#### 2주차 : Insertion & Merge sort

# 알고리증

2016. 9. 8.

충남대학교 컴퓨터공학과 임베디드 시스템 연구실 조교 김주엽

### Overview

- ▶ 알고리즘의 수행 시간
  - 1) 시간 복잡도
  - 2) O-,  $\Omega$ -, and  $\Theta$ -notation
- ▶ 두 가지 정렬 방법 소개 및 Time Complexity 계산
  - 1) Insertion sort
  - 2) Merge sort
- ▶ 실습 / 과제

파일 입출력을 사용한 Insertion & Merge sort 구현

# Time Complexity

▶ Time Complexity (시간 복잡도)

알고리즘을 구성하는 모든 명령어들에 대해서 각각의 [ 수행에 필요한 Cost x 수행 횟수 ] 의 총합



### Notation

▶ O-notation (최악의 경우) : f(n) = O(g(n))

모든 n≥n<sub>0</sub>에 대해 **0≤f(n)≤cg(n)**인 양의 상수 n, c이 존재할 때 e.g. 2n<sup>2</sup> = O(n<sup>3</sup>) (c=1, n<sub>0</sub>=2)

▶ Ω-notation (최상의 경우) : f(n) = Ω(g(n))

모든 n≥n₀에 대해 0≤cg(n)≤f(n)인 양의 상수 n, c이 존재할 때 e.g. √n = Ω(lgn) (c=1, n₀=16)

▶ Θ-notation (평균인 경우) : f(n) = Θ(g(n))

$$\Theta(g(n)) = O(g(n)) \cap \Omega(g(n))$$
 일 때 e.g.  $\frac{1}{2}n^2 - 2n = \Theta(n^2)$ 

※ 양의 상수 n과 c, 계산 방법에 따라 여러 가지 g(n)을 구할 수 있다. 단, 일반적으로 가장 근접한 값을 찾도록 한다.

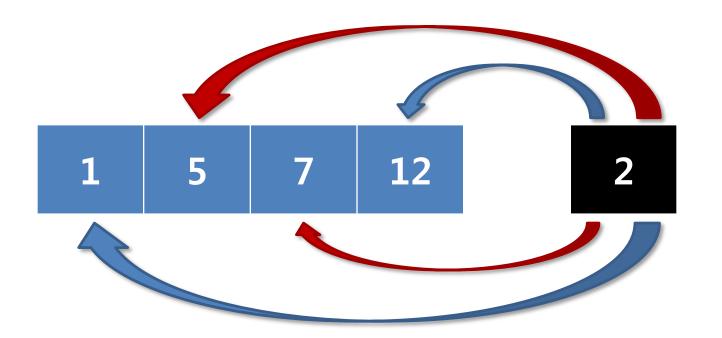
#### ▶ Insertion Sort (삽입 정렬)

정렬되지 않은 배열로부터 **데이터를 하나씩 꺼내**어 정렬되어 있는 배열의 알맞은 위치에 삽입하는 정렬 방법



#### ▶ 프로그램으로 구현 시 달라지는 점

알맞은 위치에 데이터를 삽입하기 위해 배열에 저장된 값들을 하나씩 **순서대로 비교**해 보아야 함



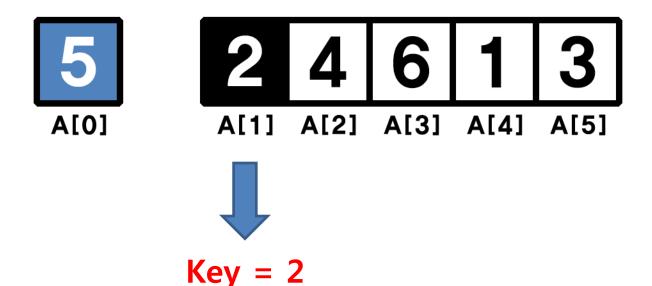
▶ 정렬 방법 (1/7)

배열의 첫 번째 데이터를 정렬된 배열, 나머지 데이터를 정렬되지 않은 배열로 나누어 생각한다



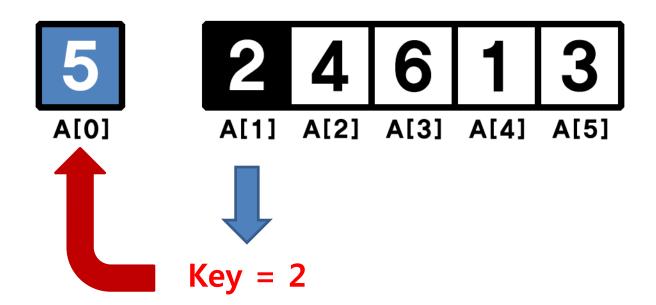
▶ 정렬 방법 (2/7)

우측 배열의 첫 번째 데이터 값을 변수 Key에 복사한다



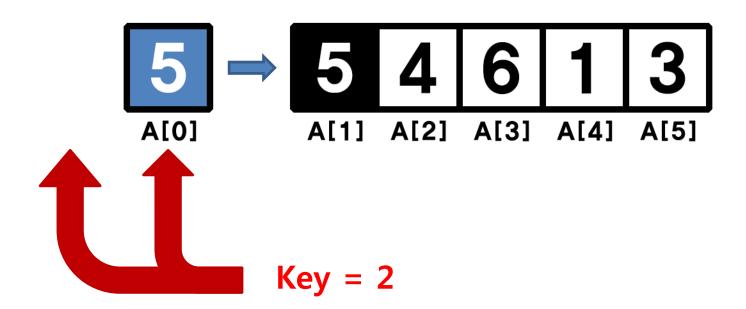
▶ 정렬 방법 (3/7)

복사한 Key 값을 좌측 배열에 저장된 수 중 가장 마지막(오른쪽) 배열에 저장된 값과 비교한다



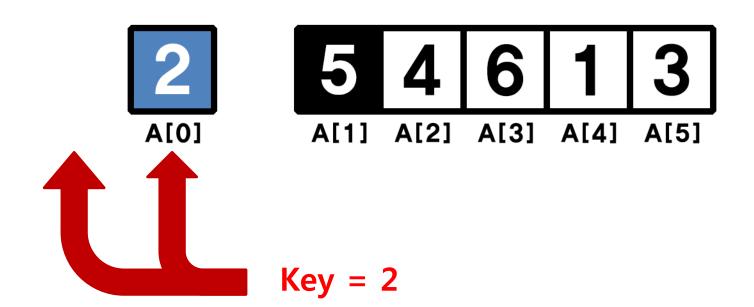
▶ 정렬 방법 (4/7)

만약 비교한 값이 Key보다 크면 해당 값을 오른쪽 인덱스에 복사하고 그 왼쪽 값을 비교한다



▶ 정렬 방법 (5/7)

더 비교할 값이 없거나, 비교한 값이 Key보다 작거나 같다면 비교했던 위치의 바로 오른쪽 인덱스에 Key 값을 복사한다



▶ 정렬 방법 (6/7)

1개 데이터에 대한 삽입 정렬이 완료되었다 남은 A[2] ~ A[5]의 데이터에도 같은 작업을 반복한다



▶ 정렬 방법 (7/7)

완료



▶ pseudo-code (의사 코드)

"pseudocode"

```
INSERTION-SORT (A, n) \triangleright A[1 ... n]

for j \leftarrow 2 to n \triangleright c_1 * n

do key \leftarrow A[j] \triangleright c_2 * (n-1)
i \leftarrow j-1 \triangleright c_3 * (n-1)

\triangleright c_4 * \sum_{j=2}^n t_j while i > 0 and A[i] > key
\triangleright c_5 * \sum_{j=2}^n (t_j - 1) do A[i+1] \leftarrow A[i]
\triangleright c_6 * \sum_{j=2}^n (t_j - 1) i \leftarrow i-1

A[i+1] = key \triangleright c_7 * (n-1)
```

※ 반복문의 루프가 종료될 때, 한 번 더 검사를 수행하는 점에 유의한다. 또한 j = 2 to n 일 때의  $t_i$  값은, best case = 1, worst case = j이다.

## Review: Sequence

#### ▶ 등차 수열 공식

$$\{a_n\}: a_1, \ a_2, \ \dots, \ a_n \ ( \begin{tabular}{l} \begin{tabular}$$

#### ▶ 등비 수열 공식

$$\{a_n\}: a_1, \ a_2, \ \dots, \ a_n \ (\exists \, \exists \, | \, :r)$$
 
$$a_n = a_1 r^{n-1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$
 
$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1} \quad (r \neq 1)$$
  $S_n = na \quad (r = 1)$ 

▶ Merge Sort (합병 정렬)
 [분할] - [정복] - [결합] 과정을 재귀적으로 반복하는 정렬 방법

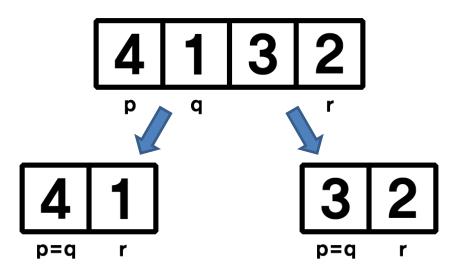
(1) 분할 (Divide) → mergeSort() 배열의 크기가 1이 될 때까지 계속하여 **배열을 둘로 나눈다** 

(2) 정복 (Conquer) → merge() 나눠진 데이터를 2개 배열씩 비교하여 재귀적으로 정렬한다

(3) **결합 (Combine)→ merge()** 정렬된 두 개의 배열을 병합해 하나의 정렬된 배열로 만든다

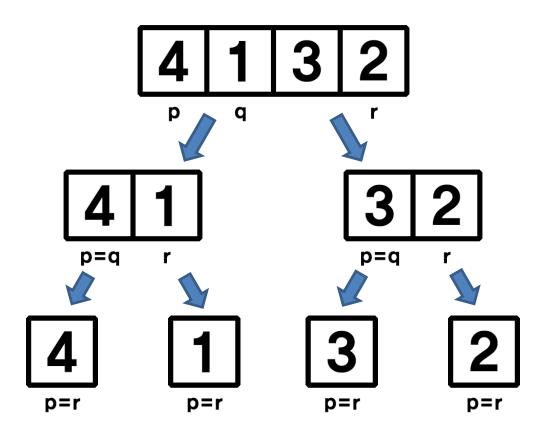
▶ 정렬 방법 (1/4) - 분할 (1/2)

배열의 처음과 마지막 인덱스 넘버를 p, r이라 하고 가운데 인덱스 넘버를 q라 하여, 이를 기준으로 배열을 나눈다



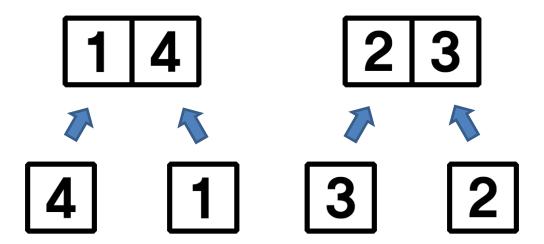
▶ 정렬 방법 (2/4) - 분할 (2/2)

배열의 크기가 1이 될 때까지 계속하여 배열을 둘로 나눈다

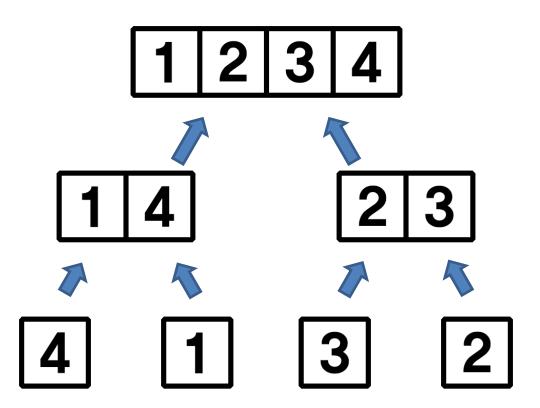


▶ 정렬 방법 (3/4) - 정렬 & 결합 (1/2)

두 배열의 가장 앞 데이터를 비교하여 더 작은 값부터 차례대로 뽑아내어 정렬 및 결합한다



▶ 정렬 방법 (4/4) - 정렬 & 결합 (2/2)
원래의 크기가 될 때까지 계속하여 정렬 및 결합하면 완료



### MERGE-SORT $A[1 \dots n]$

- 1. If n = 1, done.
- 2. Recursively sort  $A[1..\lceil n/2\rceil]$  and  $A[\lceil n/2\rceil+1..n]$ .
- 3. "Merge" the 2 sorted lists.

#### Key subroutine: MERGE

► Input data : data02.txt

1381,20144,2937,8401,31904,22750 ,27539,6615,1492,8110,12833,1189 1,25449,14327,19563,21346,16756, 16012, 16590, 7966, 8155, 10696, 2560 , 18444, 10171, 22890, 14236, 21239, 2 8678, 22691, 30682, 1469, 30065, 1646 ,28317,29256,18829,6176,32180,11 712, 15667, 10816, 25177, 2047, 2598, 21400, 19454, 22342, 16372, 28300

삽입 정렬을 구현하고 data02.txt를 정렬하여 파일로 출력해 보라. 구현이 어려운 경우, page-24의 프로그래밍 과정을 참고하라.

a . 정렬 결과를 파일로 출력할 때, 파일명은 "hw02\_분반\_학번\_insertion.txt"로 한다.

b . 정렬 후 출력된 파일은,
data02\_insertion.txt와 완전히 같은 파일이 되어야 한다.
즉, 파일 쓰기를 할 때 동일한 양식으로 작성하여야 한다.

삽입 정렬을 구현하고 data02.txt를 정렬하여 파일로 출력해 보라.이 때, 탐색 과정에서 binary search를 이용하여 구현하라. 구현된 알고리즘의 성능을 분석하라.

a . 정렬 결과를 파일로 출력할 때, 파일명은 "hw02\_분반\_학번\_binary\_insertion.txt"로 한다.

b . 기존의 탐색 방법을 쓴 삽입 정렬과 성능을 비교하여 보고서에 첨부한다.

#### ▶ 프로그램 구현 과정

#	구현 순서 (예시)				
1	파일 입/출력 변수 및 그 외 필요한 변수 선언				
2	파일로부터 읽어온 데이터를 저장할 배열 생성 (포인터 변수로 선언하고 동적 공간 할당을 사용)				
3	파일을 텍스트 읽기 모드(rt)로 열기				
4	파일이 정상적으로 열렸는지 확인 후 예외처리				
5	파일을 끝까지 읽어, 각각의 값을 배열에 저장				
6	Sorting				
7	파일로 출력하기 위해, 새로운 파일을 텍스트 쓰기 모드(wt)로 열기				
8	정렬 결과를 파일로 출력				
9	파일 닫기 & 동적 공간 할당 해제				

합병 정렬을 구현하고 data02.txt를 정렬하여 파일로 출력해 보라. 삽입 정렬과는 별도의 프로젝트를 만들어서 구현해야 한다.

- a . mergeSort()와 merge() 두 개의 함수를 구현하고, merge() 함수가 사용된 횟수를 기록하여 정렬 결과를 파일로 출력할 때 마지막에 추가로 기재한다.
- b . mergeSort()는 **Recursive function**으로 구현되어야 한다.
- c . 출력 파일명은 "hw02\_분반\_학번\_merge.txt"로 한다. 이는 data02\_merge.txt와 완전히 같은 파일이 되어야 한다.

합병 정렬을 구현하고 data02.txt를 정렬하여 파일로 출력해 보라.이 때, sublist의 수를 3개로 늘려서 구현한 뒤, 기존의 합병정렬과의 성능을 비교하라.

- a . 출력 파일명은 "hw02\_분반\_학번\_3way\_merge.txt"로 한다. 이는 data02\_merge.txt와 완전히 같은 파일이 되어야 한다.
- b. 기존의 합병 정렬과의 성능을 비교하여 보고서에 첨부한다.

#### ※ 그 외 실습 과제 수행 중 유의 사항 (C언어)

- a . 과제 제출은 e-mail로, 구현한 소스파일(.c)과 헤더파일(.h)만 zip으로 압축하여 보낼 것. (폴더째로 압축하지 않도록)
- b . 메일 제목과 zip 파일명은 항상 아래의 양식으로 작성. >> hw주차\_분반\_학번\_프로그램명
- c . **과제 평가는 별도의 input data를 사용**함. (양식은 동일)
- d . 보고서에는 비교한 결과만 포함하면 된다.

#### ※ 그 외 실습 과제 수행 중 유의 사항 (JAVA)

- a . 과제 제출은 e-mail로, 구현한 소스파일(.java)만 zip으로 압축하여 보낼 것. (폴더째로 압축하지 않도록)
- b . 메일 제목과 zip 파일명은 항상 아래의 양식으로 작성. >> hw주차\_분반\_학번\_프로그램명
- c . **과제 평가는 별도의 input data를 사용**함. (양식은 동일)
- d . 보고서에는 비교한 결과만 포함하면 된다.

과제 제출 안내							
제출 방법 E-mail (kimjy-128@cnu.ac.kr)							
메일 제목	일 제목 hw01_분반_학번_Algorithm						
File 이름	hw01_분반_학번_insertion/ File 이름 binary_insertion/merge/3way_merge.zip 보고서 파일						
제출 기한	9월 22일 (목) <b>실습 수업 시간 전까지</b>						
과제 평가 감점 사항							
제출 지연	면 (수업 시작부터)	- 50% / 1주					
요구 사항 -	누락 / 결과값 불일치	- 10 ~ 20% / 1개					
=	코드 Error	- 50 ~ 100%					
]	과제 Copy	0점					

a[0]	a[1]	a[2]	a[3]	a[4]	a[5]	a[6]
2	3	5	7	8	9	10

