

TP 1 (suite)

Résolution numérique d'équations non linéaires

Initialement nous allons se focaliser sur la représentation graphique de points et de courbes.

- *Représentation de points dans un plan*
- *Déclaration de fonctions*
- *Représentation de courbes*
- *Représentation de plusieurs courbes dans un même plan.*
- *Représentation de plusieurs courbes dans une même fenêtre*

Exercice 1

Soient les fonctions : $f(x) = x^6 - x - 1$, $f(x) = 1 - \frac{1}{4}\cos(x)$, $f(x) = \cos(x) - e^{-x}$.
 $f(x) = x^4 - 56.101x^3 + 785.6561x^2 - 72.7856x + 0.078$.

Pour chaque fonction f ,

- 1) Tracer le graphe de la fonction.
- 2) Labelliser les racines de l'équation $f(x) = 0$ en utilisant une couleur différente de celle de la courbe et un marker bien défini.
- 3) Donner des encadrements pour les racines de l'équation $f(x) = 0$ en se basant sur les graphes obtenus

Exercice 2

Soit la fonction : $f(x) = \ln(x) - x + 2$

- 1) Tracer le graphe de f .
- 2) Enumérer les racines de l'équation $f(x) = 0$.
- 3) Ecrire un script qui vous permet d'implémenter l'algorithme de dichotomie.
- 4) Calculer les racines de l'équation $f(x) = 0$ par l'algorithme de dichotomie avec une précision égale à 10^{-5} .
- 5) Afficher les solutions (finales) de l'équation ainsi que le nombre d'itérations effectuées pour atteindre ces solutions.
- 6) Afficher un tableau qui vous permettra de :
 - Lire les différentes solutions approchées avec les intervalles qui contiennent ces solutions.
 - Estimer les erreurs correspondantes.
- 7) Représenter graphiquement les différentes solutions sur le graphe de la fonction f . Utiliser une couleur différente de celle de la courbe avec un marker (*)
- 8) Reprenez les mêmes questions pour l'équation : $f(x) = e^x + \frac{x^2}{2} + x - 1 = 0$.

TP 1 (suite)

Exercice 3

- 1) Ecrire un programme qui vous permet d'implémenter la méthode du point fixe.
- 2) Considérons l'équation : $f(x) = e^x + \frac{x^2}{2} + x - 1 = 0$.
 - Vérifier que l'équation admet une s racine dans $[-1, 1]$.
 - Proposer une suite itérative de point fixe qui vous permet d'approximer la solution s de l'équation donnée.

Indication : Il suffit de définir le problème équivalent : $x_{n+1} = \varphi(x_n)$.

Exercice 4

Considérons l'équation précédente : $f(x) = e^x + \frac{x^2}{2} + x - 1 = 0$.

- 1) Ecrire un programme qui vous permet d'implémenter l'algorithme de Newton.
- 2) Partant de $x_0 = -1$, calculer la solution s de l'équation donnée par l'algorithme de Newton avec une précision de 10^{-5} .
- 3) Afficher les différents résultats obtenus à travers les différentes itérations dans un tableau ainsi que les erreurs correspondantes.
- 4) Représenter graphiquement les différentes solutions approchées sur le graphe de f et localiser la solution optimale.
- 5) Recalculer la solution s de l'équation donnée en considérant la solution initiale $x_0 = 1$.
- 6) Représenter graphiquement les nouvelles solutions approchées sur le graphe de f et localiser la solution optimale.
- 7) Commenter les résultats obtenus. Que pouvez-vous déduire ?
- 8) Dans une fenêtre partitionnée en deux sous fenêtres, Afficher les solutions approchées de s par l'algorithme de dichotomie dans la 1ere sous fenêtre et celles obtenues par l'algorithme de Newton dans la 2eme sous fenêtre. Bien sûr afficher les solutions sur la courbe.
- 9) Comparer les résultats obtenus avec ceux obtenus par l'algorithme de dichotomie. Commenter les graphes obtenus.
- 10) Analyser les résultats et conclure.