

Семинар №4 по курсу «Основы цифровой обработки сигналов»

Синтез цифрового фильтра

Кузнецов В.В., ассистент кафедры ЭИУ1-КФ

7 июня 2014 г.

1 Цель работы

Целью семинара является синтез цифрового фильтра с конечной импульсной характеристикой (КИХ) в среде численных расчётов GNU/Octave.

2 Теоретические сведения о КИХ ЦФ

Физически осуществимые цифровые фильтры (ЦФ), работающие в реальном масштабе времени для формирования выходного сигнала в i -й дискретный момент времени могут использовать следующие данные:

1. Значения входного сигнала в момент i -го отсчёта, а также некоторое число прошлых входных отсчётов $x(i-1), x(i-2), \dots, x(i-m)$;
2. Некоторое число предшествующих отсчётов выходного сигнала $y(i-1), y(i-2), \dots, y(i-n)$.

Целые числа m и n определяют порядок ЦФ. Классификация ЦФ производится по-разному в зависимости от того как используется информация о прошлом состоянии системы.

Рассмотрим *Трансверсальные ЦФ*. Так принято называть фильтры, которые работают в соответствии с алгоритмом:

$$y(i) = a_0x(i) + a_1x(i-1) + a_2x(i-2) + \dots + a_mx(i-m) \quad (1)$$

Где a_0, a_1, \dots, a_m — последовательность коэффициентов.

Число m называется порядком трансверсального ЦФ. Как видно из выражения (1) трансверсальный фильтр производит взвешенное суммирование предшествующих отсчётов входного сигнала и не использует прошлые отсчёты выходного сигнала. Применив z -преобразование к обеим частям выражения (1) получим:

$$Y(z) = (a_0 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_mz^{-m})X(z) \quad (2)$$

Отсюда следует, что системная функция равна:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = a_0 + a_1z^{-1} + \dots + a_mz^{-m} = \frac{a_0z^m + a_1z^{m-1} + \dots + a_m}{z^m} \quad (3)$$

Системная функция $H(z)$ является дробно-рациональной функцией имеющей m нулей и полюс при $z = 0$.

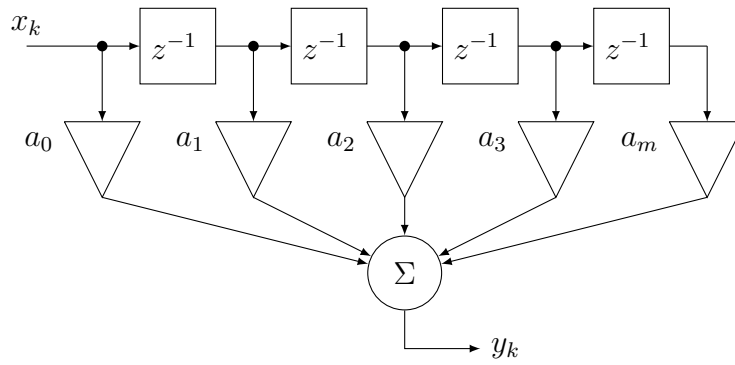


Рис. 1. Схема построения transversального ЦФ

Алгоритм функционирования transversального ЦФ поясняется структурной схемой рис. 1.

Основными элементами фильтра служат блоки задержки отсчётных значений на один интервал дискретизации z^{-1} и масштабные блоки, выполняющие в цифровой форме операции умножения на соответствующие коэффициенты. С выходов масштабных блоков сигнал поступает в сумматор Σ , где складываясь образуют отсчёты выходного сигнала. Вид представленной схемы поясняет смысл термина transversальный фильтр (англ. *transverse* — поперечный). Данная структурная схема не является электрической схемой, а служит графическим изображением алгоритма обработки сигнала на ЭВМ. Входными и выходными данными для такого алгоритма служат массивы чисел.

Из обратного Z-преобразования выражения (3) следует, что импульсная характеристика определяется коэффициентами a_n и равна:

$$h(k) = Z^{-1}[H(z)] = (a_0, a_1, a_2, \dots, a_m) \quad (4)$$

Данная последовательность отсчётов будет реакцией фильтра на единичный импульс $(1, 0, 0, \dots)$ на входе. Импульсная характеристика transversального фильтра содержит конечное число членов и данный фильтр всегда устойчив.

Частотная характеристика фильтра получается подстановкой в выражение (3) $z = e^{j\omega T}$. При этом получим частотный коэффициент передачи:

$$K(j\omega) = a_0 + a_1 e^{-j\omega T} + a_2 e^{-j2\omega T} + \dots + a_m e^{-jm\omega T} \quad (5)$$

Подбирая коэффициенты a_m в данном выражении можно получать различные виды АЧХ фильтра (фильтр Чебышева, Баттерворта, ФНЧ, ФВЧ).

Пример программной реализации цифровой фильтрации на основе данного алгоритма на языке C приведён в листинге 1.

Листинг 1. Код на языке C для реализации цифрового фильтра.

```

1 float Filter(float xn)
2 {
3     nm1=N-1;
4     yn=0;
5     for (k=0;k,nm1;++k) {           //смещение данных чтобы
6         x[nm1-k]=x[nm1-k-1];       // освободить место для новой выборки
7         x[0]=xn;
8     }
9     for (k=0;k,N;++k) {
10        yn=yn+h[k]*x[k];           //данные фильтруются и формируется

```

```

11 } //новая выборка
12 return yn; // возвращается выходная выборка фильтра
13 }

```

В данном пример коэффициенты фильтра хранятся в массиве $h[N]$ из N элементов. В массиве $x[N]$ хранятся предыдущие отсчёты входных данных. Функция возвращает выходную выборку фильтра.

3 Пример синтеза КИХ ЦФ

Рассмотрим пример синтеза цифрового фильтра в системе GNU/Octave.

Функции синтеза цифровых фильтров находятся в пакете `signal`. Функция `fir1(n,w)` возвращает массив коэффициентов цифрового ФНЧ по заданному порядку ЦФ n и нормированной частоте среза w (отношение частоты среза и частоты дискретизации).

Функция `filter(b,a,s)` применяет фильтр с коэффициентами b рекурсивной части и коэффициентами a рекурсивной части к сигналу, представляемому массивом s .

Функция `freqz(b,a)` строит график АЧХ ЦФ с коэффициентами рекурсивной части a и коэффициентами нерекурсивной части b .

Ниже приведён пример синтеза ЦФ в системе GNU/Octave. Синтезируем КИХ 32-го и 128-го порядка с частотой среза, равной 500 Гц. Частота дискретизации 8000 Гц.

```

pkg load signal; # загружаем пакет обработки сигналов
f=500; # частота среза ЦФ, Гц
fs=8000; # частота дискретизации ЦФ, Гц
b=fir1(32,f/fs); # рассчитываем коэффициенты ЦФ 32-го порядка
freqz(b); # строим АЧХ
b1=fir1(128,f/fs); # КИХ
freqz(b1);
t=0:(1/fs):1.0; # время
s=sin(2*pi*100*t)+sin(2*pi*1000*t); # сигнал, который подлежит фильтрации
sf=filter(b,1,s); # фильтрованный сигнал
subplot(2,1,1); # графики
plot(t,s);
axis([0,0.1]);
subplot(2,1,2);
plot(t,sf);
axis([0,0.1]);

```

АЧХ синтезированных цифровых фильтров показаны на рис. 2 3. Из графиков видно, что прямоугольность АЧХ у фильтра 128-го порядка выше, чем у фильтра 32-го порядка.

Результат применения цифрового ФНЧ к сумме двух синусоидальных сигналов частотой 100 Гц и 1000 Гц показан на рис.4. Видно, что после прохождения через фильтр сигнал с частотой 1000 Гц подавляется.

4 Задание для самостоятельной работы

Используя скрипт из раздела 3 синтезировать КИХ цифровой фильтр 32-го порядка с частотой среза согласно вариантам. Частота среза вычисляется по формулам:

Для группы РПД-91:

$$f_2 = 30N + 60, \quad \text{Гц} \quad (6)$$

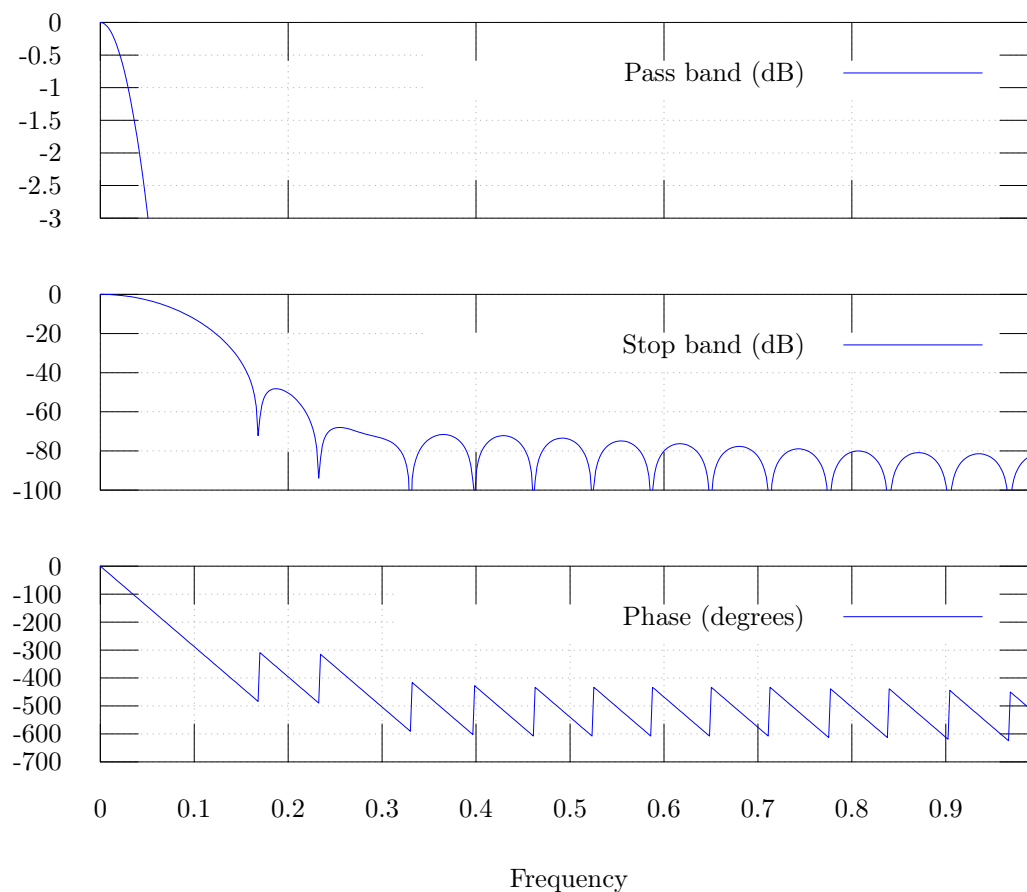


Рис. 2. АЧХ и ФЧХ КИХ цифрового фильтра 32-го порядка

Для группы РПД_С-91:

$$f_2 = 32N + 100, \quad \text{Гц} \quad (7)$$

Подобрать частоту двухтонального сигнала для демонстрации работы фильтра. Построить графики АЧХ, ФЧХ фильтра, исходного и фильтрованного сигнала. Как изменяется АЧХ с увеличением порядка фильтра?

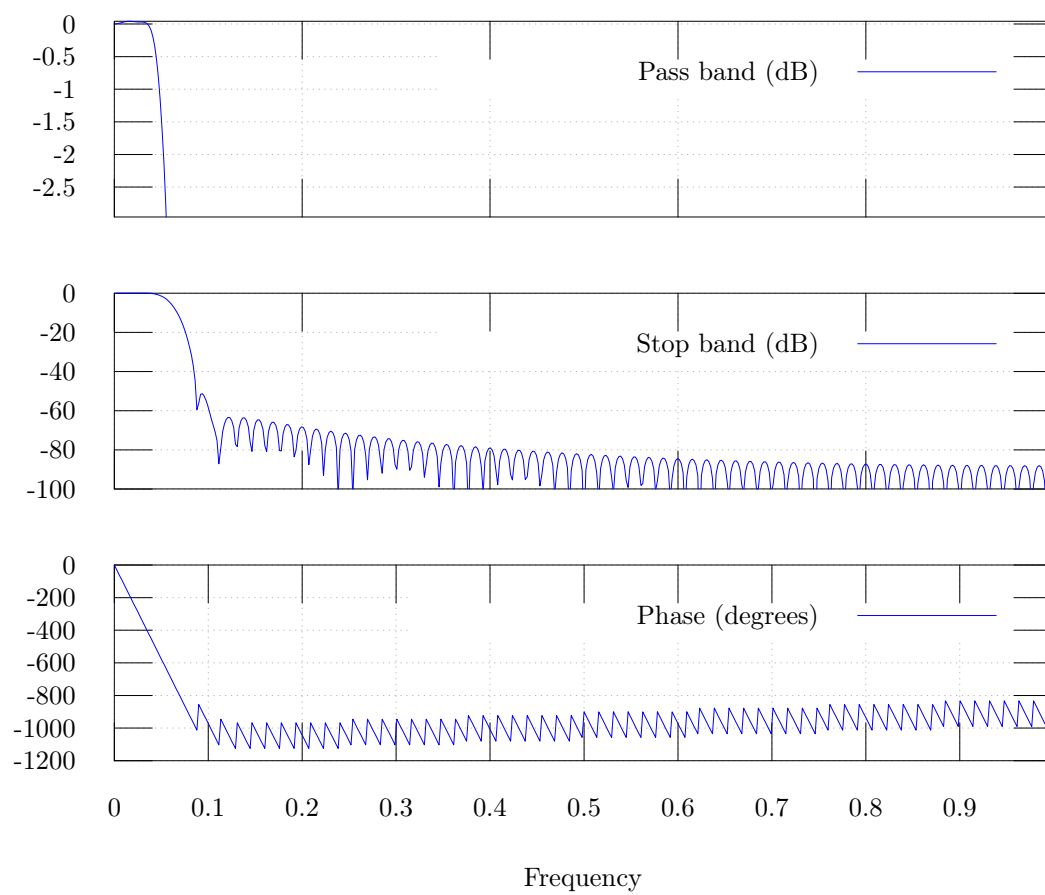


Рис. 3. АЧХ и ФЧХ КИХ цифрового фильтра 128-го порядка

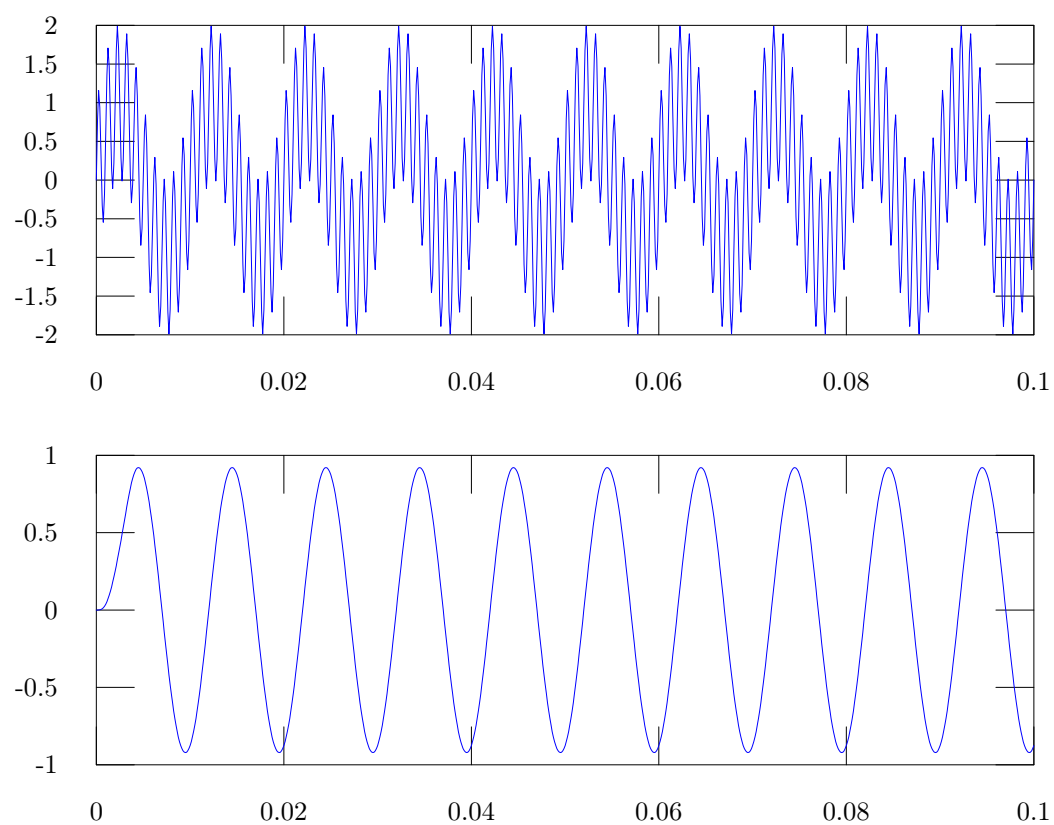


Рис. 4. Результат применения ЦФ к сумме двух синусоидальных сигналов. Верхняя кривая — сигнал на входе фильтра; нижняя кривая — сигнал на выходе фильтра.