

□수업 주의사항

- ■두 반이 같은 강의실을 사용하므로 본인의 소스 관리는 본인이 철저히 할 것!!
 - 검사를 통하여 Copy를 잡아낼 예정임
 - 컴퓨터 내에 소스를 남기지 말 것!
- ■수업 자료
 - winslab.cnu.ac.kr
 - 왼쪽 메뉴의 [2013-autumn]의 자료구조 설계
- OFFICE TIME : Tue 13-15 (5505)

[문제 1] 그래프:기본기능 Adjacency Matrix

□구현에서의 주요 내용

- ■그래프의 표현
 - Adjacency Matrix로 구현한다.
- ■Union-Find 알고리즘 구현
 - 새로운 edge를 추가할 때 cycle이 생기는지를 검사

□입력

- ■키보드로부터 그래프 정보를 입력 받는다.
 - Vertex의 개수
 - ◆ Vertex는 0부터 시작하는 정수로 나타낸다.
 - Edge의 개수
 - ◆ 입력되는 그래프의 edge의 개수

□출력

■입력될 때마다 Union & Find를 통하여 cycle이 생성 되는지 확인여부 출력

■<디버깅용 출력>

입력이 완료 된 후 그래프 내용

$$[0] -> 145$$

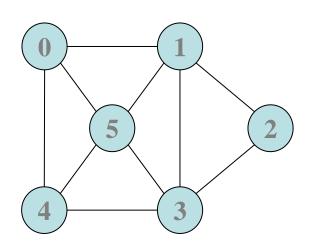
$$[1] -> 0235$$

$$[2] -> 13$$

$$[3] \rightarrow 1245$$

$$[4] -> 035$$

$$[5] -> 0134$$



□출력의 예

```
- 그래프의 vertex수와 edge수를 입력 받아야 합니다.
? 그래프의 vertex 수를 입력 하시오:6
? 그래프의 edge 수를 입력 하시오:10
- 그래프의 edge를 반복하여 10 개 입력 받아야 합니다.
 하나의 edge는 (vertex1 vertext2)의 순서로 표시됩니다.
? Edge를 입력하시오: 0 1
? Edge를 입력하시오: 0 4
? Edge를 입력하시오: 0 6
[Error] 입력 오류입니다.
? Edge를 입력하시오: 0 5
? Edge를 입력하시오: 1 5
? Edge를 입력하시오: ∅ 4
[Error] 입력 오류입니다.
? Edge를 입력하시오: 4 3
? Edge를 입력하시오: 3 4
[Error] 입력 오류입니다.
? Edge를 입력하시오: 3 5
? Edge를 입력하시오: 3 1
Edge (3, 1)는 cycle을 생성 시킵니다.
? Edge를 입력하시오: 2 1
? Edge를 입력하시오: -1 2
[Error] 입력 오류입니다.
? Edge를 입력하시오: 3 2
Edge (3, 2)는 cycle을 생성 시킵니다.
? Edge를 입력하시오: 4 5
Edge (4, 5)는 cycle을 생성 시킵니다.
! 입력된 그래프는 다음과 같습니다:
[0] -> 145
[1] \rightarrow 0235
[2] -> 13
[3] \rightarrow 1245
[4] -> 0 3 5
[5] \rightarrow 0134
```



□사용자에게 필요한 객체는?

- AdjacencyMatrixGraph
- Edge
- PairwiseDisjointSets
- Application

□AdjacencyMatrixGraph의 멤버 함수는?

- ■사용자에게 필요한 함수 (Public Functions)
 - public AdjacencyMatrixGraph(int givenNumOfVertices)
 - public boolean doesVertexExist (int aVertex)
 - public boolean doesEdgeExist (Edge anEdge)
 - public int numOfVertices ()
 - public int numOfEdges ()
 - public boolean addEdge(Edge anEdge)



□Edge의 멤버 함수는?

- ■사용자에게 필요한 함수 (Public Functions)
 - public Edge(int givenTailVertex, int givenHeadVertex)
 - public void setTailVertex(int aTailVertex)
 - public int tailVertex()
 - public void setHeadVertex(int aHeadVertex)
 - public int headVertex()

□PairwiseDisjointSets 의 멤버 함수는?

- 사용자에게 필요한 함수 (Public Functions)
 - public PairwiseDisjointSets(int givenMaxNumOfMembers)
 - public int find(int aMember)
 - public void union(int idOfSet1, int idOfSet2)

□Application의 공개 함수는?

- 사용자에게 필요한 함수 (Public Functions)
 - public void showGraph()
 - public void run ()

DS2_XX_학번_이름 Class

□DS2 O1 학번 이름 Class의 구조

```
/* 항상 사용하는 main Class 구조

* 과제 제출시 반드시 포함 되어 있어야 함*/
public class DS2_01_학번_이름 {
  public static void main(String[] args) {
    // TODO Auto-generated method stub
    Application application = new Application();
    application.run ();
}
```

Class "Application"

□Application – 비공개 인스턴스 변수

```
public class Application {
    private AdjacencyMatrixGraph _graph;
    private PairwiseDisjointSets _pairwiseDisjointSets;
    private Scanner _scanner;
```

■Application의 Public Method

- ■Application의 Public Member function의 사용법
 - public void showGraph()
 - ◆ 현재 상태의 Graph를 출력한다.
 - public void run ()
 - ◆ 실제 프로그램을 실행한다.

■Application의 Private Method

- ■Application의 Private Member function의 사용법
 - private void inputAndMakeGraph()
 - ◆ 키보드로부터 그래프 정보를 입력 받는다.
 - ◆ 마지막에 입력된 그래프를 출력하여 보여준다.
 - private void checkCycle(Edge anEdge)
 - ◆ 전달 받은 anEdge가 Cycle을 이루는지 확인한다

- ■Application의 Public Member function의 구현
 - public void showGraph()
 - ◆ Graph의 showGraph() 함수를 호출
 - ◆ 실제로 Graph의 내용을 모두 접근 하여 확인 할 수는 없기에 디버 깅용 함수를 사용한다.
 - public void run ()
 - ◆ inputAndMakeGraph를 실행한다.



■Application의 Private Member function의 구현

```
private void inputAndMakeGraph()
   int countEdges;
   int numOfVertices ;
   int numOfEdges ;
   System.out.println("- 그래프의 vertex수와 edge수를 입력 받아야 합니다.");
   System.out.print("? 그래프의 vertex 수를 입력 하시오:");
   scanner = new Scanner(System.in);
   numOfVertices = scanner.nextInt();
   System.out.print("? 그래프의 edge 수를 입력 하시오:");
   numOfEdges = scanner.nextInt();
   // AdjacencyMatrixGraph 생성
   // 입력받은 numOfVertices와 numOfEdges를 이용하여 생성한다.
   this. graph = new AdjacencyMatrixGraph(numOfVertices);
   this. pairwiseDisjointSets = new PairwiseDisjointSets(numOfVertices);
   countEdges = 0;
   System.out.println("- 그래프의 edge를 반복하여 " + numOfEdges +" 개 입력 받아야 합니다.");
   System.out.println(" 하나의 edge는 (vertex1 vertext2)의 순서로 표시됩니다.");
   System.out.print("? Edge를 입력하시오: ");
   while( scanner.hasNext()) {
       Edge anEdge = new Edge(_scanner.nextInt(), _scanner.nextInt());
       if(this._graph.addEdge(anEdge)){
          countEdges++;
          this.checkCycle(anEdge);
       else
          System.out.println("[Error] 입력 오류입니다.");
       if(countEdges == numOfEdges)
          break;
       System.out.print("? Edge를 입력하시오: ");
   this.showGraph();
```

- ■Application의 Private Member function의 구현
 - private void checkCycle(Edge anEdge)
 - ◆ 각 Edge의 root를 찾는다(Find)
 - ◆ 찾은 root가 같으면 "Cycle을 생성 시킵니다"를 출력한다.
 - ◆ 같지 않으면 Union을 한다.

Class "Edge"

□비궁개 인스턴스 변수

```
public class Edge {
   private int _tailVertex;
   private int _headVertex;
```

- ■Edge 의 Public Member function의 사용법
 - public Edge(int givenTailVertex, int givenHeadVertex)
 - ◆ Edge 생성자
 - public void setTailVertex(int aTailVertex)
 - ◆ _tailVertex값을 aTailVertex으로 저장한다.
 - public int tailVertex()
 - ◆ _ tailVertex의 값을 확인한다.
 - public void setHeadVertex(int aHeadVertex)
 - ◆ _headVertex값을 aHeadVertex로 저장한다.
 - public int headVertex()
 - ◆ _ headVertex값을 확인한다.

- ■Edge 의 Public Member function의 구현
 - public Edge(int givenTailVertex, int givenHeadVertex)
 - ◆ givenTailVertex의 값을 this._tailVertex에 저장
 - ◆ givenHeadVertex의 값을 this._headVertex에 저장
 - public void setTailVertex(int aTailVertex)
 - ◆ aTailVertex의 값을 this._tailVertex 에 저장
 - public int tailVertex()
 - ◆ this._tailVertex을 반환
 - public void setHeadVertex(int aHeadVertex)
 - ◆ aHeadVertex의 값을 this._headVertex에 저장
 - public int headVertex()
 - ◆ this._headVertex을 반환



Class "AdjacencyMatrixGraph"

□비공개 인스턴스 변수

public class AdjacencyMatrixGraph { private int[][] _adjacency; private int _numOfVertices; _numOfEdges; private int this numOfVertice _numOfEdges 10 _adjacency [0][0] [0][5] _adjacency[0] _adjacency[1] _adjacency[2] _adjacency[3] _adjacency[4] _adjacency[5] [5][0] [5][5]



- AdjacencyMatrixGraph의 Public Member function의 사용 법
 - public AdjacencyMatrixGraph(int givenNumOfVertices)
 - ◆ AdjacencyMatrixGraph 생성자
 - public int numOfVertices ()
 - ◆ 그래프의 vertex 개수를 얻는다.
 - public int numOfEdges ()
 - ◆ 그래프의 edge 개수를 얻는다.
 - public boolean doesVertexExist (int aVertex)
 - ◆ 그래프에 Vertex가 존재하는지 확인(적합한 Vertex 값인지 확인)
 - public boolean doesEdgeExist (Edge anEdge)
 - ◆ 그래프에 Edge anEdge 가 존재하는지 확인
 - public boolean addEdge(Edge anEdge)
 - ◆ 그래프 정보를 입력 받아 그래프를 만든다.
 - public void showGraph()
 - ◆ 디버깅을 위한 그래프 내의 모든 내용을 출력하는 함수



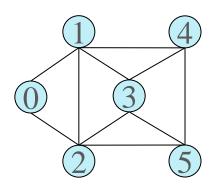
- ■AdjacencyMatrixGraph의 Public Member function의 구현
 - public AdjacencyMatrixGraph(int givenNumOfVertices)
 - ◆ givenNumOfVertices를 _numOfVertices에 저장
 - ◆ _numOfEdges를 0으로 초기화
 - ◆ _adjacency를 _numOfVertices * _numOfVertices 만큼 생성
 - ◆ 생성 된 _adjacency를 모두 0으로 초기화
 - public int numOfVertices ()
 - ◆ _numOfVertices를 반환
 - public int numOfEdges ()
 - ◆ _numOfEdges를 반환



- ■AdjacencyMatrixGraph의 Public Member function의 구현
 - public boolean doesVertexExist (int aVertex)
 - ◆ aVertex의 값이 -1보다 크고 aNumOfVertices보다 작을 경우 적합 한 Vertex이므로 true를 반환
 - public boolean doesEdgeExist (Edge anEdge)
 - ◆ _adjacency에 anEdge.tailVertex()번째의 anEdge.headVertex()위치에 값이 이미 존재하면 true를 반환
 - ◆ _adjacency에 anEdge.headVertex()번째의 anEdge.tailVertex()위치에 값이 이미 존재하면 true를 반환
 - ◆ 값이 존재하지 않을 경우 false를 반환

■AdjacencyMatrixGraph의 Public Member function의 구현

- public boolean addEdge(Edge anEdge)
 - ◆ 전달 받은 anEdge의 Vertex들이 적합한 지 확인(doesVertexExist)하여 존 재 하지 않을 경우 false 반환
 - ◆ 전달 받은 anEdge의 Edge가 존재 하는지 확인(doesEdgeExist)하여 존재 할 경우 false 반환
 - ◆ Edge위치의 _adjacency에 값을 삽입
 - tailVertex의 headVertex번째에는 1 삽입
 - headVertex의 tailVertex번째에는 1 삽입
 - ◆ true를 반환

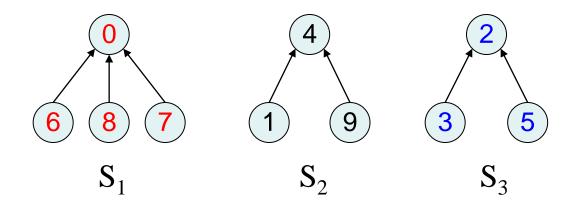


	0	1	2	3	4	5 \
0	0	1	1	0	0	0
1	1	0	1	1	1	0
2	1	1	0	1	0	1
3	0	1	1	0	1	1
4	0	1	0	1	0	1
5	0 0 1 1 0 0	0	1	1	1	0
)

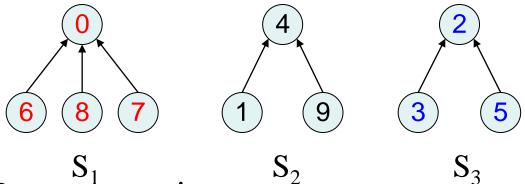
- ■AdjacencyMatrixGraph의 Public Member function의 구현
 - public void showGraph()
 - ◆ 디버깅을 위한 함수
 - ◆ 모든 Vertex를 돌며 저장된 내용을 출력한다.

Class "PairwiseDisjointSets"

Possible Representation Model [1]



Possible Representation Model [2]



- Array Representation
 - Each element points to its parent element.
 - The root has the value '-1'.
 - The root label can be used as the set name.

$$S1 \rightarrow 0$$
 $S2 \rightarrow 4$ $S3 \rightarrow 2$

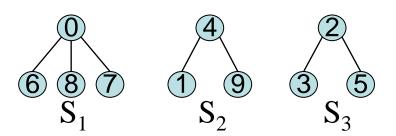
$$S2 \rightarrow 4$$

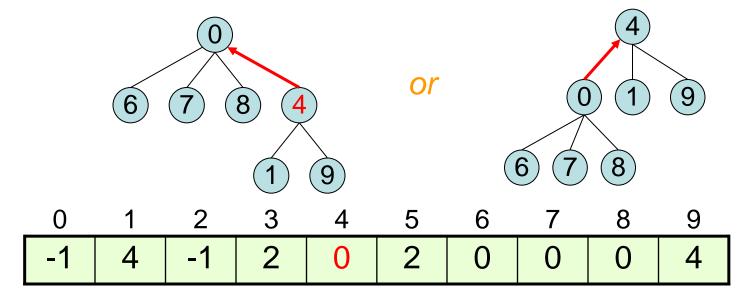
$$S3 \rightarrow 2$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-1	4	-1	2	-1	2	0	0	0	4

Union

• Union(S_1 , S_2) = { 0, 6, 7, 8, 1, 4, 9 }





```
void union1 (int i, int j)
{
    parent[i] = j ; // or, parent[j] = i
}
```



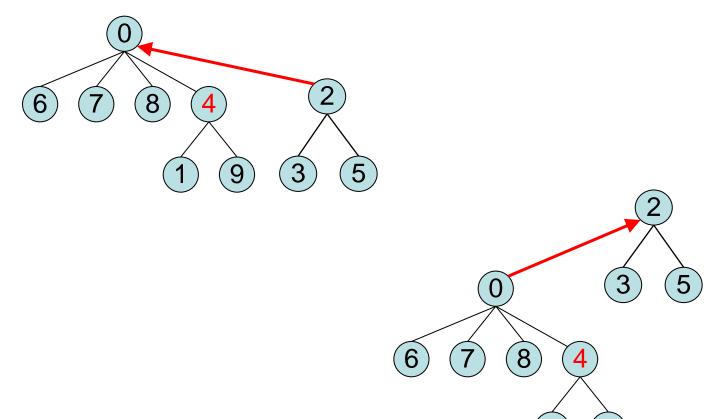
Find

• Find (9) = 0

```
int find1 (int i)
{
    for (; parent[i] >= 0; i = parent[i] );
    return i;
}
```

_	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	-1	4	-1	2	0	2	0	0	0	4

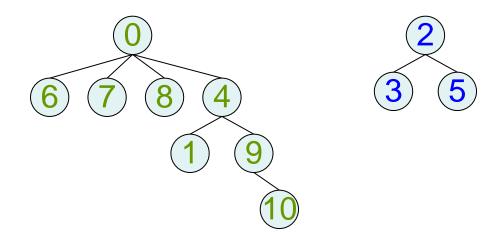
■How about the tree height after Union?



- And then, Find(1):
 - Which tree is better?

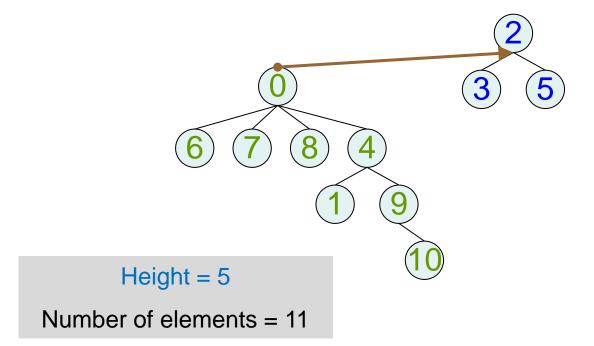
Weighting Rule for union(i,j)

- Example
 - Set(0): Height = 5, Number of elements = 8
 - Set(2): Height = 2, Number of elements = 3



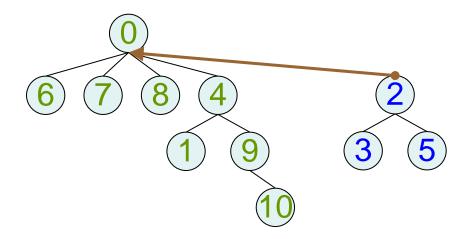
■Weighting Rule for union(i,j)

- Example
 - Set(0): Height = 5, Number of elements = 8
 - Set(2): Height = 2, Number of elements = 3
 - If we attach Set(0) to Set(2)?



■Weighting Rule for union(i,j)

- Example
 - Set(0): Height = 5, Number of elements = 8
 - Set(2): Height = 2, Number of elements = 3
 - If we attach Set(2) to Set(1)?

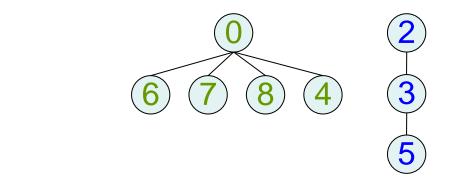


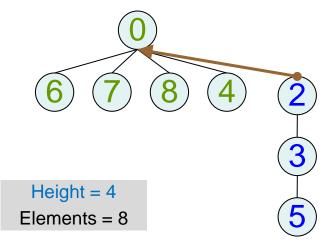
Height = 4

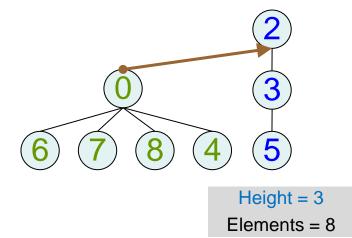
Number of elements = 11

Exceptional case ?

- Unusual Example
 - Set(0): Height = 2, Number of elements = 5
 - Set(2): Height = 3, Number of elements = 3









Weighting Rule for union(i,j)

Idea

- If set(i) has more elements than set(j), then set(i) will be taller than set(j).
- We want not to increase the height of Union of two sets.
- So, let's attach the smaller one to the bigger one.

■ Weighting Rule:

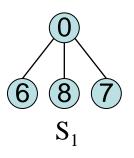
- If (#i < #j), then make j the parent of i.</p>
- If (#i ≥ #j), then make i the parent of j.
 - #i: the number of elements in the set i.
 - #j: the number of elements in the set j.

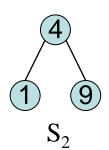
■Weighting Rule for union(i,j)

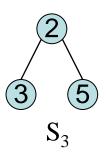
- Implementation
 - Each root i has the negative value of the #i instead of -1.

	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]
ı	-4	4	-3	2	-3	2	0	0	0	4

```
void union2 (int i, int j)
{
    if (parent[i] >= parent[j])
        /* #i < #j */
        parent[i] = j;
    else /* #i >= #j */
        parent[j] = i';
}
```







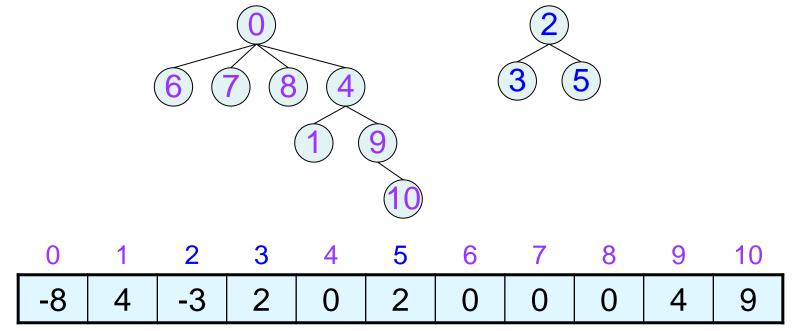
Collapsing Rule for find(i)

Idea

• If we maintain the trees as shallow as possible, we can get efficiency during find().

Rule

 If j is a node in the path from i to its root, then make j a child of the root.





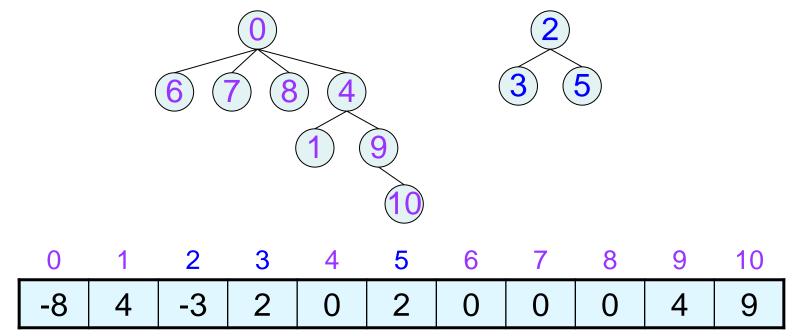
Collapsing Rule for find(i)

•Idea

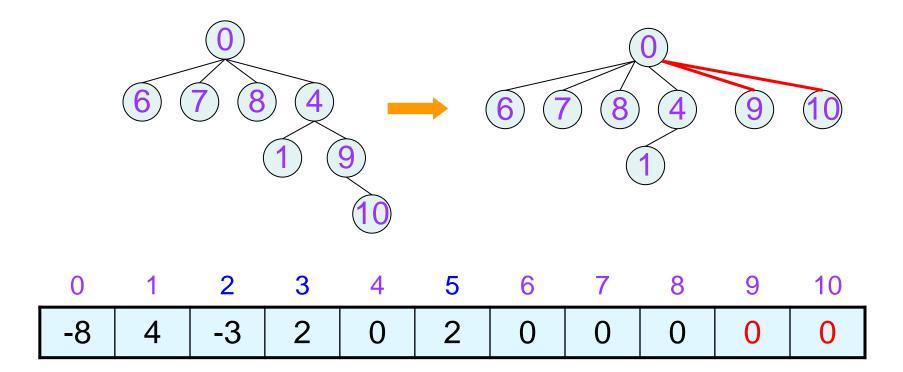
 If we maintain the trees as shallow as possible, we can get efficiency during find().

Rule

◆ If j is a node in the path from i to its root, then make j a child of the root.



- Implementation of find2(i)
 - After finding the root, we scan again the path from the given node i to the root and make each node in the path to the direct child of the root.
 - \bullet Example: find2(10) = 0



Analysis

- Lemma
 - Let T(m, n) be the maximum time required to process an intermixed sequence of $m \ge n$ finds and n 1 unions. Then

 $k_1 m\alpha(m,n) \leq T(m,n) \leq k_2 m\alpha(m,n)$ for some positive constants k_1 and k_2 .

• Here, we may assume that $\alpha(m,n) = \Theta(1)$ in all practical situations.

```
\Rightarrow 7(m,n) = \Theta(m\alpha(m,n)) \approx \Theta(m)
```

Ackerman's function

$$A(p,q) = \begin{cases} 2q & \text{if } p = 0 \\ 0 & \text{if } q = 0 \& p \ge 1 \\ 2 & \text{if } p \ge 1 \& q = 1 \\ A(p-1, A(p, q-1)) & \text{if } p \ge 1 \& q \ge 2 \end{cases}$$

For practical purposes we may assume that $A(3,4) > \log_2 n$ since A(3,4) is very very big.

And hence, $\alpha(m,n) \leq 3$.

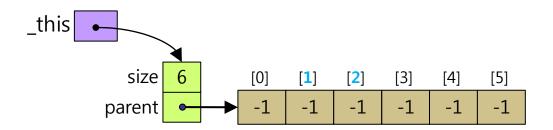
Note:

• Although $\alpha(m,n)$ is a very slowly increasing function, the complexity is *not linear* in m.

Edge Cost Action					Tree	Edges	Pairwise disjoint sets		
-	 	 - - -	0	1	2	3	4	5	{0} {1} {2} {3} {4} {5}
(1,2)	: : :	Add	0	1	2	3	4	5	{0} {1,2} {3} {4} {5}
(1,3)	6	Add	0	1	3		4	5	{0} {1,2,3} {4} {5}
(2,3)	10	Discard							{0} {1,2,3} {4} {5}
(1,5)	11	Add		5) (3		4		{0} {1,2,3,5} {4}
(3,5)	: 14	: Discard							{0} {1,2,3,5} {4}
(0,1)	16	Add	0		3		4		{0,1,2,3,5} {4}
(3,4)	18	Add	0	5	1	2			{0,1,2,3,4,5}

- **E**dge: (1,2)
 - find(1) = 1
 - find(2) = 2
 - So, find(1) != find(2)

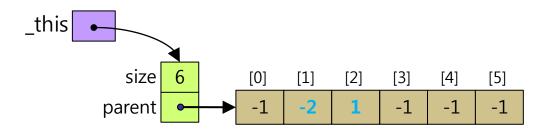






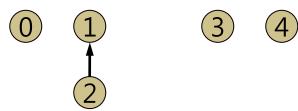
- **E**dge: (1,2)
 - find(1) = 1
 - find(2) = 2
 - So, find(1) != find(2)
 - Therefore, union(1,2)

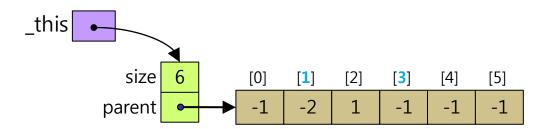






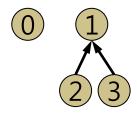
- **E**dge: (1,3)
 - find(1) = 1
 - find(3) = 3
 - So, find(1) != find(3)



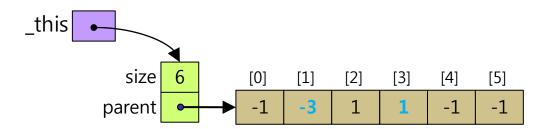




- **E**dge: (1,3)
 - find(1) = 1
 - find(3) = 3
 - So, find(1) != find(3)
 - Therefore, union(1,3)



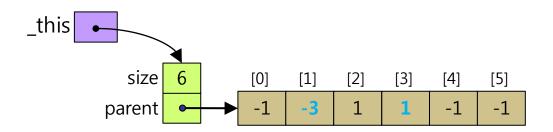
4 (





- **E**dge: (2,3)
 - find(2) = 1
 - find(3) = 1
 - So, find(1) == find(3)
 - Therefore, discard the edge (2,3) since (2,3) makes the cycle.







□비공개 인스턴스 변수

```
public class PairwiseDisjointSets {
   private int _size;
   private int[] _parent;
```

□Member Functions의 구현

- PairwiseDisjointSets 의 Public Member function의 사용법
 - public PairwiseDisjointSets(int givenMaxNumOfMembers)
 - ◆ PairwiseDisjointSets 생성자
 - public int find(int aMember)
 - ◆ 주어진 member 가 어느 집합에 속해 있는지, 그 집합의 ID를 얻는다.
 - public void union(int idOfSet1, int idOfSet2)
 - ◆ 주어진 두 집합 id1과 id2를 하나의 집합으로 만든다.

□Member Functions의 구현

- ■PairwiseDisjointSets 의 Public Member function의 구 현
 - public PairwiseDisjointSets(int givenMaxNumOfMembers)
 - ◆ givenMaxNumOfMembers를 this._size에 저장
 - ◆ this._parent를 this._size만큼 생성
 - ◆ 생성된 this._parent를 모두 -1로 초기화
 - public int find(int aMember)
 - ◆ Collapsing rule을 적용한 find를 작성한다.
 - public void union(int idOfSet1, int idOfSet2)
 - ◆ idOfSet1과 idOfSet2는 서로 다른 set으로 가정한다.
 - UNION을 하기 전에 반드시 Find를 실행하여 두 집합이 서로 다 르다는 것을 확인해야 한다.

□[문제 1] 요약

- ■Matrix를 이용하여 Graph를 구현해본다.
- ■Union & Find 알고리즘을 이해하고 실제 적용하여 입력받는 Edge가 Cycle을 이루는 지확인 하여 본다.
- ■확인 해본 내용은 보고서에 포함이 되어야 한다.

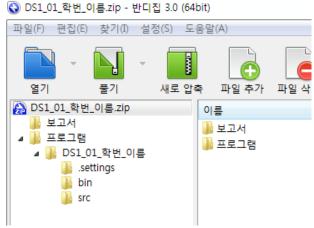
과제 제출

□ 과제 제출

- pineai@cnu.ac.kr
 - ●메일 제목 : [0X]DS2_01_학번_이름
 - ◆ 양식에 맞지 않는 메일 제목은 미제출로 간주됨
 - ◆ 앞의 0X는 분반명 (오전10시: 00반 / 오후4시: 01반)
- ■제출 기한
 - 9월 3일(화) 23시59분까지
 - ●시간 내 제출 엄수
 - 제출을 하지 않을 경우 0점 처리하고, 숙제를 50% 이상 제출하지 않으면 F 학점 처리하며, 2번 이상 제출하지 않으면 A 학점을 받을 수 없다.

□과제 제출

- ■파일 이름 작명 방법
 - DS2_01_학번_이름.zip
 - ●폴더의 구성
 - ◆ DS2_01_학번_이름
 - 프로그램
 - 프로젝트 폴더 / 소스
 - 메인 클래스 이름: DS2_01_학번_이름.java
 - 보고서
 - 이곳에 보고서 문서 파일을 저장한다.
 - 입력과 실행 결과는 화면 image로 문서에 포함시킨다.
 - 문서는 pdf 파일로 만들어 제출한다.



□보고서 작성 방법

- 표지
 - 제목: 자료구조 실습 보고서
 - [제xx주] 숙제명
 - 제출일
 - 학번/이름
- ■내용
 - 1. 프로그램 설명서
 - 1. 주요 알고리즘 /자료구조 /기타
 - 2. 함수 설명서
 - 3. 종합 설명서 : 프로그램 사용방법 등을 기술
 - 2. 구현 후 느낀 점 : 요약의 내용을 포함하여 작성한다.
 - 3. 실행 결과 분석
 - 1. 입력과 출력 (화면 capture : 실습예시와 다른 예제로 할 것)
 - 2. 결과 분석
 - ----- 표지 제외한 3번까지의 내용을 A4 세 장 내외의 분량으로 작성 할 것 -----
 - 4. 소스코드 : 화면 capture가 아닌 소스를 붙여넣을 것 소스는 장수 제한이 없음.



[제 1 주 실습] 끝