



Universidade Federal de São Paulo – Campus São José dos Campos
Instituto de Ciência e Tecnologia

Modelagem Computacional

Simulação 4

Modelagem Computacional de uma Rede Trófica

DANILO AUGUSTO DIAS CARVALHO

EDUARD ERIC SCHARDIJN

RENAN ARANTES BERNARDES VIEIRA

Turma: B

Bacharelado em Ciência e Tecnologia

São José dos Campos, SP

Abril de 2012

Objetivos

Esta simulação tem por objetivo simular uma rede trófica por meio de modelamento computacional empregando equações logísticas e de dinâmica populacional. Abrange o estudo de perturbações na rede após o período transiente bem como sua análise qualitativa.

Modelo Teórico

A função logística consiste na solução da equação logística descrita pela equação 1.

$$\frac{dP}{dt} = P(a - bP) \quad (1)$$

Onde a , $a > 0$, é a taxa média de nascimento da população P . Supondo que a taxa média de óbito seja proporcional à população $P(t)$ no instante t , temos que

$$\frac{1}{P} \frac{dP}{dt} = (\text{taxa média de crescimento}) - (\text{taxa média de óbito}) = a - bP$$

Em que b é uma constante positiva de proporcionalidade.

Tal modelo é utilizado para descrever o crescimento populacional considerando efeitos inibidores. Estes podem ser a limitação do meio, competição por recursos, deterioração do meio, etc.

Outra forma de representar o modelo logístico é descrito na equação 2.

$$\frac{dP}{dt} = \alpha P - \beta P^2 = \alpha P \left(1 - \frac{P}{k}\right) \quad (2)$$

Onde α representa a taxa de crescimento da população e k representa a capacidade de suporte do ambiente. Este modelo é empregado na simulação da rede trófica para descrever o crescimento da vegetação.

Para interações entre espécies, temos que o crescimento de uma é dependente da outra, seja devido a relacionamentos de predação, competição por recursos ou cooperação entre espécies. Para tanto, o modelo mais adequado é o de Lotka e Volterra. As equações deste modelo são explicitadas em 3 e 4.

$$\frac{dP}{dt} = P(\alpha V - \beta) \quad (3)$$

$$\frac{dV}{dt} = V(\gamma - \delta P - \Phi) \quad (4)$$

Os parâmetros $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \Phi$ são constantes positivas que representam as ponderações de relacionamento entre duas espécies arbitrárias. A relação sendo do tipo predador presa temos que a taxa de crescimento da população de predadores é diretamente proporcional a quanto estes predam a população de presas menos um β que

representa um determinado inibidor ao crescimento, que pode ser encarado como a limitação física do meio.

A taxa de crescimento da população de presas é proporcional a quanto ela se beneficia ao se alimentar de determinado recurso menos a ponderação de que ela é predada por determinada população de animal, menos a limitação física do meio.

A relação de dependência entre estas equações diferenciais geram um comportamento oscilatório em função do tempo. Quanto mais espécies interagem, mais complexa fica a análise da relação entre estas.

Modelagem Computacional

Definiu-se uma rede trófica a qual seis espécies diferentes interagem entre si, competindo por recursos, por presas e por espaço. Tal rede é ilustrada na figura 1. As setas indicam a relação de predação em que a espécie da base da seta é predada por onde ela assinala.

A elipse no humano indica que este interage com todos na rede, porém de maneiras distintas que serão explicadas posteriormente.

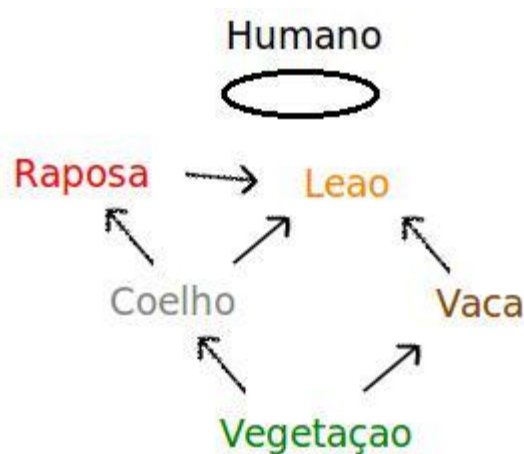


Figura 1 – Rede Trófica Modelada

Para modelar a rede foi utilizada a equação de Lotka e Volterra, a qual a simula situações de predação entre espécies e sua limitação com o meio. Um perfil de cada espécie foi traçado e este foi modelado de acordo com seus respectivos parâmetros.

A relação entre as espécies é determinada por ponderações estimadas através de simulações, realizadas posteriormente respeitando o perfil de cada espécie.

Tal perfil pode ser observado na tabela 1.

Tabela 1 – Relações entre as espécies da rede trófica simulada.

Espécies	Preda	Predada por	Coopera	Compete Território	Limitação Meio
Vegetação	-	  	-	-	Pequena
Coelho		 		-	Pequena
Vaca		 	-	-	Alta
Raposa		 	-	-	Pequena
leão	  	-	-	-	Alta
Humano	  	-	-		Alta

Para explicitar tais ponderações, têm-se na tabela 2 os valores numéricos de tais relações.

Tabela 2 – Ponderações numéricas utilizadas na simulação

Espécies	Fator de Beneficiamento	Fator de Predação	Fator de Cooperação	Fator de Competição por Território	Fator de Limitação do Meio
Vegetação	$\alpha = 0,01$	0,2 / 0,4 / 0,4	-	-	k = 5
Coelho	0,5	0,35 / 0,1	0,25	-	0,15
Vaca	0,2	0,4 / 0,3	-	-	0,5
Raposa	0,3	0,15 / 0,05	-	-	0,3
Leão	0,5 / 0,05 / 0,1	-	-	0,7	0,7
Humano	0,4 / 0,6 / 0,02	-	-	-	0,7

A integração numérica se deu pelo método do Euler em que cada espécie possui sua equação baseado em suas interações com as outras espécies da rede. O método de Euler é definido da seguinte forma:

$$y_{n+1} = y_n + \Delta t \cdot f(x_n, y_n)$$

Com $n = \{0, 1, 2, 3, \dots, n-1\}$ e Δt sendo a distância entre os pontos na coordenada x.

O incremento neste é feito da forma:

$$x_n = x_0 + n \cdot \Delta t$$

Código

O principal trecho do programa consiste na integração numérica pelo método de Euler das equações de cada espécie. Tais equações são da forma de Lotka e Volterra e são descritas a seguir.

```
coelho = coelho + (coelho*(c1*vegetacao - c2*raposa - c3*leao + c4*humano - c5))*passo;
vaca = vaca + (vaca*(va1*vegetacao - va2*leao - va3*humano - va4))*passo;
```

```

leao = leao + (leao*(l1*coelho + l2*vaca + l3*raposa - l4*humano - l5))*passo;
raposa = raposa + (raposa*(r1*coelho - r2*leao - r3*humano - r4))*passo;
humano = humano + (humano*(h1*vegetacao + h2*vaca + h3*raposa - h4))*passo;

```

Onde os diversos parâmetros são as constantes da tabela 2. Para a vegetação temos os parâmetros α e k . α representa a taxa de crescimento da vegetação e k é o fator limitante do modelo logístico, assim, a vegetação não cresce indefinidamente, sendo limitada pelo meio representado pelo constante positiva k . Tal equação é descrita pelo seguinte trecho do programa.

```

vegetacao = vegetacao + (alfa*vegetacao*(1 - v1*coelho - v2*vaca - v3*humano - (vegetacao/k)))*passo;

```

Para inserir perturbações na simulação foi utilizado o artifício de um flag, o qual notifica a partir de um determinado tempo se uma população será extinta ou alterada em seu numero de indivíduos. Tal situação é explicitada no seguinte trecho do programa, que foi utilizado para as perturbações de extinção total e parcial da vegetação (incêndio), adicionar a indústria e extinguir a população humana:

```

if(tempo>2012 && flag_B==0){
    //espécie a ser alterada += novo numero de indivíduos;
    flag_B = 1 //notificação do flag, para que o mesmo trecho não seja repetido
}

```

Para melhor estudo dos parâmetros as populações foram adicionadas depois da estabilização da vegetação seguindo o modelo logístico. Para tanto utilizou-se a variável de lógica *flag* para controlar o fluxo do programa.

Simulações

As simulações consistiram na confecção de gráficos colhidos através do código implementado em linguagem C, em que o crescimento de cada espécie é dependente de suas relações com as outras, ponderados pelas constantes explicitadas na tabela 2. Para melhor análise dos dados, os animais são adicionados depois que a vegetação está estabilizada. Outra consideração feita é que toda população adicionada tem o valor inicial dois, sem perda de generalidade, apenas por padronização da quantidade inicial de espécies.

Salvo as considerações, optou-se por iniciar um estudo gradativo da rede trófica com as espécies sendo incorporados uma a uma. Temos como primeira análise o gráfico 1. Este consiste na incorporação de uma população de coelhos, após a vegetação estar estabilizada.

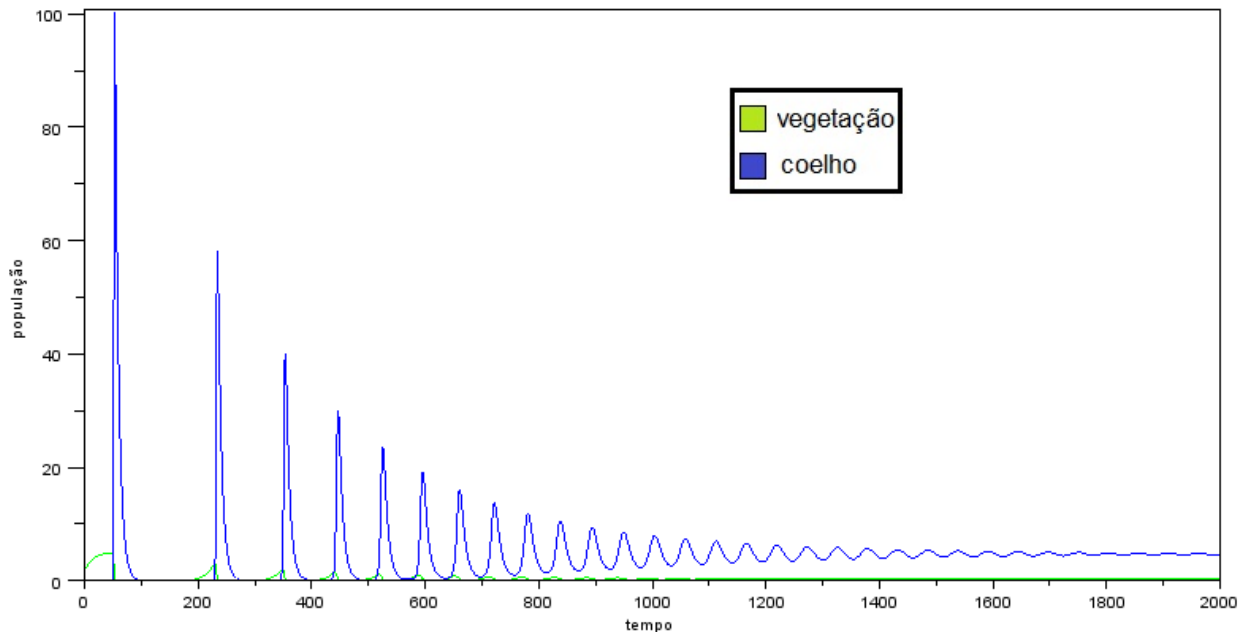


Gráfico 1 – Interação do coelho com a vegetação.

Temos que a população de coelhos inicialmente cresce muito, diminuindo assim a vegetação que é seu alimento, o que implica na queda de sua população. Este processo se repete até que um determinado número de coelhos consegue se estabilizar com a vegetação e assim ambos coexistem.

Para uma segunda análise consideremos o gráfico 2 que consiste na interação da vaca com a vegetação. Um comportamento semelhante ao do gráfico 1 é observado. A diferença observada é que a amplitude de crescimento da população de vacas é muito menor que a do coelho e isto se deve ao maior porte da vaca o que implica em sua maior limitação do meio e a sua menor taxa de reprodutibilidade. Estas características estão implícitas nos parâmetros definidos na tabela 2, em que ao serem definidos tentam reproduzir estes atributos de populações reais para que tais analogias possam ser feitas.

Para este segundo gráfico nota-se a característica de oscilador em que vegetação e vaca convergem a populações ótimas em que ambos coexistam de forma estável.

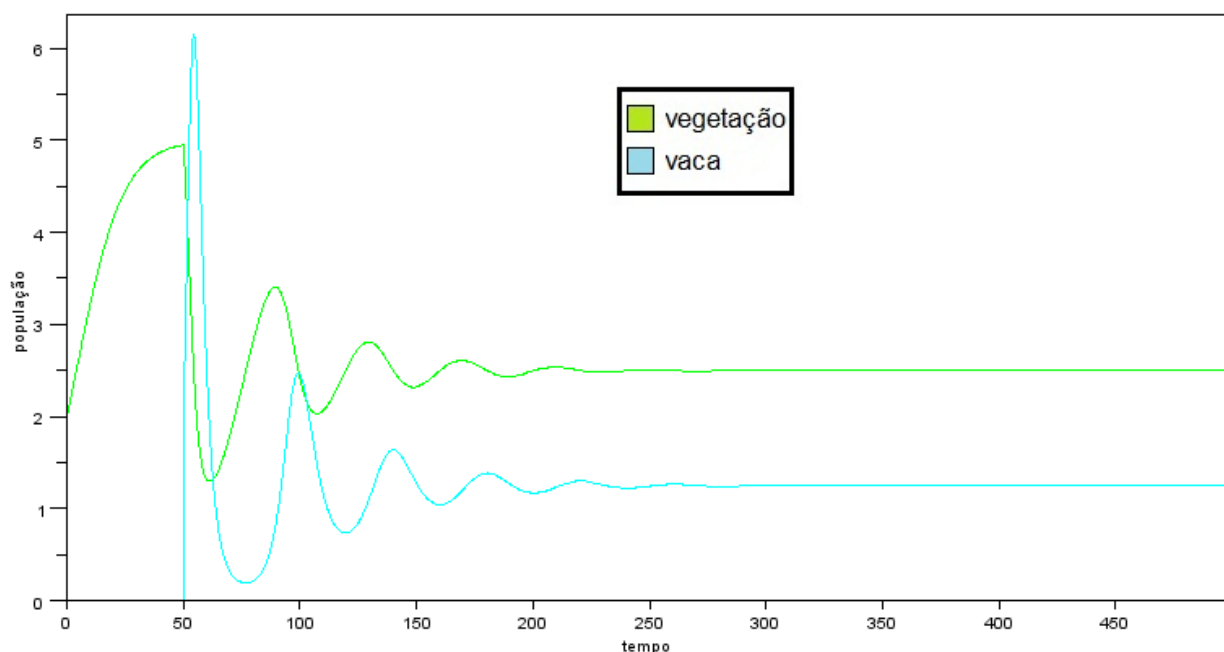


Gráfico 2 – Interação da vaca com a vegetação.

Sabendo como interagem isoladamente o coelho e a vaca com a vegetação, temos para o gráfico 3 a competição de vegetação por estes dois animais.

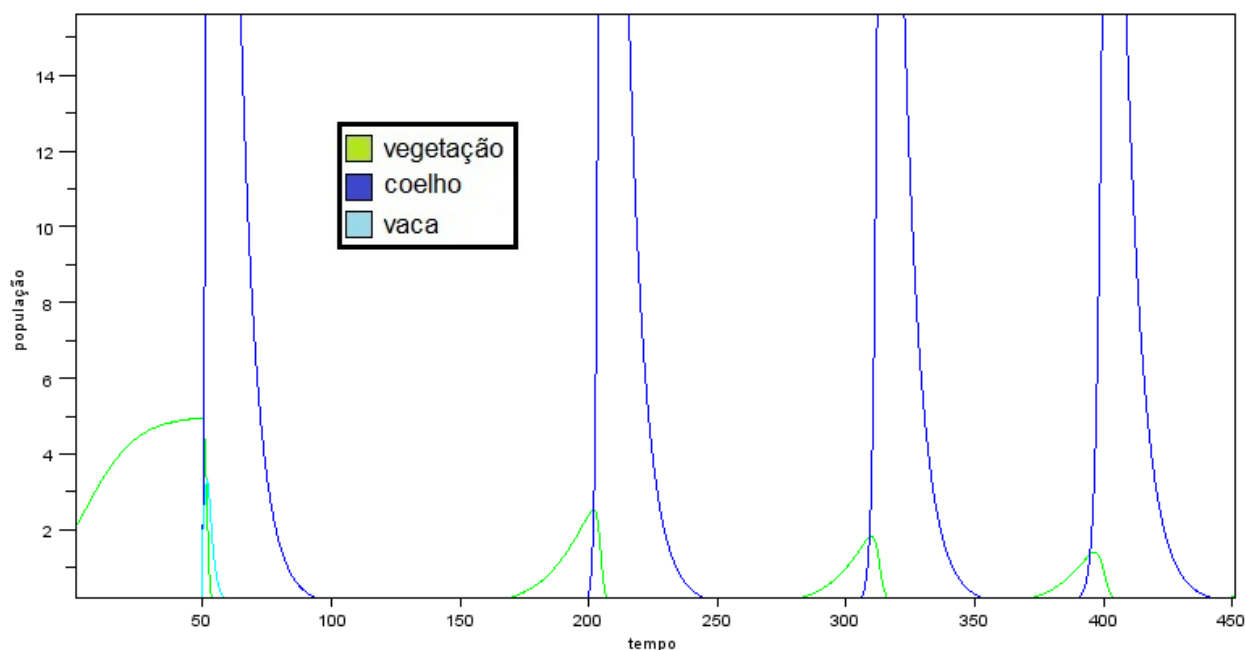


Gráfico 3 - Competição por vegetação pelo coelho e vaca.

Este gráfico está ampliado de forma a salientar a extinção da população de vacas. Uma hipótese para tal fenômeno consiste na falta de vegetação devido ao elevado consumo pela grande população de coelhos. Se simularmos com um tempo maior observaremos um gráfico semelhante ao gráfico 1.

Em uma tentativa de fazer com que a população de vacas sobreviva, testa-se a hipótese de adicionar raposas juntamente com os coelhos e as vacas. Temos que a

principal presa da raposa é o coelho. Na prática verifica-se que isto funciona, evidenciado pelo gráfico 4.

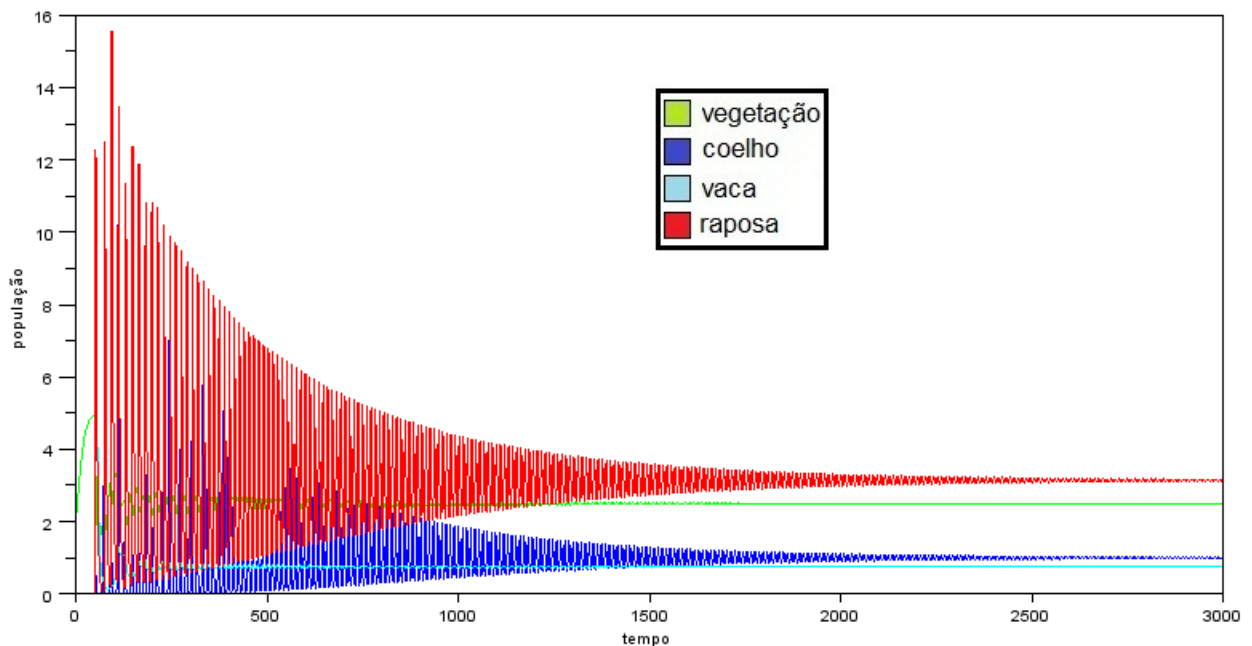


Gráfico 4 – Controle da população de coelhos pelas raposas.

Temos para o gráfico 4 no estado estacionário, que as quatro espécies coexistem. A população de coelhos é controlada pela população de raposas, que predominam em maior quantidade neste contexto.

Acrescentando neste sistema uma população de leões, temos a situação explicitada no gráfico 5.

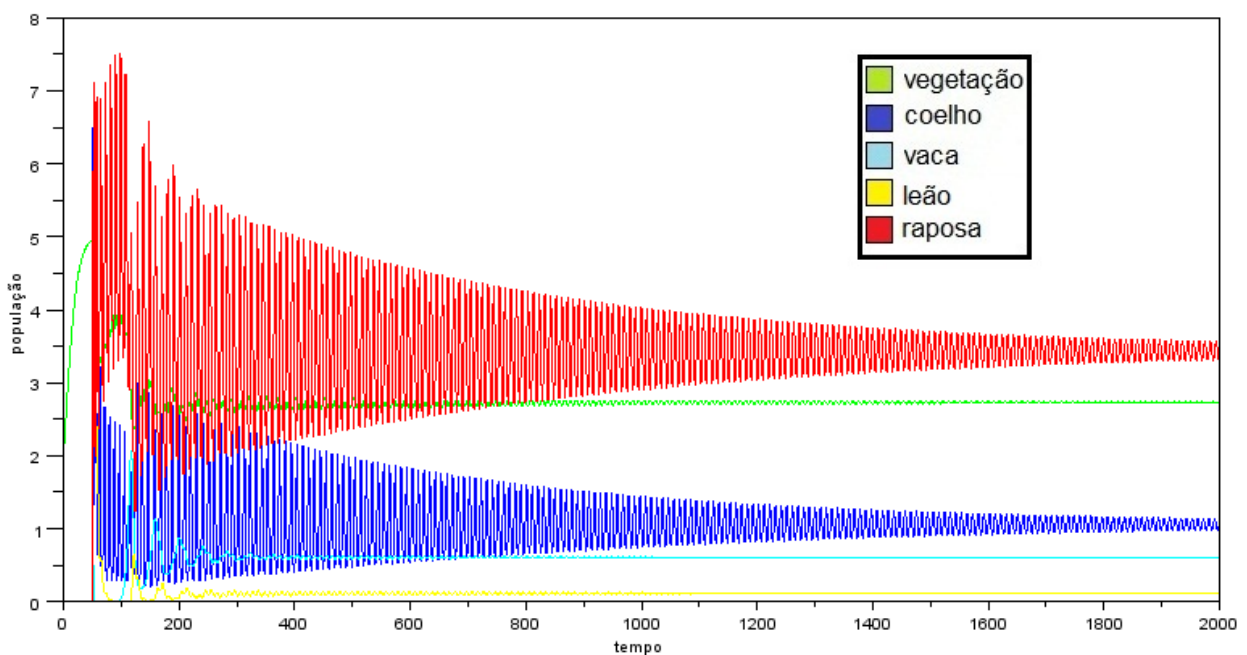


Gráfico 5 – Rede trófica com todos os animais.

Ao acrescentar a população de leões temos que a ordem de convergência das espécies se mantém e altera-se apenas a quantidade das populações finais. A população de leões consegue coexistir com as outras espécies, entretanto, sua população é bem reduzida e isto se deve a alta limitação que o meio impõe a este. Justifica-se esta situação devido ao grande território que o leão exige para sobreviver. Para finalizar a análise da cadeia trófica acrescenta-se o humano. A população deste preda vegetação, vaca e raposa. Compete território com o leão e coopera com o coelho. Salienta-se que tal análise não é nada trivial e uma tentativa de justificar tais interações se dá a partir da observação do gráfico 6.

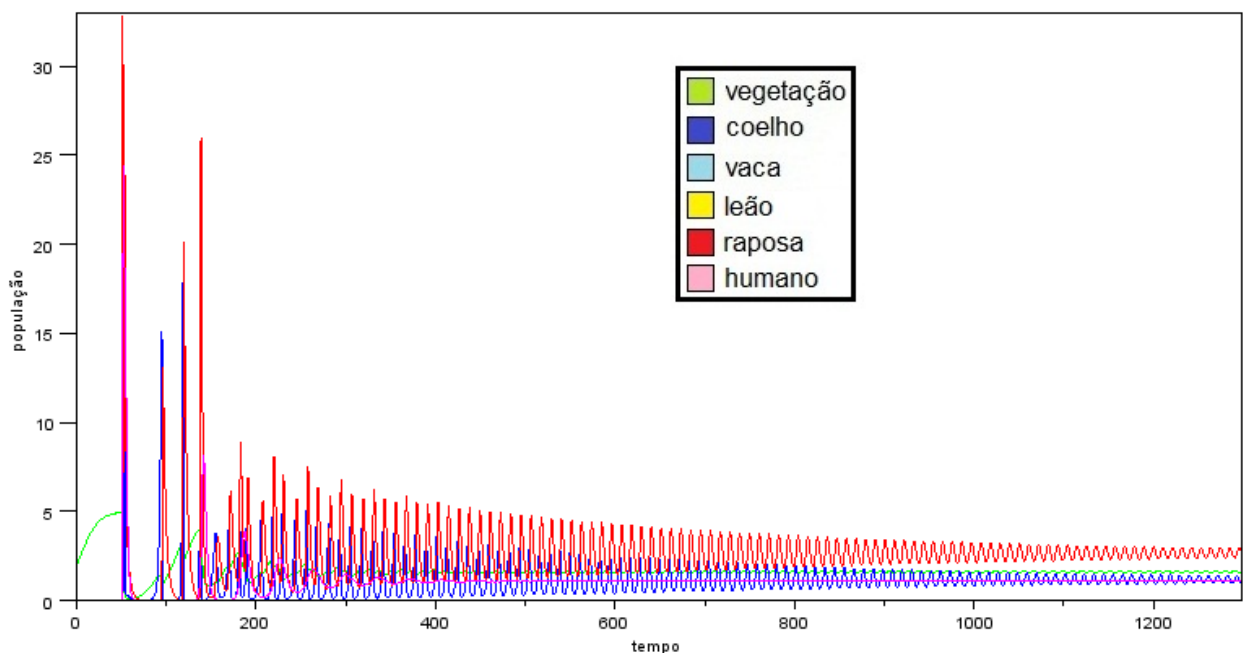


Gráfico 6 – Rede trófica completa.

Temos que as populações de (raposa, vegetação, coelho e humano) convergem para valores fixos e coexistem entre si. As espécies (vaca e leão) se extinguem permanentemente com a presença do homem. O momento da extinção é mostrado no gráfico 7.

Um possível justificativa para a extinção da vaca é semelhante à situação descrita no gráfico 3, ou seja, a competição por recursos (vegetação), em que o ser humano também consome vegetação. A população de vacas não consegue vegetação o suficiente para se manter e é extinta permanentemente. Já para a extinção do leão, temos uma competição ferrenha de território entre leão e humano, em que é previamente determinado que o humano vença, ou seja, o humano prejudica o leão, mas o leão não prejudica o humano. Isto propicia a extinção de leões e a existência de humanos.

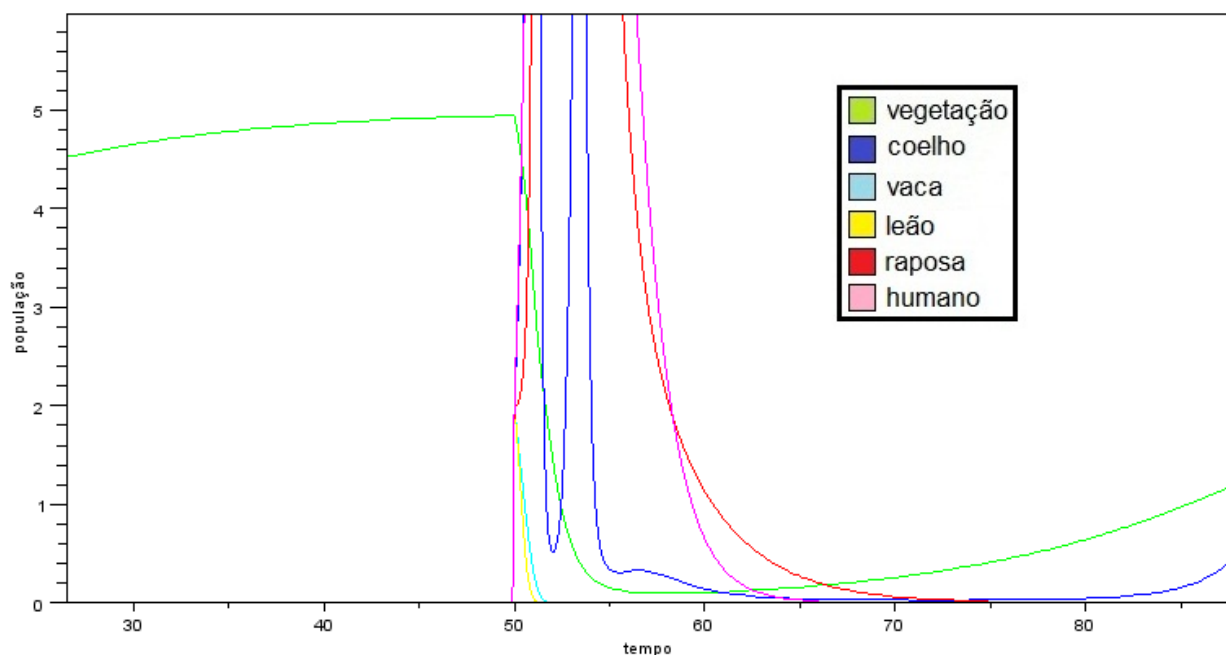


Gráfico 7 – Extinção da população de vaca e leão.

No gráfico 7, vemos uma aproximação do gráfico 6 no instante em que as vacas e leões são extintos. Isto ocorre próximo ao instante em que todas as espécies são inseridas.

Finalizada a análise da rede trófica como um todo, tomemos alguns casos particulares interessantes. No gráfico 8 temos uma população de humanos estabilizada somente com vegetação. No tempo 250, insere-se uma população de coelhos e observa-se a extinção de humanos.

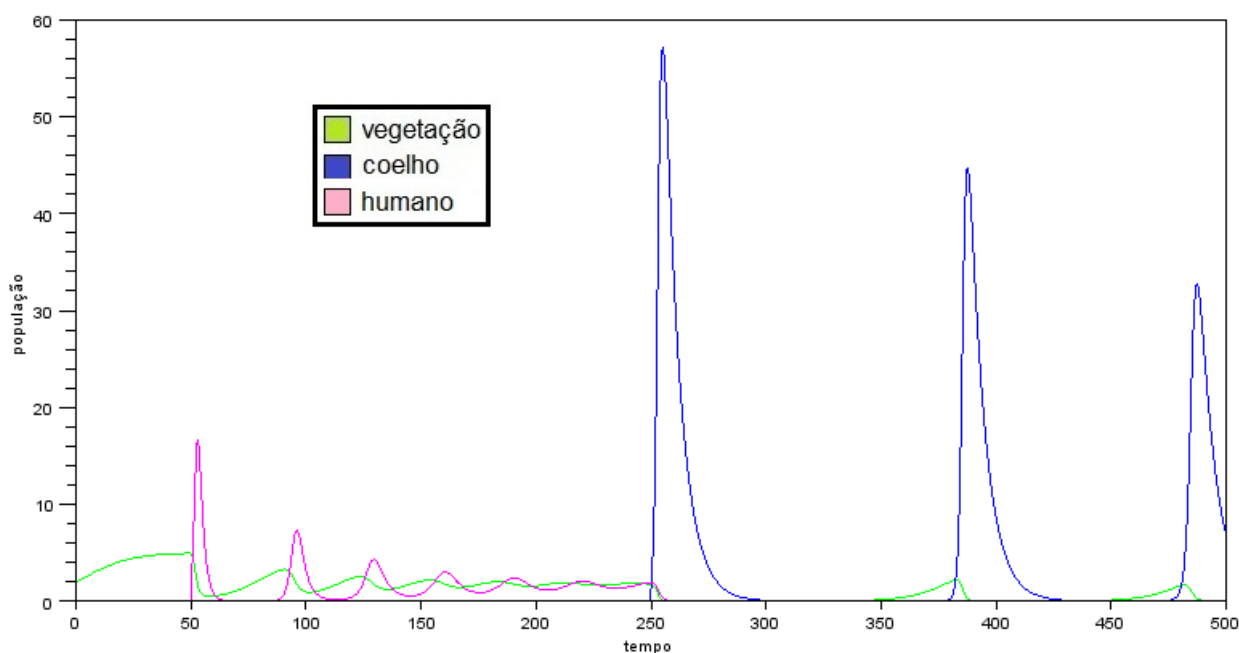


Gráfico 8 – Extinção humana devido aos coelhos.

Tal situação é explicada pelo fato da cooperação de humano com coelhos (Humanos criam coelhos). Os coelhos só são inibidos pelo meio e muito pouco e não tem predadores nesta simulação. Ambos se beneficiam da vegetação, entretanto a taxa de crescimento do coelho é muito maior do que a de humanos, o que faz com que este consuma toda a vegetação e extinga a raça humana.

Um exemplo interessante de interações dinâmicas consiste na sub-rede trófica do gráfico 8, inserindo a raposa, que é o predador natural do coelho. As populações de humano, coelho e raposa coexistem de forma dinâmica. Isto pode ser evidenciado pelo gráfico 9.

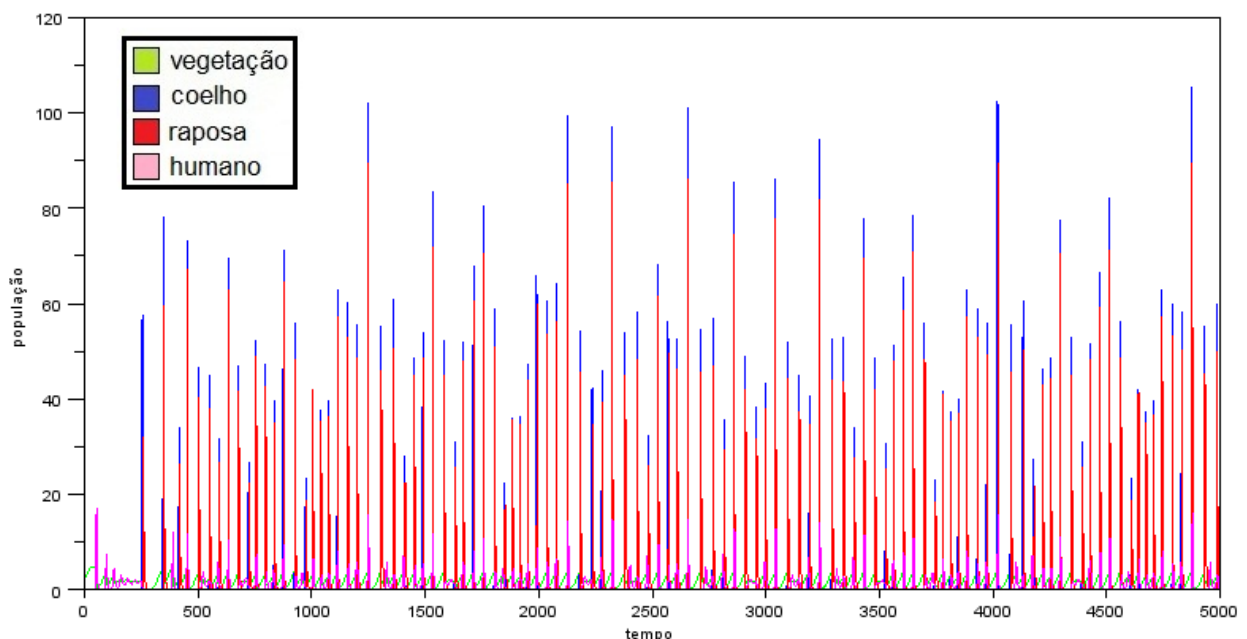


Gráfico 9 – Dinâmica das espécies coelho, raposa e humano.

Uma aproximação do gráfico 9 é mostrada no gráfico 10. Tal gráfico ilustra uma constatação feita durante as simulações que consiste na observação de que uma população extinta qualitativamente (observando o gráfico) pode representar uma análise falsa. Por exemplo, uma análise rápida do gráfico 10 no tempo igual a 50 temos a inserção da raposa e do homem na rede. A raposa rapidamente é extinta devido à falta de alimentos e permanece o homem vivendo de vegetação. No tempo 250 acrescenta-se uma população de coelhos e a raposa rapidamente “ressurge” na dinâmica da rede.

Este fenômeno foi estudado e a conclusão que se chegou consiste no fato da população aparentemente extinta seja tão pequena que não visível no gráfico. O fato de ela ser pequena não significa que ela não exista. E se ela existe, quando surge um

ambiente propício (condições favoráveis para a espécie) ela assume valores expressivos para que possa ser detectada no gráfico e assim ser analisada.

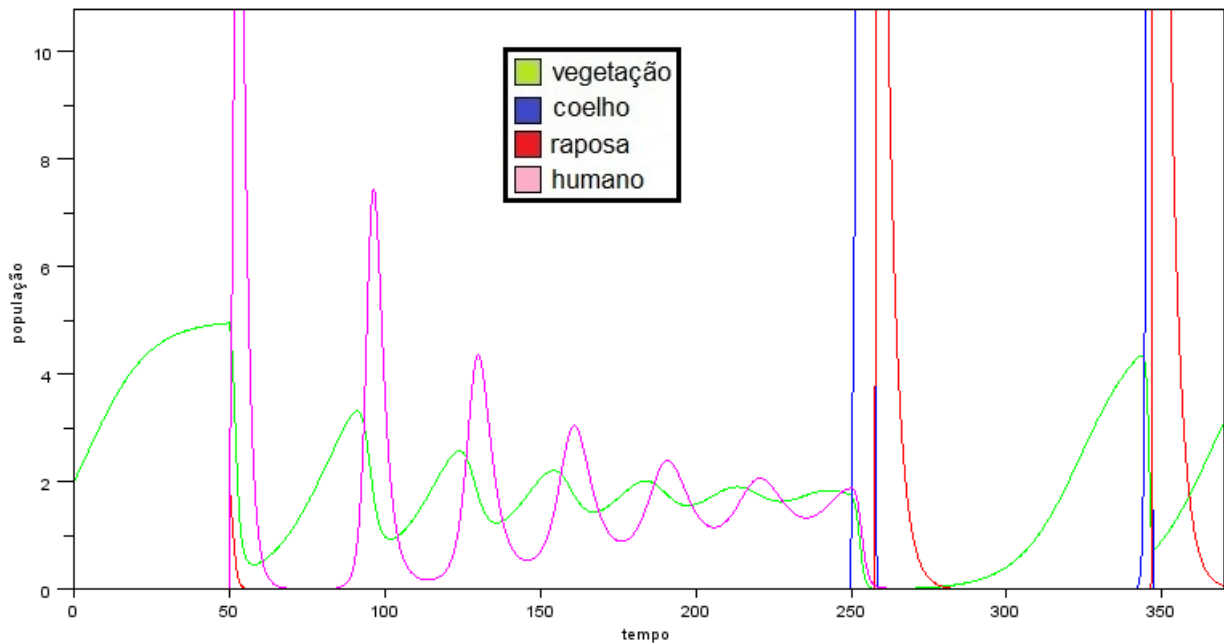


Gráfico 10 – Justificativa da análise de espécies extintas.

É importante salientar que a ordem cronológica em que se inserem espécies na rede trófica é de fundamental importância para a sua dinâmica. O gráfico 11 traduz tal afirmação em que ao se estabilizar a vegetação, insere-se a vaca, raposa, leão, humano e arbitrariamente no tempo igual a 250 insere-se uma população de coelhos. A priori temos a rede trófica completa como no gráfico 6, entretanto o coelho foi inserido após um tempo arbitrário. O resultado é explícito no gráfico 11.

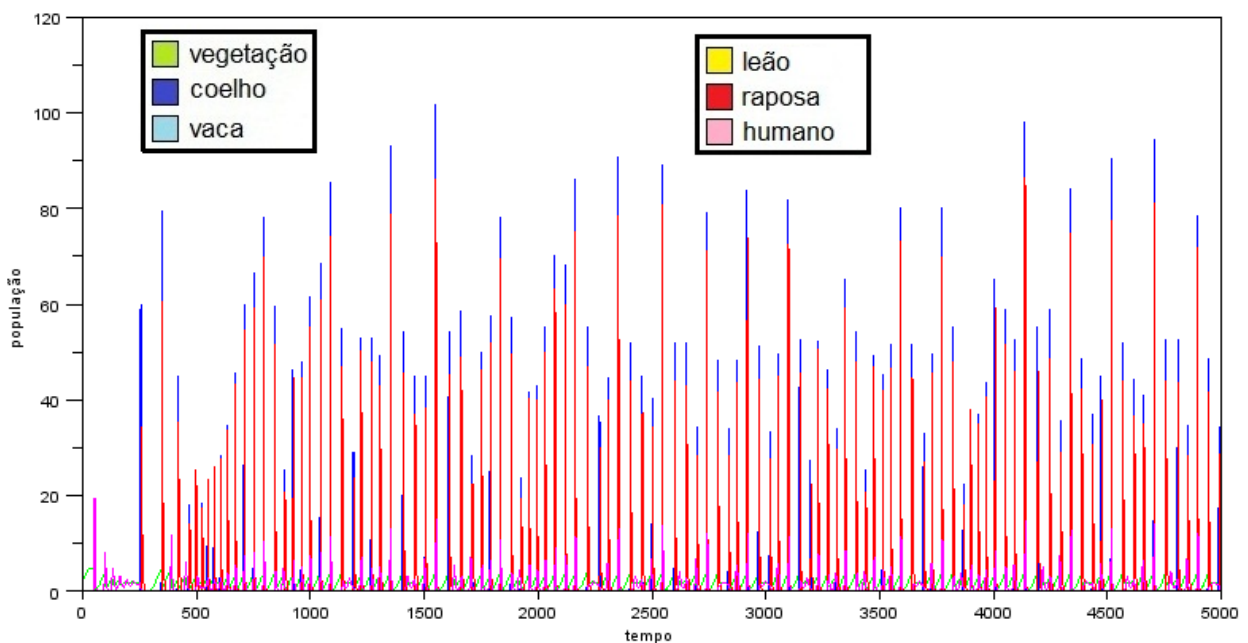


Gráfico 11 – Dinâmica da rede trófica com tempo de inserção diferente.

No gráfico 11, analogamente ao gráfico 9, temos que as espécies que oscilam na dinâmica são vegetação, humano, coelho e raposa. Leões e vacas possuem uma população inexpressiva de forma que não é possível visualizá-la no gráfico.

Feitas todas estas análises, faremos agora um estudo das perturbações na nossa rede. Para melhor identificá-las, as inseriremos com a rede estabilizada.

As perturbações que serão alvos de estudo neste modelamento serão:

1. Predação da população de coelhos pelo homem;
2. Incêndio que caracteriza danos a vegetação;
3. Migração de uma população de raposas para a rede trófica;
4. Industrialização.

Predação da população de coelhos pelo homem

A justificativa para a primeira perturbação consiste na situação descrita pelo gráfico 8 em que a espécie humana é extinta devido a população de coelhos. Esta perturbação procura modelar a percepção humana de que ela está sendo extinta pelos coelhos e ao invés de criá-los, ele começa a predá-los de forma a se beneficiar dos coelhos, e assim diminuindo a população deste, sobrando mais recursos para que possa sobreviver.

O valor numérico deste novo contexto é descrito na tabela 3.

Tabela 3 – Ponderações utilizadas nesta perturbação.

Espécie	Fator de Beneficiamento por predar	Fator de Predação de coelhos
Humano	0,1	0,25

Assim, não há mais cooperação do humano para coelho, apenas predação.

Outro fator que justifica esta perturbação é o fato da população de raposas serem maior do que a de humanos, devido ao humano estar fornecendo coelhos à raposa sem predá-la. Esta perturbação tem por objetivo tornar mais real à modelagem devido ao ser humano se sentir incomodado com a predominância de raposas e tentar converter este contexto, apenas por começar a comer coelhos.

O gráfico 12 exemplifica esta análise.

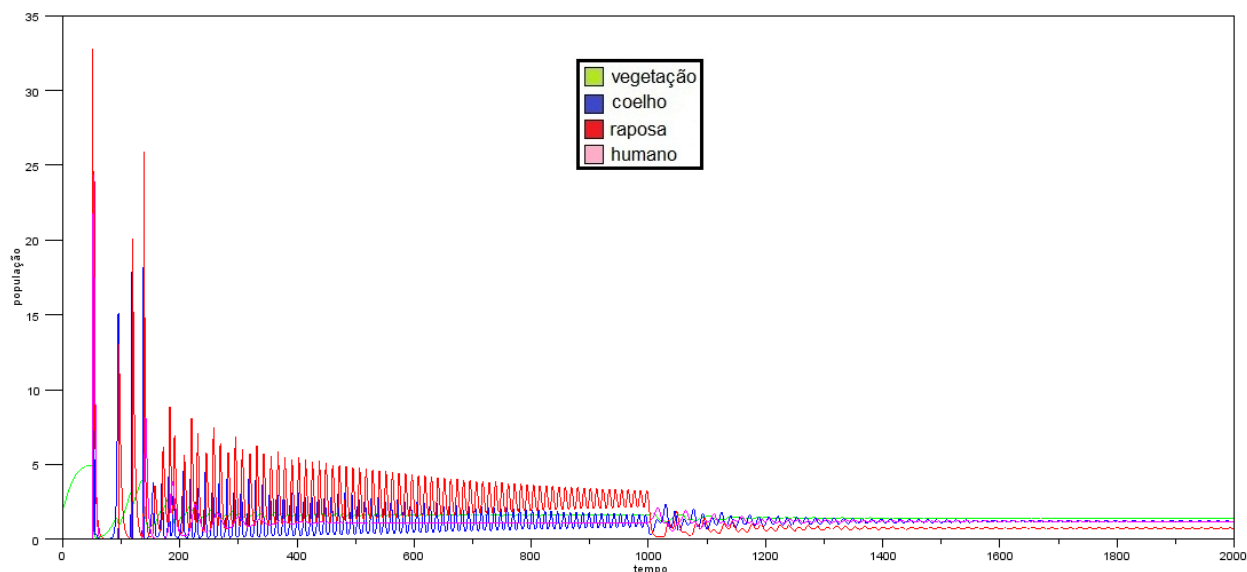


Gráfico 12 – Perturbação do homem preda coelhos.

Este gráfico até o tempo igual a mil, é semelhante ao gráfico 6 em que a rede trófica está completa, com predominância de raposas. No tempo igual a mil, inserimos a perturbação em que o homem começa a preda os coelhos e se beneficiar com esta atividade. Com isso, a população de raposas é diminuída e a de humanos é aumentada.

O gráfico 13 consiste em uma aproximação do gráfico 12 com foco no tempo maior que mil.

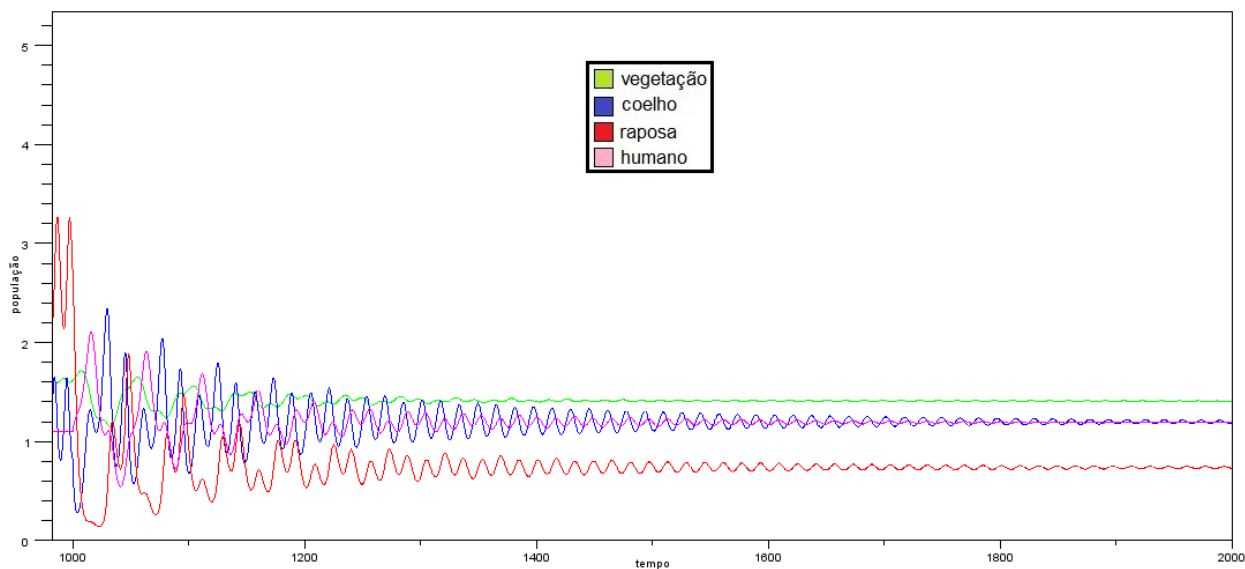


Gráfico 13 – Perturbação do homem preda coelhos (zoom tempo maior que um mil).

Incêndio

A segunda perturbação a ser estudada é o incêndio. Para modelá-lo na rede trófica em questão assumimos que em determinado tempo arbitrário, toda a vegetação é extinta. Assumindo a rede trófica estabilizada no padrão do gráfico 7, em que todas as espécies são inseridas ao mesmo tempo e levando a vegetação a zero, observamos a extinção de todas as espécies, devido a vegetação ser a base de alimentos da cadeia como um todo. A extinção das espécies é ilustrada no gráfico 14.

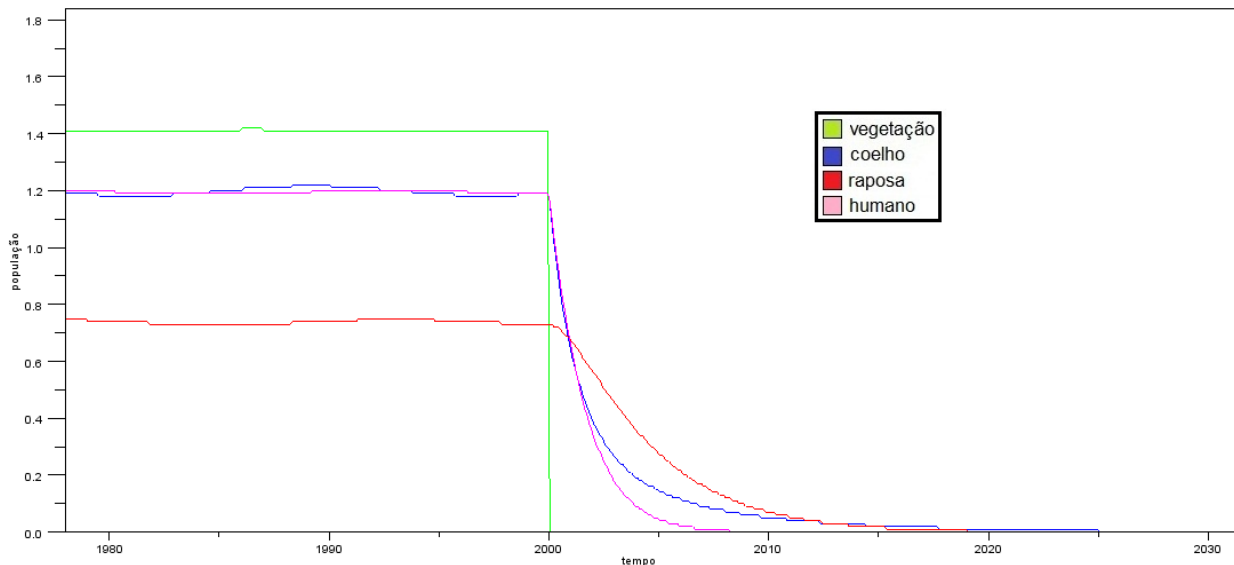


Gráfico 14 – Perturbação do tipo incêndio, inserida em tempo igual a dois mil.

Observando este gráfico, fica evidente a importância da vegetação na rede trófica. Devastando a vegetação, nota-se um rápido declínio das populações anteriormente estáveis. Tal fato pode ser explicado devido à dependência direta que o coelho, base da cadeia trófica, apresenta em relação à vegetação. Com o declínio da população de coelhos, a população de raposas decresce e a população humana também, pois esta também se alimenta de vegetação.

Migração de uma população de raposas

Esta perturbação consiste no incremento de uma população (relativamente se comparada com as populações iniciais utilizadas) de raposa. Com a rede estabilizada como nas perturbações anteriores e analogamente no tempo igual a dois mil, a perturbação é inserida. Suas consequências são explicitadas no gráfico 15.

Observa-se que a súbita migração de raposas causa uma grande perturbação a rede anteriormente estabilizada. Entretanto, no final das oscilações notamos a convergência das espécies para o mesmo valor ótimo de população em que todos coexistem de maneira estável. Com isso concluímos que estes valores ótimos são alcançados independentemente da migração deste rebanho.

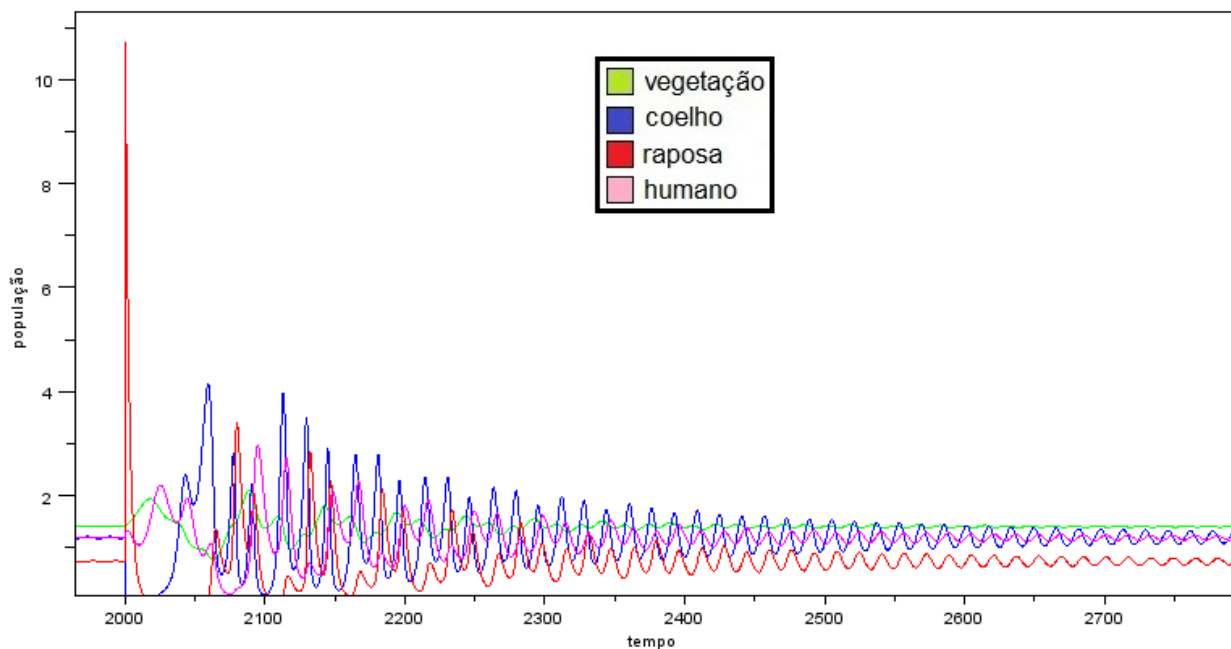


Gráfico 15 – Perturbação do tipo migração de raposas.

Industrialização

Nesta perturbação acrescentou-se uma equação que representa a taxa de crescimento da industrialização. Tal equação é:

$$industria = industria + (industria * (i_1 * humano - i_2)) * passo;$$

Em que i_1 representa o quanto a indústria se beneficia do humano e i_2 é o fator limitante para a indústria. Vale ressaltar que a indústria beneficia o crescimento do humano. Esta perturbação se compara com a realidade no âmbito da indústria propiciar disseminação de alimentos duradouros, medicamentos, etc.

Dado este contexto da industrialização, podemos inferir observando o gráfico 16 que a indústria é uma perturbação que acaba extinguindo todas as espécies. Isso se justifica pelo fato de que a industrialização tem um alto fator de degradação para a vegetação à medida que esta propicia o grande aumento da população humana. Isto faz com que a vegetação acabe, pois os humanos consomem vegetação.

Um estudo interessante consiste no gráfico 17, que é uma aproximação do gráfico 16, na região de eminência de da expansão exponencial da industrialização. Uma maneira de evitar que a industrialização destrua toda a rede trófica está na extinção arbitrária da população de humanos, em um tempo arbitrário na eminência da industrialização explodir.

O gráfico 18 extingue a população humana no tempo igual a 2012 evitando assim a destruição de todas as espécies da rede. O gráfico 19 mostra a rede com um tempo maior, mostrando a coexistência das espécies.

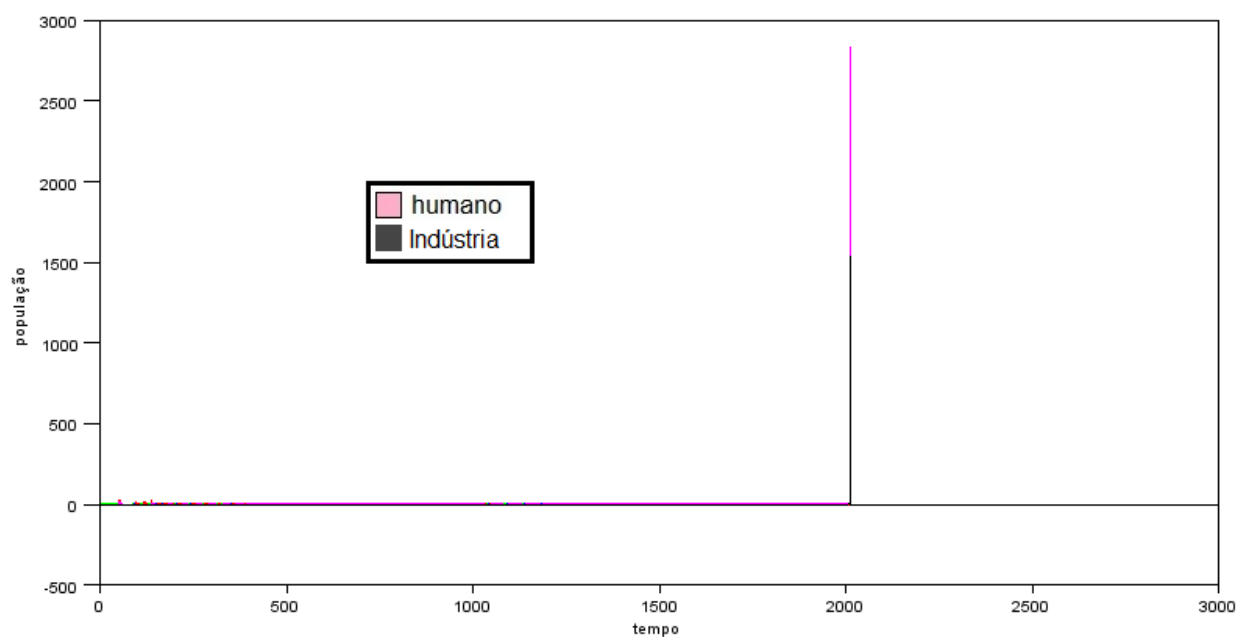


Gráfico 16 – Perturbação do tipo indústria.

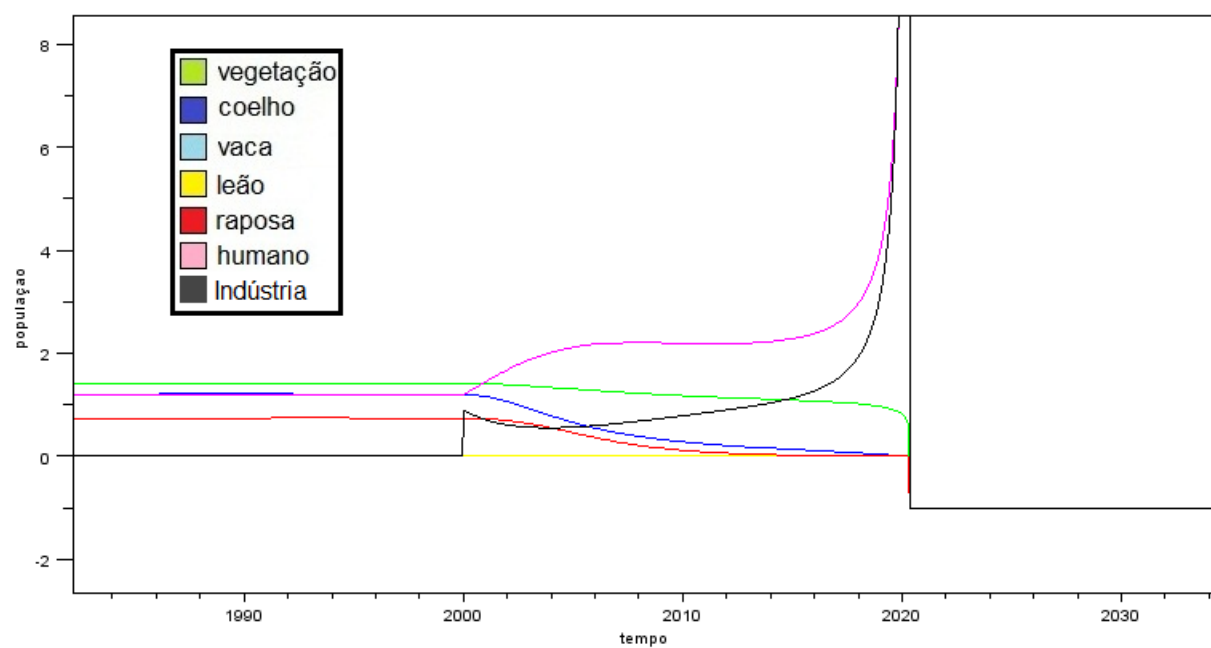


Gráfico 17 – Perturbação do tipo indústria (aproximação no tempo igual a dois mil).

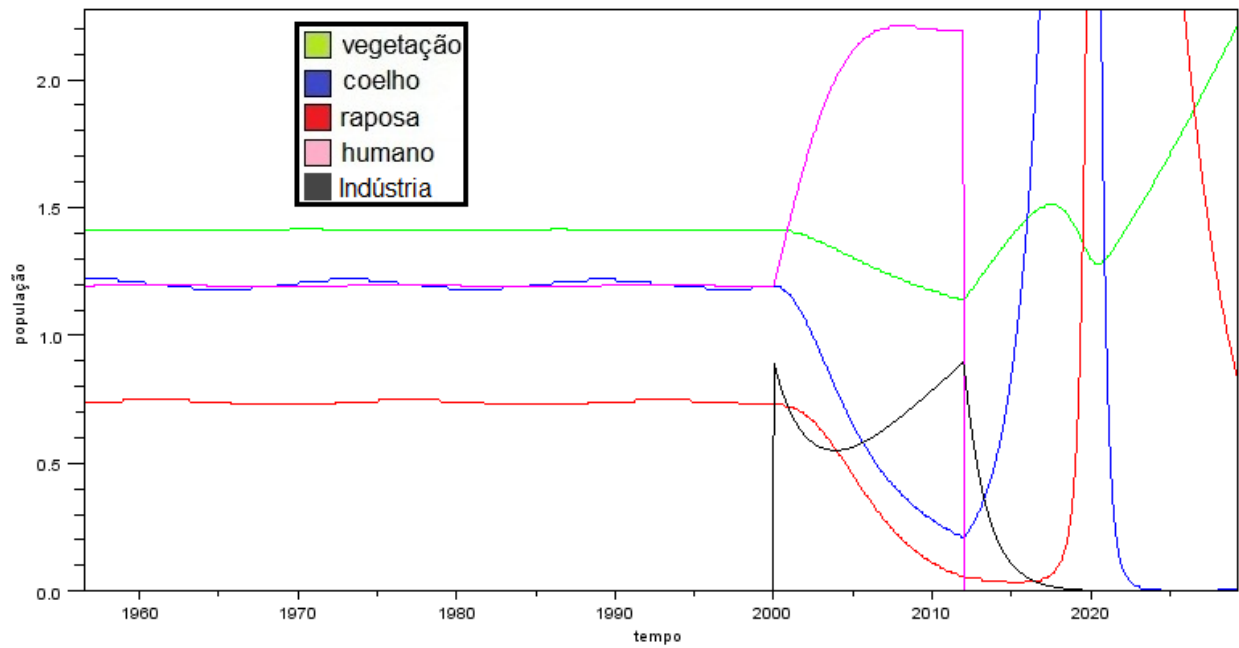


Gráfico 18 – Extinção arbitrária do humano (tempo = 2012), para o bem da rede trófica.

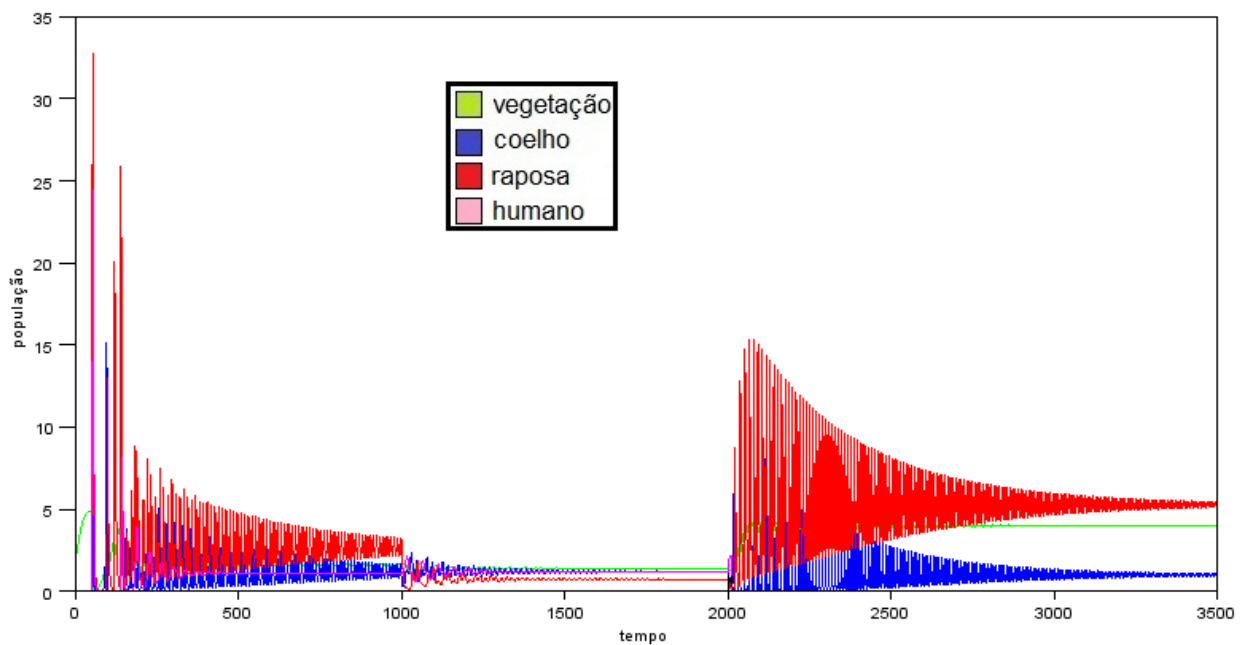


Gráfico 19 – Sobrevivência das espécies da rede trófica com a extinção humana.

Conclusão

O desenvolvimento desta simulação proporcionou o estudo qualitativo das relações em dinâmica populacional e de modelos empregados em sua modelagem. Ao propor uma rede trófica e as ponderações de relações entre os indivíduos foi possível contextualizar como estes são afetados pelos parâmetros propostos bem como as influências que estes exercem em outros indivíduos.

Tal análise torna-se extremamente complexa à medida que a rede é implementada por completo e hipóteses são feitas para justificar tais resultados tendo como dados os perfis de cada espécie definidos de antemão.

O estudo de perturbações após o regime estacionário propiciou uma análise mais profunda referente às influências de determinado fenômeno na rede.

Em suma, esta simulação agregou reflexões sobre a dinâmica populacional empregando o modelo logístico e a equação de Lotka e Volterra e proporcionou o estudo da criação de uma rede trófica até a efetiva implementação por modelagem computacional.