

# Aprendizagem de Máquina Probabilístico

## Trabalho 1

Diego Rabelo de Sá

### Questão 1

Para  $\theta_{ML}$ , temos:

$$\theta_{ML} = \frac{N_1}{N} = \frac{8}{10} = 0.8$$

Já para as soluções MAP e média da posteriori, dependemos da priori escolhida. Considerando uma priori  $p(\theta) = \text{Beta}(\theta|a = 1, b = 1)$ , temos para  $\theta_{MAP}$ :

$$\theta_{MAP} = \frac{a + N_1 - 1}{a + b + N - 2} = \frac{1 + 8 - 1}{1 + 1 + 10 - 2} = 0.8$$

Para a solução da média da posteriori, primeiro achamos a posteriori:

$$\text{Beta}(\theta|a = 9, b = 3)$$

Computando pelo *scipy*, achamos o resultado de 0.75

Agora, considerando uma priori  $p(\theta) = \text{Beta}(\theta|a = 2, b = 2)$ , temos para  $\theta_{MAP}$ :

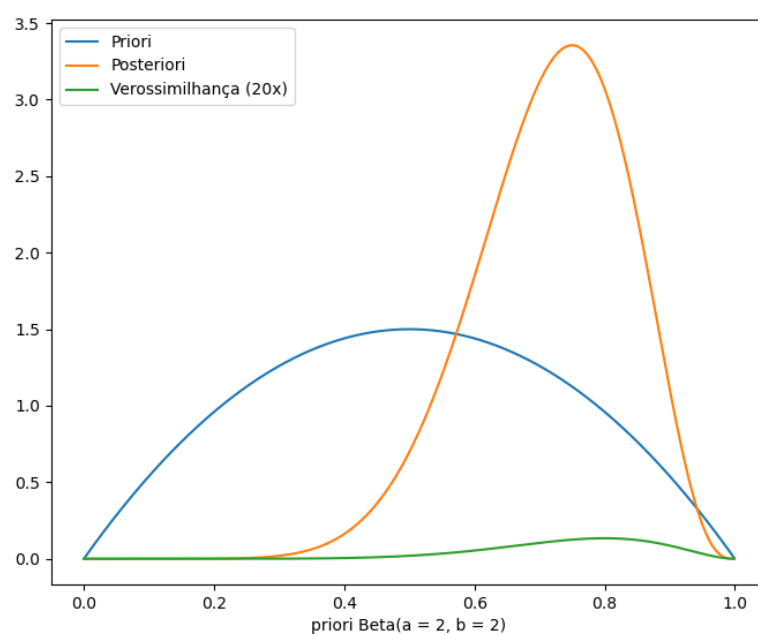
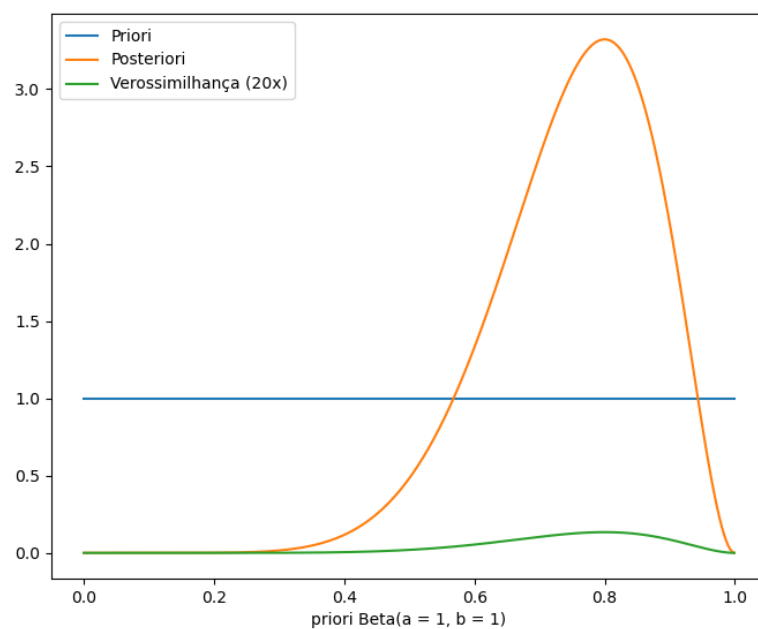
$$\theta_{MAP} = \frac{a + N_1 - 1}{a + b + N - 2} = \frac{2 + 8 - 1}{2 + 2 + 10 - 2} = \frac{9}{12} = 0.75$$

E para a média da posteriori, achamos novamente a sua distribuição:

$$\text{Beta}(\theta|a = 10, b = 4)$$

E usando novamente o *scipy*, obtemos o resultado de aproximadamente 0.714

A seguir, os gráficos das prioris, posterioris e função de verossimilhança (multiplicada por um fator de 20, para melhor visualização):



## Questão 2

Para  $p(\theta) = \text{Beta}(\theta|a = 1, b = 1)$ , temos:

$$\mu = 0.678, \sigma = 0.027$$

Para  $p(\theta) = \text{Beta}(\theta|a = 0.5, b = 0.5)$ , temos:

$$\mu = 0.656, \sigma = 0.025$$

Para  $p(\theta) = \text{Beta}(\theta|a = 2, b = 2)$ , temos:

$$\mu = 0.690, \sigma = 0.023$$