Ondas Estacionarias: La Cuerda Vibrante

Objetivos

1. Determinar la relación matemática que existe entre la velocidad de propagación de una onda y la tensión en una cuerda.
2. Determinar las condiciones necesarias para que se formen ondas estacionarias en una cuerda.

Introducción

Podemos pensar en las ondas como una serie de pulsaciones que viajan por un medio. Por ejemplo, el sonido es una onda que viaja por el aire. Una manera sencilla de describir o caracterizar las ondas es midiendo tres cantidades: la distancia entre cada pulsación (el *largo de onda A)*, cuan 'alto' es la pulsación (la *amplitud A)* y cuantas pulsaciones pasan un punto por unidad de tiempo (la *frecuencia f)* (ver figura 1). La velocidad de propagación de la onda, cuan rápido se mueve cada pulsación, se puede calcular si se sabe el largo de onda y la frecuencia. A saber

$$v = \lambda f \tag{1}$$

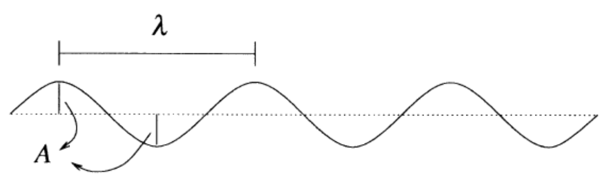


Figura 1. La amplitud y el largo de onda.

Esta relación es cierta para toda onda. Cuando dos ondas se encuentran, ocurre el fenómeno de *interferencia*. Este fenómeno, donde las ondas se amplifican o cancelan en distintas partes, es el causante de las llamadas *ondas estacionarias.* imagínese que tiene una cuerda con un extremo amarrado. Una onda puede viajar a través de la cuerda y al llegar al extremo amarrado la onda se refleja. La onda reflejada se encuentra con la onda que todavía vienen en camino haciendo que ocurra interferencia. Si las condiciones son las correctas, se puede formar un patrón estacionario (*Debemos recalcar que no es que la onda se ha detenido, sino que la interferencia de dos ondas a* *formado el patrón*). Este patrón (ver figura 2) se caracteriza por tener puntos, llamados *nodos*, donde no hay oscilaciones. Los puntos donde la amplitud de la oscilación es máxima se llama *antinodo*. La distancia entre dos nodos consecutivos es la mitad del largo de onda de la onda que forma el patrón. Con este dato podemos derivar una ecuación para calcular el largo de onda en una cuerda de largo L. Si ajustamos las condiciones para formar una onda estacionaria en la cuerda, el largo de onda en una onda estacionaria con n antinodos es

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \tag{2}$$

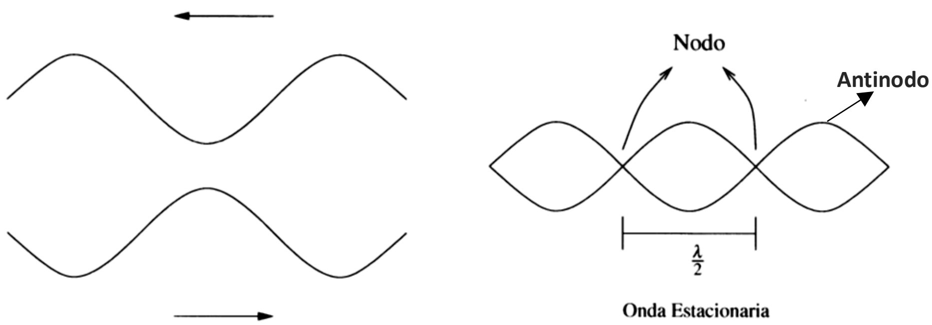


Figura 2. Interferencia entre dos ondas que viajan en direcciones opuestas forman el patrón de las ondas estacionarias.

Procedimiento

1. Ingresar al enlace de la simulación (https://www.geogebra.org/m/dgedzmz3#material/qYX5eakP).
2. Verificar que se encuentre en la simulación de "*Standing Waves on Strings*" en el panel izquierdo dentro de "*Superposition*".
3. Configurar la frecuencia del diapasón en "*Vibration Frequency*" con un valor de 60 Hz.
4. Para calcular y configurar la densidad de la cuerda (μ) debe utilizar el largo (L) que se presenta en la simulación (4.0 m) y la masa (M) que se presenta en la tabla 1.
5. Deslizar el circulo en la opción "*Tensión*" tal que se forme 6 antinodos. Anotar ese valor en la tabla 2. (*Recomendación, comenzar con la formación de 6 antinodos e ir disminuyendo hasta formar 1 antinodo*).

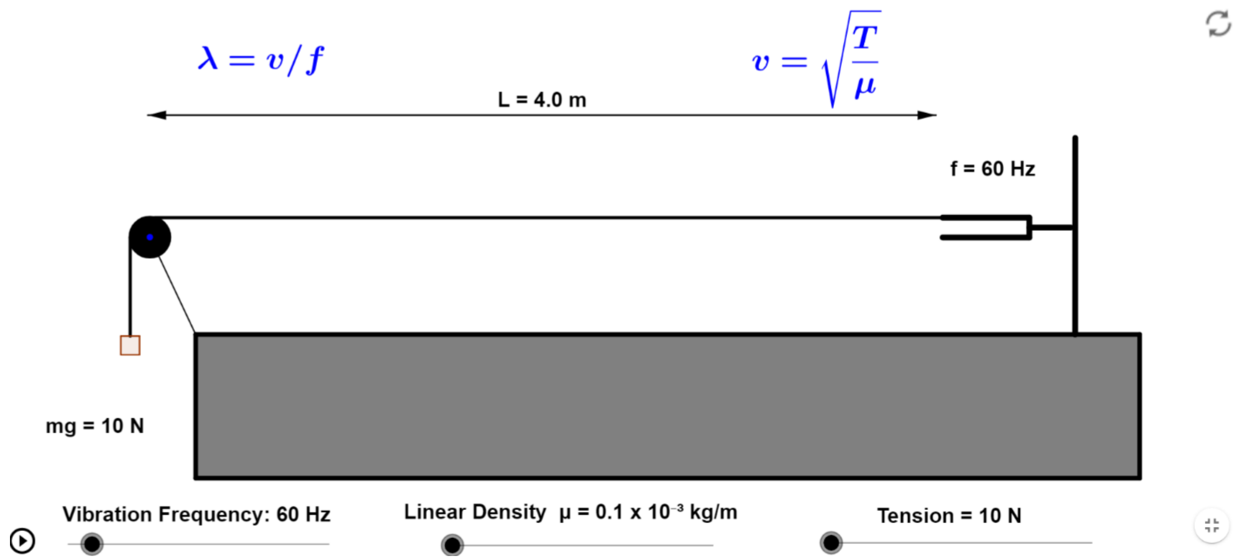


Figura 2. Simulación de "*Standing Waves on Strings*".

Datos y Resultados

Masa (kg)	L (m)	μ (kg/m)
628 x 10^{-5}	4.0	

Tabla 1. Densidad lineal

Caso	# de antinodos	$\lambda_n = \frac{2L}{n}$ (m)	$v_n = \lambda_n f$ (m/s)	$v_n^2 = (\lambda_n f)^2$ (m/s)^2	T = mg (N)	m (kg)
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Tabla 2. Valores de largo de onda, velocidad de propagación de la onda y tensión.

Ondas Estacionarias: La Cuerda Vibrante

Alec J. Nuñez, Raúl A. Ortiz

Laboratorio Física General 3173-101

Instructor: Kevin García Gallardo Universidad de Puerto Rico, Recinto de Mayagüez

21 de noviembre de 2021.

Datos y Resultados

Tabla 1: Densidad Lineal.

Masa (kg)	L (m)	μ (kg/m)
$6.28x10^{-5}$	4.0	$1.57x10^{-3}$

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{628\ x\ 10^{-5}}{4.0} = 1.57x10^{-3}$$

Tabla 2: Valores de largo de onda, velocidad de propagación de la onda y tensión.

Caso	**# de antinodos**	$\lambda_n = \frac{2L}{n}$ (m)	$v_n = \lambda_n f$ **(m/s)**	$v_n^2 = (\lambda_n f)^2$ **(m/s)**	**T=mg (N)**	**m (kg)**
1	6	1.33	79.8	6368.04	10	1.02
2	5	1.60	96.0	9216.00	14.47	1.48
3	4	2.00	120.0	14400.00	22.61	2.30
4	3	2.67	160.2	25664.04	40.25	4.10
5	2	4.00	240.0	57600.00	90.43	9.22
6	1	8.00	480.0	230400.00	361.73	36.87

Caso 1:

$$m = \frac{T}{g} = \frac{10}{9.81} = 1.02$$

$$\boldsymbol{\lambda_n} = \frac{2L}{n} = \frac{2(4.0)}{6} = 1.33$$

$$v_n = \lambda_n f = 1.33(60) = 79.8$$

$$v_n^2 = \lambda_n f = 1.33(60)^2 = 6368.04$$

Caso 6:

$$\boldsymbol{\lambda_n} = \frac{2L}{n} = \frac{2(4.0)}{1} = 8.00$$

$$v_n = \lambda_n f = 8.00(60) = 480.0$$

Análisis

1. Grafique T en función de v^2 (excluya el caso de 1 antinodo). ¿Qué función describe estos datos?
2. Haga un ajuste lineal a esta gráfica. ¿Qué significa la pendiente?
3. De los 6 casos de números de antinodos que se indican en la Tabla 2 ¿Pudo obtener el de 1 antinodo? Si este no fue el caso ¿Cuánta masa (*m*) se debe colocar en el extremo y cuál debe ser la tensión (*T*) generada en la cuerda para formar un antinodo?

Referencias

[1] J. López, Da Trabajo, Departamento de Física, UPR Mayagüez, paginas 146-151, (2009)

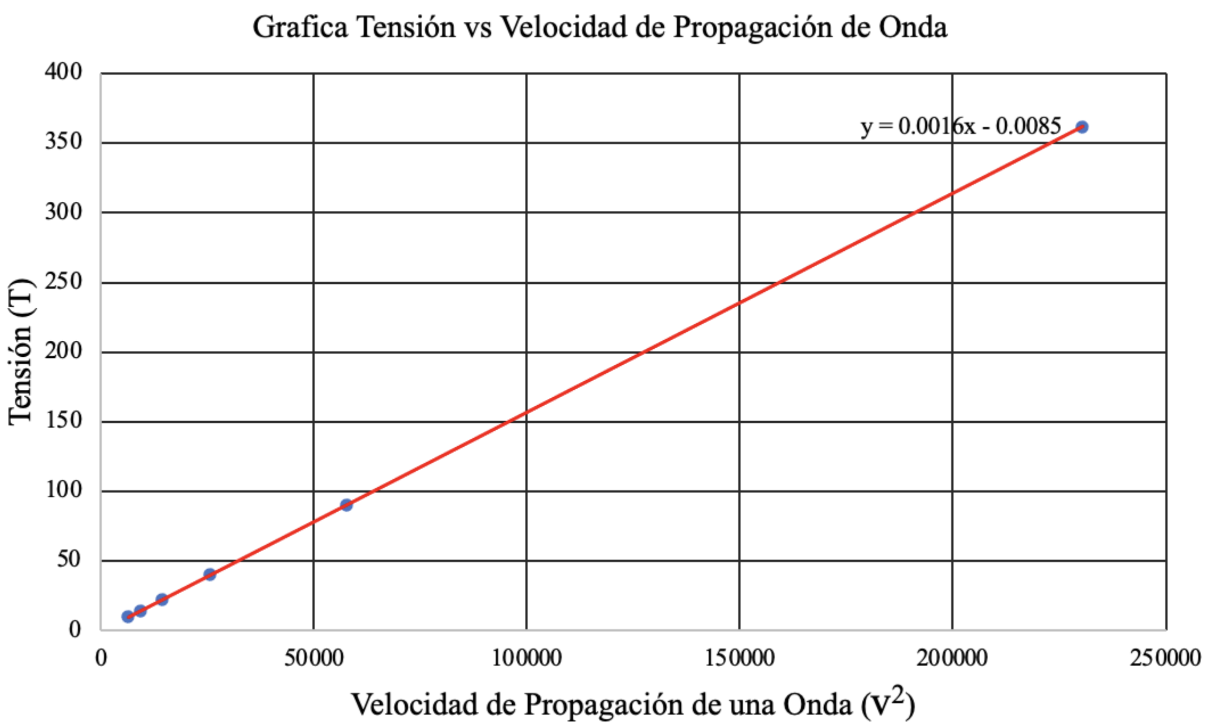
$$v_n^2 = \lambda_n f = 8.00(60)^2 = 230400$$

$$T = \mu(v_n^2) = 1.57x10^{-3}(230400) = 361.73$$

$$m = \frac{T}{g} = \frac{361.73}{9.81} = 36.87$$

% Diferencia:

$$\% \; de \; diferencia = \frac{|1.57x10^{-3} - 1.6x10^{-3}|}{|1.57x10^{-3} + 1.6x10^{-3}|} X100 = 1.89\%$$



Análisis de Resultados

Los datos de la tabla 2 reflejan el comportamiento de una gráfica con función lineal de forma $y = mx + b$ (Fig. 2.6). En la misma, la y representa la tensión de la cuerda, mientras que la x representa la velocidad de onda elevada al cuadrado. La pendiente de dicha ecuación representa la densidad de la cuerda. Dado a que la ecuación de la gráfica tiene pendiente positiva, se puede decir que la tensión es directamente proporcional a la velocidad de la onda. Esto quiere decir que si una de ellas aumenta, la otra también lo hará de la misma manera. La diferencia en porcentaje de la pendiente calculada para utilizar en el simulador y la brindada por la gráfica fue 1.89%. En el caso seis (6), no se pudo obtener toda la información para solo un antinodo a partir de la simulación debido a que la misma llegaba solo hasta 100 N. Como ya se conocía el largo de la cuerda, se pudo calcular el largo de la onda, y por consiguiente, se calculó también los valores de la velocidad de esta. A partir de la ecuación dada en la simulación para la velocidad, se pudo despejar para la tensión y así encontrar el valor teórico de la misma de 361.73 N. Otro método que se pudo haber empleado, es que luego de graficar los valores experimentales del caso 1 al 5, con la ecuación brindada por la gráfica y sustituyendo la velocidad de propagación de onda en la x de la ecuación, se puede obtener la tensión experimental y por consiguiente, la masa. Dados estos resultados, se debe colocar una masa de 36.87 kg, así creando una tensión de 361.73 N para poder crear un solo antinodo.

Referencias

[1] M. Hohenwarter, Geogebra, (2001), https://www.geogebra.org/m/dgedzmz3%23material/qYX5eakP