53\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}|R| &= \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \\ \vec{R} &= \sqrt{(351.37)^2 + (496.53)^2} \\ \vec{R} &= 608.2N\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1} \frac{F_y}{F_x} \\ \theta &= \tan^{-1} \frac{496.53}{351.37} \\ \theta &= 54.71^\circ\end{aligned}$$

Tabla 2: Valores de porcentajes de diferencias.

Casos	% Diferencia en R Analítico - Simulación (A-S)	% Diferencia en R Analítico - Gráfico (A-G)	% Diferencia Analítico en Ø - Simulación	% Diferencia Analítico en Ø - Gráfico
1	0.11%	1.06%	5.11%	0.54%
2	0.13%	8.80%	0.10%	2.87%
3	0.00%	1.80%	6.72%	13.91%
4	0.00%	0.66%	0.00%	1.60%
5	1.50%	1.50%	0.00%	1.53%

Ejercicio 1:
Respecto al resultante:

$$\% \text{ de diferencia} = \frac{|V.\text{teórico} - V.\text{experimental}|}{\frac{V.\text{teórico} + V.\text{experimental}}{2}} \times 100$$

$$\% \text{ de diferencia (A - S)} = \frac{608.2 - 607.5}{\frac{608.2 + 607.5}{2}} \times 100$$

$$\% \text{ de diferencia (A - S)} = 0.11\%$$

$$\% \text{ de diferencia (A - G)} = \frac{608.2 - 615}{\frac{608.28 + 615}{2}} \times 100$$

$$\% \text{ de diferencia (A - G)} = 1.06\%$$

Respecto al ángulo:

$$\% \text{ de diferencia} = \frac{|V.\text{teórico} - V.\text{experimental}|}{\frac{V.\text{teórico} + V.\text{experimental}}{2}} \times 100$$

$$\% \text{ de diferencia (A - S)} = \frac{54.7 - 57.5}{\frac{54.7 + 57.5}{2}} \times 100$$

$$\% \text{ de diferencia (A - S)} = 5.11\%$$

$$\% \text{ de diferencia (A - G)} = \frac{54.7 - 55}{\frac{54.7 + 55}{2}} \times 100$$

$$\% \text{ de diferencia (A - G)} = 0.54\%$$

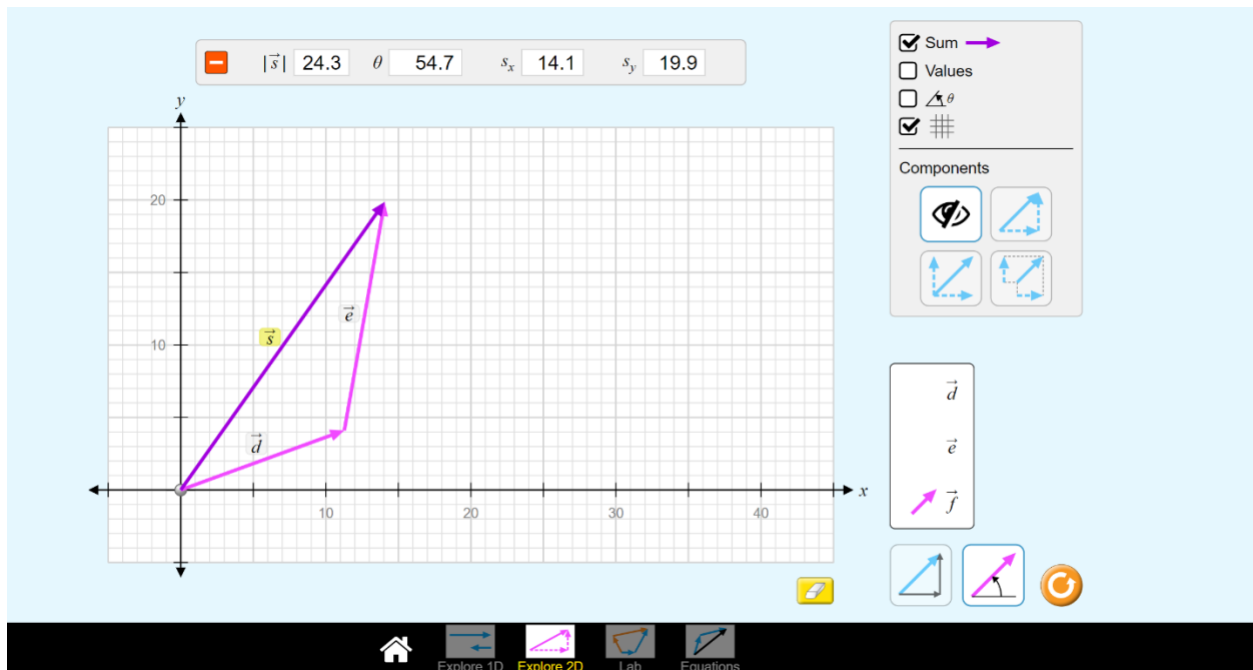


Figura 1.1: Primera simulación (25N)

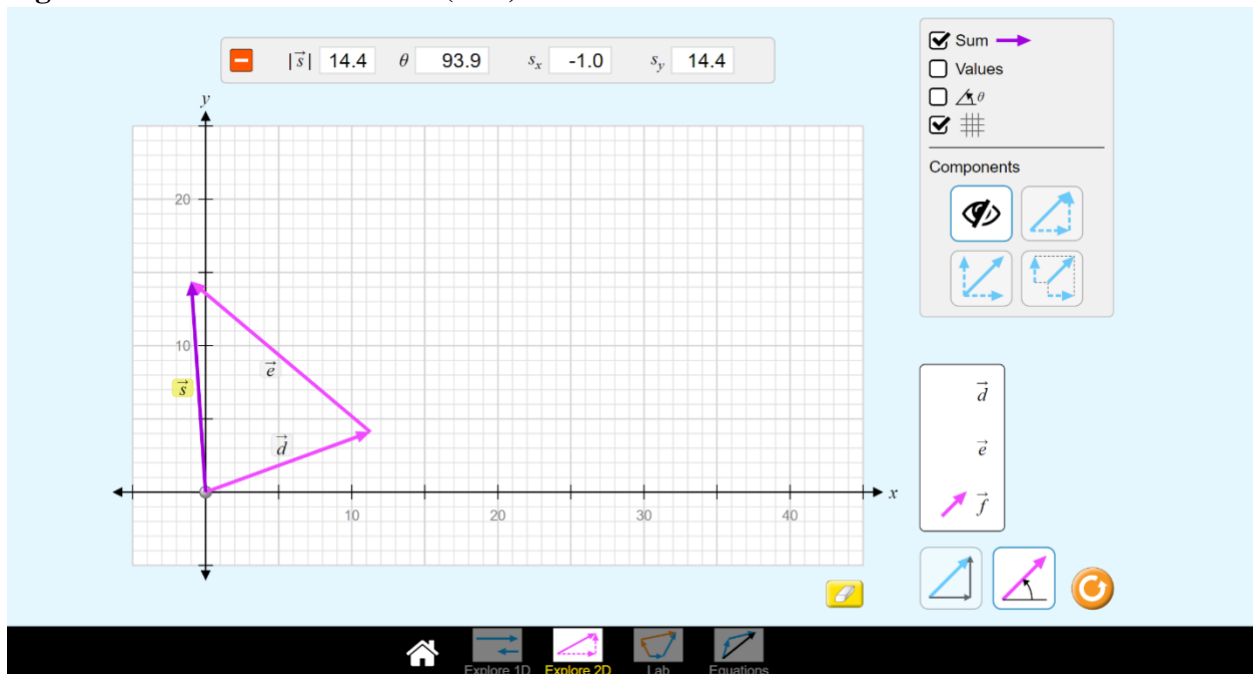


Figura 1.2: Segunda simulación (25N)

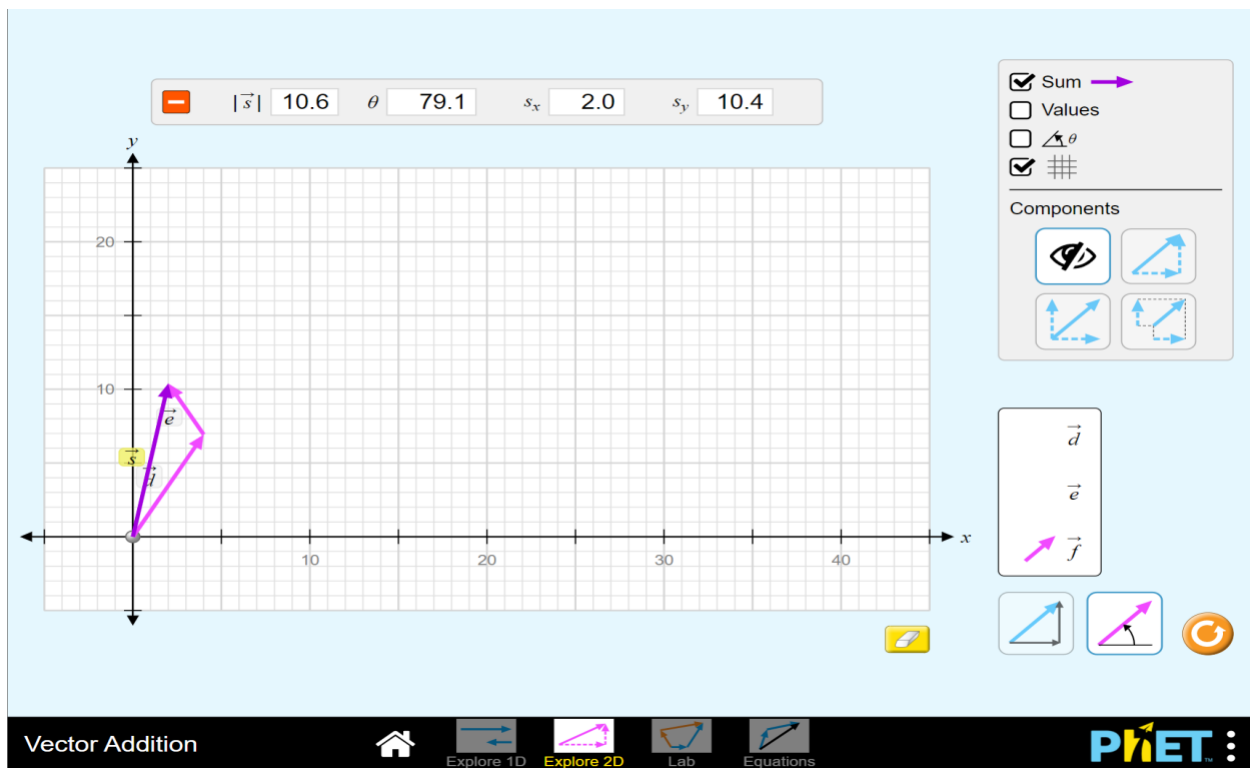


Figura 1.3: Tercera simulación (25N)

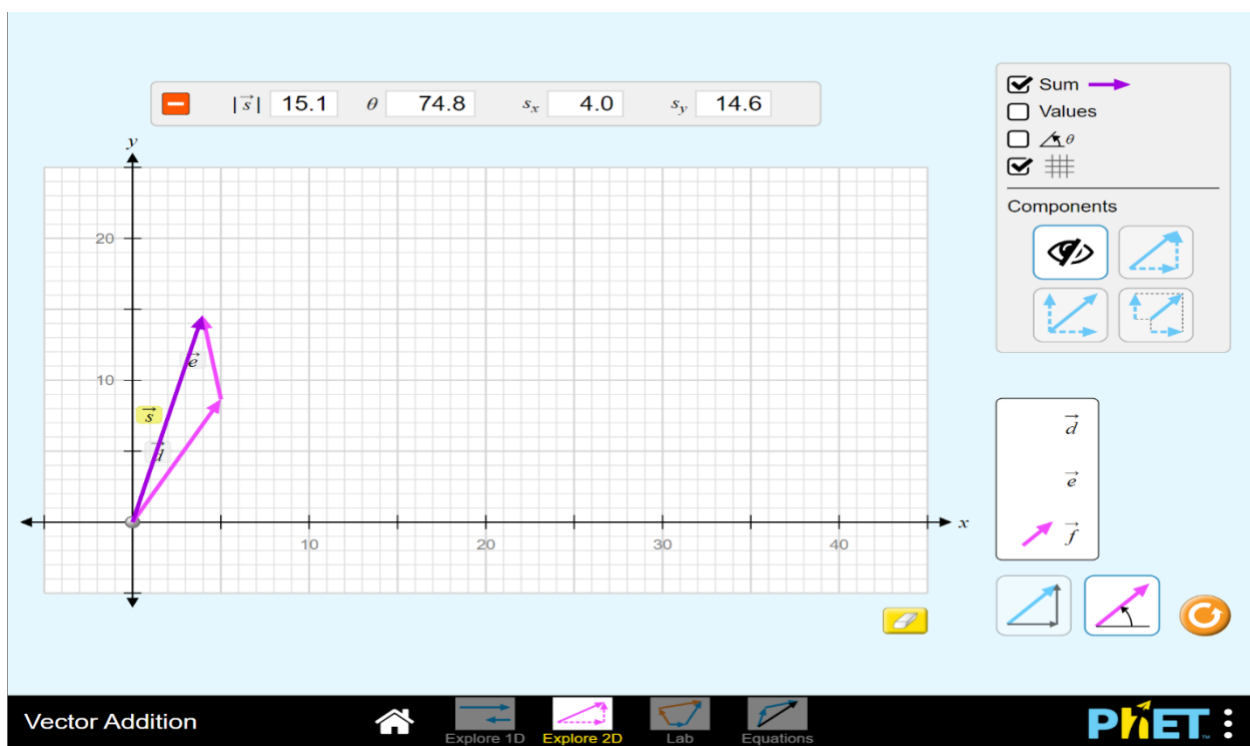


Figura 1.4: Cuarta simulación (25N)

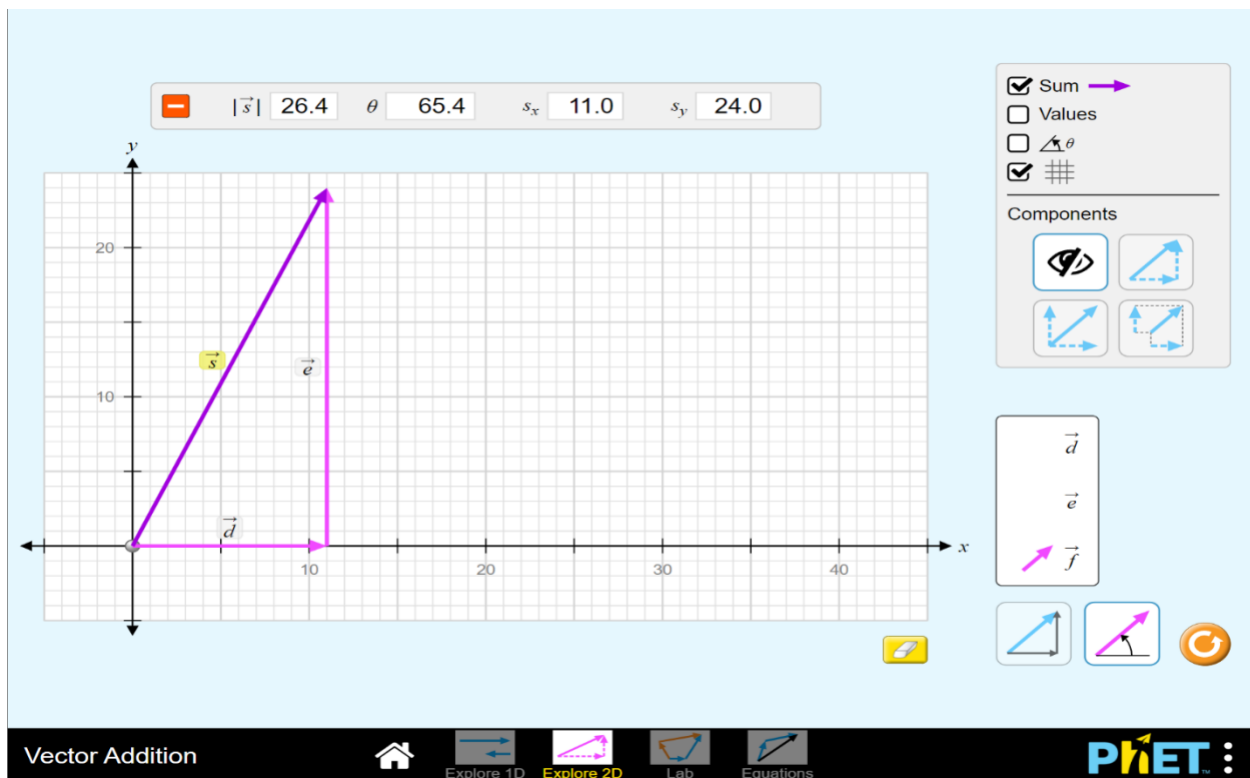


Figura 1.5: Quinta simulación (25N)

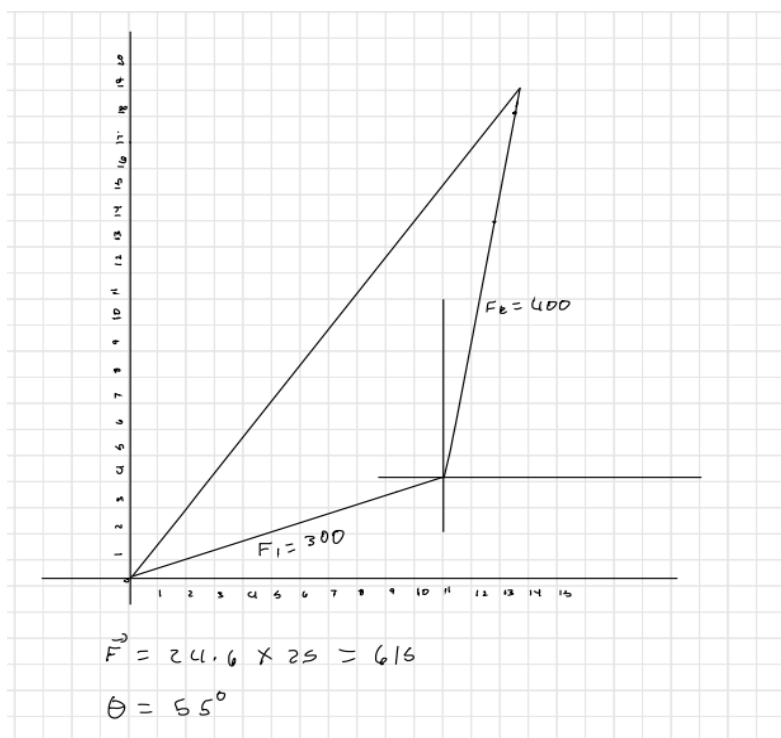


Figura 2.1: Primer gráfico

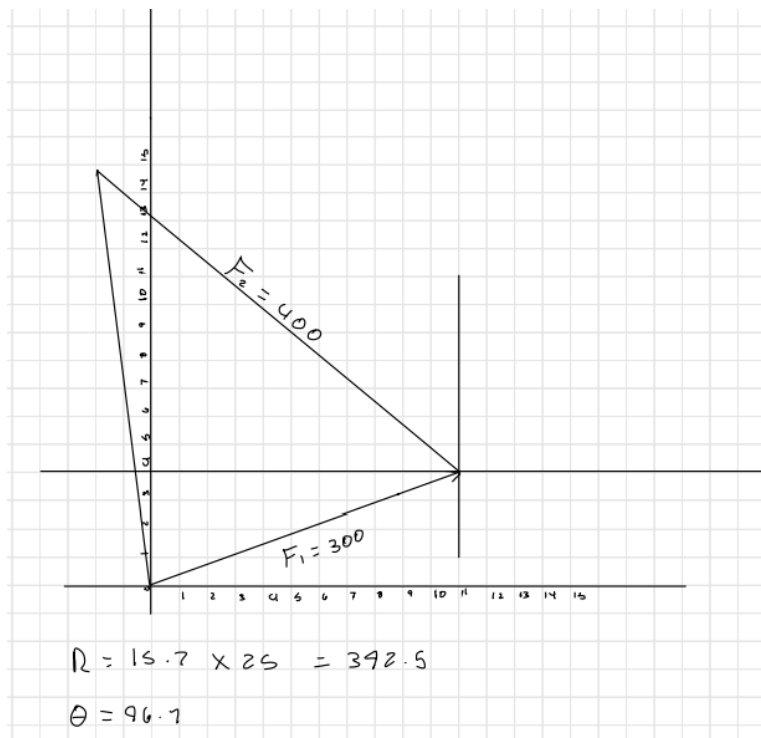


Figura 2.2: Segundo gráfico

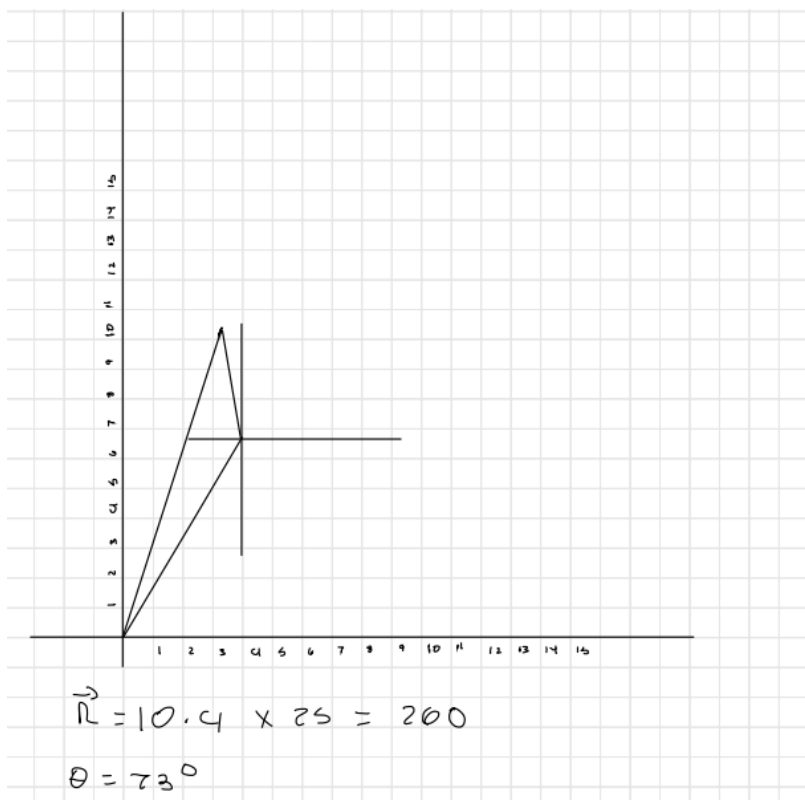


Figura 2.3: Tercer gráfico

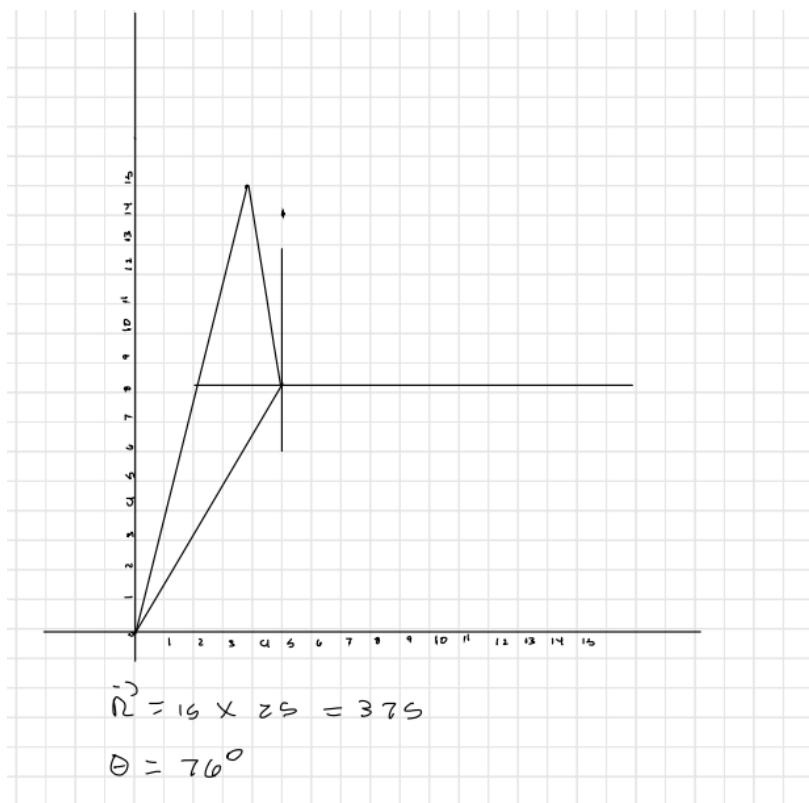


Figura 2.4: Cuarto gráfico

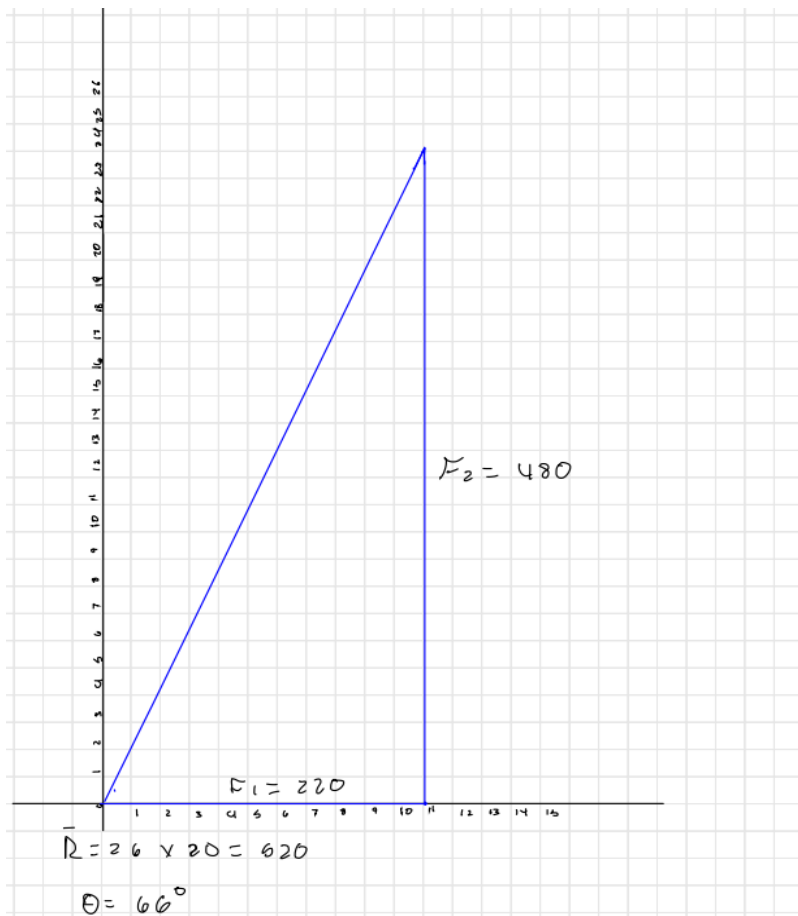


Figura 2.5: Quinto gráfico

III) Análisis y Resultados

En base a los resultados obtenidos en la Tabla (2) se pudo ver a través de la recopilación de datos que hay cierto grado de diferencia en la medida de porcentaje respecto a los diferentes métodos utilizados en la parte experimental. Los valores del vector resultante (la resultante) fueron variados debido a los diferentes procesos o métodos empleados. Por ejemplo, los valores obtenidos en las gráficas hecha en el “iPad” o tableta electrónica no fueron igual de acertados, es decir, con menor margen de error que los de la simulación. Es por esto por lo que el valor experimental se alejó del valor teórico. Por otro lado, se observó que los valores obtenidos a través de la simulación son unos muy certeros. Es decir, que la exactitud de los resultados de la simulación son unos muy cercanos a los valores teóricos. Por lo tanto, se obtuvo un porcentaje de error menor. Un posible margen de error en el área de la gráfica hecha manualmente pudo haber sido la insuficiente precisión del lápiz con el “iPad” y esto se pudo ver en el resultado del caso 3 que su porcentaje de

incertidumbre la parte grafica fue de un 13.91% . A diferencia de la simulación ya que es corrida por un programa, sistemáticamente programada, valga la redundancia, para brindar la mayor exactitud posible y entonces así tener un menor porcentaje de incertidumbre. Por ejemplo la data obtenida sobre los porcentajes de incertidumbre de los resultados de los ángulos por el método analítico y el simulador visto en el caso (5) demuestra un resultado de porcentaje de incertidumbre de un 0.00% . A pesar de que la data obtenida de diferentes manera o sea de diferentes escalas no afecto los resultados de manera considerable. Esto quiere decir que los valores tomados a diferentes escalas se mantuvieron cerca de los valores verdadero o teóricos, a pesar de los distintos posibles errores encontrados en la variedad de métodos. Cabe mencionar que los valores del simulador no estuvieron tan acertados comparado con los procesos matemáticos realizados en la parte analítica. Esto quiere decir que la parte cuadriculada de la simulación no fue muy sencilla de determinar debido a la ejecución o asignación de los puntos decimales.

La suma de los vectores usualmente corresponde a un resultado de manera positiva y mayor de cero. También existen casos cuando los vectores poseen la misma magnitud pero de dirección opuesta, es decir, anti paralelos. Esto ocasiona que las magnitudes se cancelen y así tener un resultado de cero. Un claro ejemplo se puede observar en la (Figura 1.1).

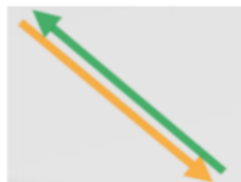


Figura 1.1: Ejemplo de vectores con magnitud total de cero.

El descomponer vectores fue crucial para el desarrollo de este experimento. Se realizó por medio de formulas trigonométricas y esto facilitó el usa del resto del procedimiento para obtener el resto de los cálculos. Se necesitaba F_{x1} y F_{x2} para obtener el componente x de R. Al igual de x también se utilizaron los componentes F_{y1} y F_{y2} para obtener y de R. Por consiguiente, ya de haber obtenido estos datos, estos mismos se puede utilizar para hallar la magnitud del vector resultante R por medio del uso de Pitágoras. De este modo ya que se forma un triangulo se hace función de la tangente inversa para hallar su ángulo con respecto a su eje mas cercano el cual es el eje x.

IV) Conclusión

Los vectores no pueden manipularse aritméticamente como usualmente se hace, sino que se debe considerar la dirección de sus flechas y sus fuerzas. Se investigó la suma de vectores representada gráficamente utilizando el simulador y método grafico para determinar cuál presentaba un menor porcentaje de diferencia en su valor teórico. Las combinaciones de fuerzas se midieron a través del método analítico y se llegó a la conclusión de que los métodos con mayor exactitud para la suma de vectores lo son el método analítico y el simulador. Esto se vio claramente en los diferentes porcentajes de error. Como se utilizo el valor de simulación como valor experimental, el rango de la fuerza solo llego a 1.50%, y el ángulo a 6.72%. Por otro lado, el rango de porcentaje al tomar los valores gráficos como experimentales llegaron a 8.80% en magnitud y 13.91% en ángulo.

V) Referencias

- [1] Forces at Equilibrium. Retrieve from <https://phet.colorado.edu/en/contributions/view/5625>
- [2] López, Marrero y Roura, Manual de Experimentos de Física I, Primera Edición, J. Wiley & Sons, Inc. NJ, 21-23
- [3] Douglas C. Giancoli. 2009. Physics for Scientists & Engineers. Upper Saddle River, New Jersey 07458: Pearson Education, Inc. p. 51-58

INICIALES: A.J.N.P¹ , P.N.O² , R.O.R³