

# Семинар №1 по курсу «Основы цифровой обработки сигналов»

## Математическая модель сигнала

Кузнецов В.В., ассистент кафедры ЭИУ1-КФ

29 июля 2013 г.

Целью семинара является построение осциллограмм различных радиотехнических сигналов на основе математической модели сигнала.

Сигналом называют процесс изменения во времени физического состояния какого-либо объекта, служащий для отображения, регистрации и передачи сообщений. Сигналом могут быть например напряжение, ток, напряжённость поля. В большинстве случаев носителями радиотехнических сигналов являются электромагнитные колебания. Рассмотрим классификацию радиотехнических сигналов.

Математической моделью сигнала обычно служит функциональная зависимость, аргументом которой является время. Например зависимость напряжения в цепи от времени.

Если физический процесс, порождающий сигнал развивается во времени таким образом, что его можно измерять в любые моменты времени, то сигнал такого класса называется *аналоговым*. Аналоговый сигнал можно наглядно представить его графиком во времени — осциллограммой. Осциллограмма может быть непрерывной или иметь точки разрыва.

Примером сигналов, широко применяемых в радиотехнике являются модулированные сигналы. Модулированные сигналы применяются для передачи информации по радиоканалу. Используются сигналы с амплитудной, частотной и фазовой модуляцией.

В амплитудно-модулированном (АМ) сигнале в такт с модулирующим сигналом меняется амплитуда несущей. Математическая модель (зависимость уровня сигнала от времени) для АМ-сигнала имеет вид:

$$u(t) = U(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (1)$$

Где  $U(t)$  — огибающая;

При амплитудной модуляции связь между огибающей и модулирующим полезным сигналом  $s(t)$  выражается уравнением:

$$U(t) = U_m [1 + M s(t)] \quad (2)$$

Где  $U_m$  — амплитуда несущей в отсутствии модулирующего сигнала,  $M$  — коэффициент амплитудной модуляции.

При частотной модуляции (ЧМ) амплитуда несущей остаётся неизменной, а в такт с модулирующим сигналом изменяется частота несущей. ЧМ сигнал описывается следующим уравнением (где  $M$  — индекс модуляции):

$$u(t) = U_m \cos[(\omega_0 + M s(t))t] \quad (3)$$

При фазовой модуляции (ФМ) в зависимости от амплитуды модулирующего сигнала  $s(t)$  меняется начальная фаза сигнала. ФМ сигнал описывается следующим уравнением (где  $M$  — индекс модуляции).

$$u(t) = U_m \cos(\omega_0 t + M s(t)) \quad (4)$$

В данные выражения везде входит круговая частота  $\omega$ , которая связана с частотой  $f$  как:

$$\omega = 2\pi f \quad (5)$$

В процессе выполнения семинара необходимо построить в программе Gnuplot осциллограммы АМ, ЧМ и ФМ сигналов в соответствии с заданной частотой несущей  $f$ , частотой модулирующего сигнала  $f_m$  и коэффициентом модуляции  $M$ . Индекс модуляции для ЧМ и ФМ подобрать по наилучшей наглядности получившейся осциллограммы.

Исходные данные для выполнения задания приведены в таблице 1.

Таблица 1: Исходные данные

№варианта	$f$ , Гц	$f_m$ , Гц	$M$
1	100000	10000	0.1
2	120000	8000	0.2
3	90000	6000	0.8
4	100000	12000	0.3
5	160000	11000	0.4
6	180000	10000	0.75
7	200000	9000	0.66
8	110000	10000	1.2
9	150000	10000	0.5
10	160000	15000	0.8
11	180000	12000	0.6
12	220000	22000	0.66
13	200000	20000	0.15
14	220000	20000	1.1
15	160000	18000	1.5

Амплитуду сигналов везде принять равной 1 В.

Пример скрипта Gnuplot, для выполнения задания приведён в листинге 1. Gnuplot предназначен для построения инженерных и научных графиков и распространяется бесплатно. Программа работает под управлением ОС Linux и Windows. Родной ОС для неё является Linux и на этой платформе Gnuplot обладает наивысшей стабильностью и скоростью работы. Gnuplot входит во все современные дистрибутивы Linux и его можно установить в один клик через пакетный менеджер. Скачать установщик Gnuplot для Windows можно с официального сайта [gnuplot.sourceforge.net](http://gnuplot.sourceforge.net)

Листинг 1: Пример скрипта Gnuplot для выполнения задания.

```

1 #!/usr/bin/gnuplot -persist
2 # Задаём параметры сигнала в виде переменных.
3 # Здесь нужно вписать свои параметры по вариантам.
4 M_AM=0.55 #коэффициент модуляции АМ - сигнала
5 M_FM=20000 #коэффициент модуляции ЧМ - сигнала
```

```

6 M_PM=1.5 #коэффициент модуляции ФМ - сигнала
7 f=200000 #частота несущей, Гц
8 fm=10000 #частота модулирующего сигнала, Гц
9 # задаём функции графики которых будем строить. Синтаксис -- как в
  языке C
10 s(x)=cos(2*pi*fm*x) #модулирующий сигнал, вместо переменной времени t
  используем
11 переменную x
12 U(x)=1+M_AM*s(x) # огибающая
13 U_RF(x)=cos(2*pi*f*x) # несущая
14 U_AM(x)=U(x)*U_RF(x) # АМ - сигнал
15 U_FM(x)=cos(2*pi*(f+M_FM*s(x))*x) # ЧМ - сигнал
16 U_PM(x)=cos(2*pi*f*x+M_PM*s(x)) # ФМ - сигнал
17 set multiplot layout 4,1 # разбиваем окно на 4 графика по вертикали и
  один
18 # график по горизонтали
19 #set terminal png # раскомментировать эту строку если хотим чтобы
  график вывелся
20 # не на экран а в файл PNG. Ещё можно выводить график в файлы PDF,SVG
  ,EPS
21 set xrange [0:200e-6] #отрезок времени по оси x 0 - 200 мксек
22 set yrange [-3:3] #растяжка по Y от -3 до 3
23 set xlabel "Время, сек" # Подпись оси X
24 set format x "%.1e" # У чисел на оси X оставить один знак после
  запятой
25 set ylabel "Напряжение, В" # Подпись по оси Y
26 set ytics 2 # Два деления по оси X
27 #set output "1.png" # раскомментировать эту строку если хотим чтобы
  график
28 вывелся
29 # не на экран а в файл PNG. Ещё можно выводить график в файлы PDF,SVG
  ,EPS
30 # График выведется в файл с именем 1.png в текущем каталоге
31 # set sample 1000 # Пользователям Windows раскомментировать эту
  строку
32 plot s(x) title "Огибающая" # строим график Огибающей. title задаёт
  легенду
33 plot U_AM(x) title "АМ сигнал" # строим график АМ-сигнала
34 plot U_FM(x) title "ЧМ сигнал" # строим график ЧМ-сигнала
35 plot U_PM(x) title "ФМ сигнал", U_RF(x) title "несущая"
36 # Строим график ФМ сигнала и несущей
37 # на одном графике. Функции график которых хоти построить указаны
  через запятую

```

Несмотря на то, что Gnuplot не имеет графического интерфейса пользователя, пользоваться им очень просто.

Скрипт из листинга набирается в любом текстовом редакторе, который может сохранять текст с кодировкой UTF-8 (Unicode). Подойдёт даже обычный Notepad. Не следует использовать редактор Word и ему подобные офисные программы, так как он сохраняет текст в бинарный формат. Из текстового редактора нужно сохранить скрипт в текстовый файл, например с именем Sem1.plt. Кодировку нужно обязательно выбрать UTF-8 для избежания проблем с русскими буквами. Затем пользователям Linux нужно сделать файл исполняемым и запустить его как программу. Сделать это можно

как из консоли, так и в файловом менеджере. В консоли для этого нужно выполнить следующие две команды:

```
chmod a+x Sem1.plt  
./Sem1.plt
```

Первая команда устанавливает права на исполнения файла, а вторая запускает скрипт. Первую команду нужно выполнить только один раз.

В системе Windows нужно запустить ярлык Gnuplot на рабочем столе и выбрать в меню **File->Open** наш скрипт.

В результате выполнения скрипта появится окно с четырьмя графиками, или, если мы раскомментируем строки, то графики автоматически сохранятся в файл PNG с заданным именем.