Assignment #01

Flamming Codes

Robo Lab

→ From Truth Table

$$G'_{4,8} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G'_{4,8} \rightarrow G'_{4,8} = \begin{bmatrix} P_1 & P_2 & d_1 & P_3 & d_2 & d_3 & d_4 & P_4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$H'_{4,8} = \begin{bmatrix} P_1 & P_2 & d_1 & P_3 & d_2 & d_3 & d_4 & P_4 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$

Converting last row to parity 1

$$H'_{4 \times 8} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Task #2

$$q' = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$R_2 \to R_1 + R_2$
$R_4 \to R_1 + R_4$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$R_3 \to R_3 + R_2$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$R_4 \to R_3 + R_4$
$R_4 \to R_1 + R_4$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$R_1 \to R_1 + R_2$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_2 \rightarrow R_2 + R_3 \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} R_1 \rightarrow R_1 + R_4 \\ R_2 \rightarrow R_2 + R_4 \end{matrix} \quad \left[\begin{array}{cccc:cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Symmetric G and $H = -$

$$H = \left[\begin{array}{cccc:cccc} & p_1 & p_2 & p_3 & p_4 & d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

Task #3

Encode the following

$$\vec{x} = (\vec{a} \cdot q') \bmod 2$$

$$\vec{a} = (0100)$$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} 0+1+0+0, & 0+0+0+0, & 0+0+0+0, & 0+1+0+0, \\ 0+1+0+0, & 0+0+0+0, & 0+0+0+0, & 0+1+0+0 \end{bmatrix}$$

$$\cdot \bmod 2$$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} 1 & 0, & 0, & 1, & 1, & 0, & 0, & 1 \end{bmatrix} \bmod 2$$

② $\vec{a} = (1001)$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} 1+0+0+1 & , & 1+0+0+1 & , & 1+0+0+0 & , & 0+0+0+1, \\ 0+0+0+0 & , & 0+0+0,+0, & \ddot{0}+0+0+1 & ,1+0 \end{bmatrix}$$

$$\mod 2$$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & \not{2} & 1 & 0 & 0 & 1 & \not{1} \end{bmatrix} \mod 2$$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

3. $\quad \vec{a} = (0011)$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$
$\circ \mod 2$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} 0+0+0+1 & , & 0+0+1+1 & , & 0+0+0+0 & , & 0+0+1+1 & , \\ 0+0+0+0 & , & 0+0+1+0 & , & 0+0+0+1 & , & 0+0+1+0 \end{bmatrix}$$
$\mod 2$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \mod 2$$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

4. $\vec{a} \cdot (11\ 01)$

$$\vec{x} = [1\ 1\ 0\ 1] \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

mod 2

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} 1+1+0+1 & , & 1+0+0+1 & , & 1+0+0+0 & , & 0+1+0+1 & , \\ 0+1+0+0 & , & 0+0+0+0 & , & 0+0+0+1 & , & 1+1+0+0 \end{bmatrix}$$

mod 2

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \text{mod}$$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

① Taske # 4

$$\vec{x} = (H \cdot \vec{x}) \bmod 2 \qquad \vec{x} = 1100\,1101$$

$$\vec{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \bmod 2$$

$$\vec{z} = \begin{bmatrix} 0+1+0+0+1+0+0+0 \\ 1+0+0+0+0+1+0+0 \\ 1+1+0+0+0+0+0+0 \\ 1+1+0+0+0+0+0+0+1 \end{bmatrix} \bmod 2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \bmod 2$$

$$\vec{z} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$ Since $\vec{z}$ is $\neq 0$, we know that a single bit is flipped in x.

CORRECTION of Error:- (last bit)

1100 1100

$$\vec{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \bmod 2$$

$$\vec{z} = \begin{bmatrix} 0+1+0+0+1+0+0+0 \\ 1+0+0+0+1+0+0+0 \\ 1+1+0+0+0+0+1+0+0 \\ 1+1+0+0+0+0+0+0 \end{bmatrix} \bmod 2 \implies \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} \bmod 2$$

$$\vec{z}' \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Error is Corrected !

Code = 0110

2) $\vec{x} = (100\,11001)$

$$\vec{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \bmod 2$$

$$\vec{z}' \begin{bmatrix} 0+0+0+1+1+0+0+0 \\ 1+0+0+1+0+0+0+0 \\ 1+0+0+1+0+0+0+0 \\ 1+0+0+1+1+0+0+1 \end{bmatrix} \bmod 2$$

$$\vec{z} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} \bmod \implies \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

No error !

Hence no bit flip is required :

Source Code = 0100

③

$$\vec{x} = (1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1)$$

$$\vec{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \mod 2$$

$$\vec{z} = \begin{bmatrix} 0+1+0+1+1+0+0+0 \\ 1+0+0+1+0+0+0+0 \\ 1+1+0+1+0+0+1+0 \\ 1+1+0+0+0+0+0+1 \end{bmatrix} \mod 2$$

$$\vec{z} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix} \mod 2$$

$$\vec{z} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$z \neq 0$ and not Exist in

H, Hence multiple bit error!

NO Source Code

Can be derived !

s)

$$\vec{x} = (1,1,0,1,0,1,0,1)$$

$$\vec{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ mod } 2$$

$$\vec{z} = \begin{bmatrix} 0+1+0+1+0+0+0+0 \\ 1+0+0+1+0+1+0+0 \\ 1+1+0+1+0+0+0+0 \\ 1+1+0+0+0+0+0+1 \end{bmatrix} \text{ mod } 2$$

$$\vec{z} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ mod } 2 \quad \Rightarrow) \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ mod } 2$$

$$\vec{z} = \begin{bmatrix} 0+1+0+1+0+0+0+0 \\ 0+0+0+1+0+1+0+0 \\ 0+1+0+1+0+0+0+0 \\ 0+1+0+0+0+0+0+1 \end{bmatrix} \text{ mod } 2$$

$$\vec{z} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} \mod 2$$

$$\vec{z} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Source   Code = 0010