



Introduction à l'égalisation : Impact d'un canal de propagation sélectif en fréquence et méthodes d'égalisation

Oussakel Rachida et Hallopeau Rémi

Département Sciences du Numérique - Première année
2021 - 2022

Table des matières

1	Introduction	3
2	Impact d'un canal de propagation multitrajets	3
2.1	Etude théorique	3
2.2	Implantation sous Matlab	8
2.2.1	Implantation de la chaîne de transmission sans canal	8
2.2.2	Implantation de la chaîne de transmission avec canal	10
2.2.3	Implantation de la chaîne de transmission avec canal et bruit	13
3	Egalisation ZFE	15
4	Egalisation MMSE	15
5	Références	15

Table des figures

1	Réponse impulsionnelle du filtre de mise en forme	4
2	Réponse impulsionnelle du canal	4
3	Convolution du filtre de réception avec le filtre de mise en forme	5
4	Réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission	5
5	Signal en sorti du filtre de réception pour la séquence binaire 011001	6
6	Signal en sorti du filtre de réception pour la séquence binaire 011001	7
7	Réponse impulsionnelle du filtre de mise en forme	8
8	Signal en sortie du filtre de mise en forme	9
9	Signal en sortie du filtre de réception	9
10	Signal échantillonné	10
11	Réponse impulsionnelle du canal	11
12	Réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission	11
13	Signal après son passage par le canal et le filtre de réception	12
14	Signal échantillonné	12
15	Constellations obtenue en réception	13
16	TEB en fonction de E_b/N_0	14
17	TEB en fonction de E_b/N_0	14

1 Introduction

L'objectif de ce projet est d'introduire quelques concepts de la théorie de l'égalisation. Après avoir étudié l'impact d'un canal multitrajet dans la chaîne de transmission, nous allons ajouter deux types d'égaliseurs fixes (pour canal stationnaire) sous la forme de filtres RIF (filtres à réponse impulsionnelle finie) implantés au rythme symbole :

- L'égaliseur ZFE (Zero Forcing Equalizer), qui propose de déterminer les coefficients définissant le filtre égaliseur de manière à ce que la chaîne de transmission permette de continuer à respecter le critère de Nyquist en présence du canal sélectif en fréquence. Cet égaliseur ne se préoccupe que de l'interférence, il ne prend pas en compte le bruit et pourra donc venir l'amplifier sur certaines fréquences.
- L'égaliseur de type MMSE (Minimum Mean Square equalizer), qui va prendre en compte l'interférence et le bruit en minimisant l'erreur quadratique moyenne, sur une séquence d'apprentissage, entre la séquence émise et la séquence reçue en sortie de l'égaliseur. La minimisation de l'erreur quadratique moyenne n'est cependant pas le critère idéal. En effet, ce que l'on souhaite minimiser est le taux d'erreur binaire et il n'y a pas de lien direct entre les deux.

2 Impact d'un canal de propagation multitrajets

2.1 Etude théorique

Nous avons commencé par écrire $y_e(t)$ en fonction de $x_e(t)$ et des paramètres du canal, qui sont les retards et les coefficients d'atténuation :

$$y_e(t) = \alpha_0 x_e(t - z_0) + \alpha_1 x_e(t - z_1) + n_e(t)$$

A partir de cette expression, on peut en déduire la réponse impulsionnelle $h_c(t)$ du canal passe-bas équivalent :

$$y_e(t) = h_c(t) * x_e(t) + b(t)$$

Avec :

$$y_e(t) = \alpha_0 x_e(t) * \delta(t - z_0) + \alpha_1 x_e(t) * \delta(t - z_1) + n_e(t)$$

Par identification, on trouve :

$$h_c(t) = \alpha_0 \delta(t - z_0) + \alpha_1 \delta(t - z_1)$$

On place en émission et en réception deux filtres de même réponse impulsionnelle : fonction porte de largeur T_s et de hauteur égale à 1.

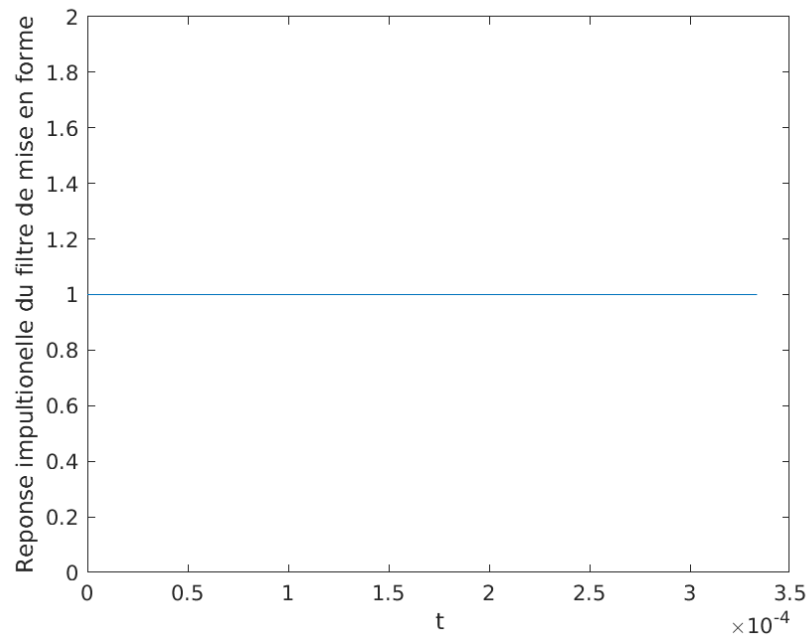


FIGURE 1 – Réponse impulsionnelle du filtre de mise en forme

Soit la réponse impulsionnelle du canal :

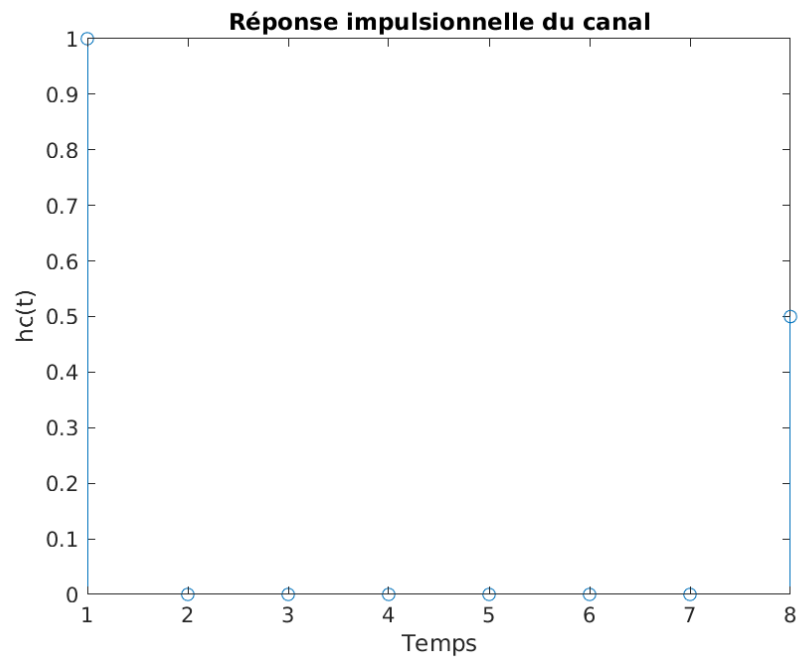


FIGURE 2 – Réponse impulsionnelle du canal

La convolution du filtre de réception avec le filtre de mise en forme :

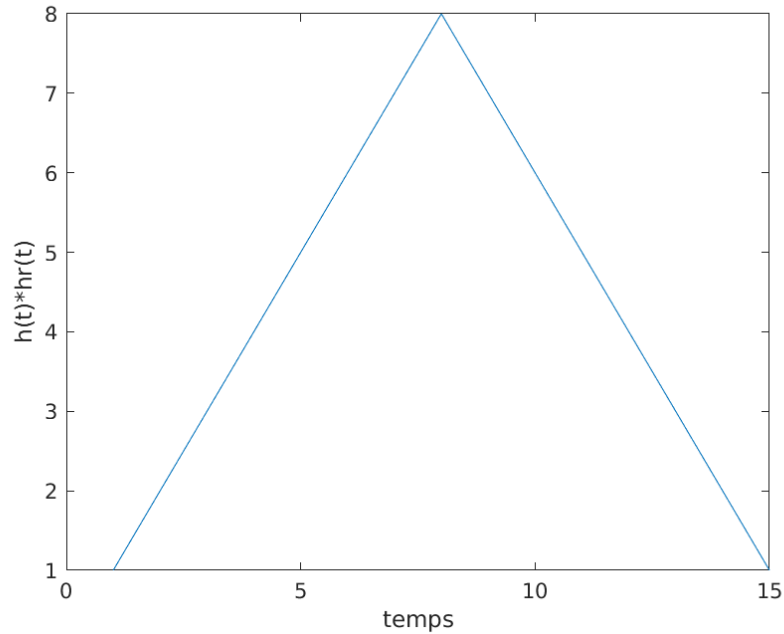


FIGURE 3 – Convolution du filtre de réception avec le filtre de mise en forme

On convolue les deux dernières réponses impulsionnelles obtenues, c'est-à-dire qu'on convolue $h(t) * h_r(t)$ avec un dirac d'hauteur α_0 et centré en 0 et avec un dirac d'hauteur α_1 et centré en T_s :

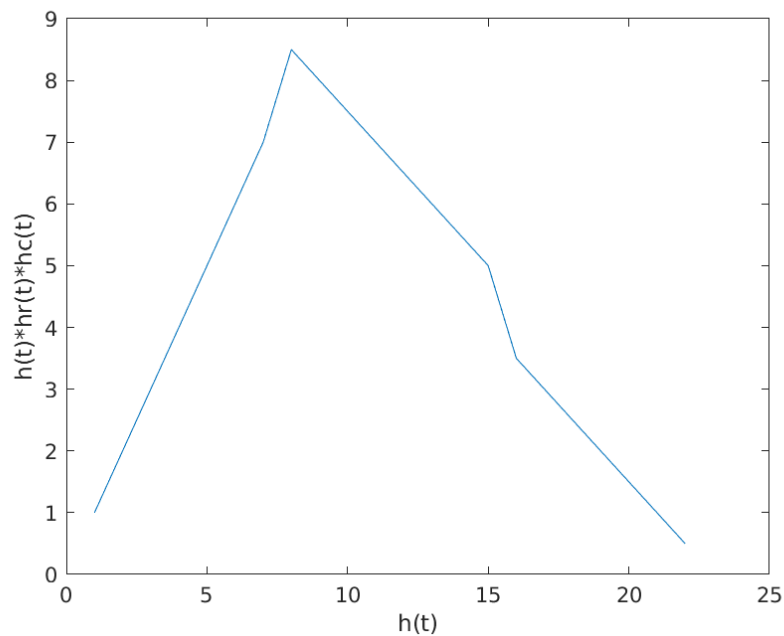


FIGURE 4 – Réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission

On a :

$$y_r(t) = y_e(t) * h_r(t)$$

$$y_r(t) = (x_e(t) * \delta(t) + 0.5x_e(t - T_s)) * h_r(t)$$

$$y_r(t) = (x_e(t) + 0.5x_e(t - T_s)) * h_r(t)$$

Donc, après le mapping binaire à moyenne nulle (0 \rightarrow -1 et 1 \rightarrow 1) et la convolution avec la réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission, on aboutit au signal suivant (avec une séquence binaire de 011001) :

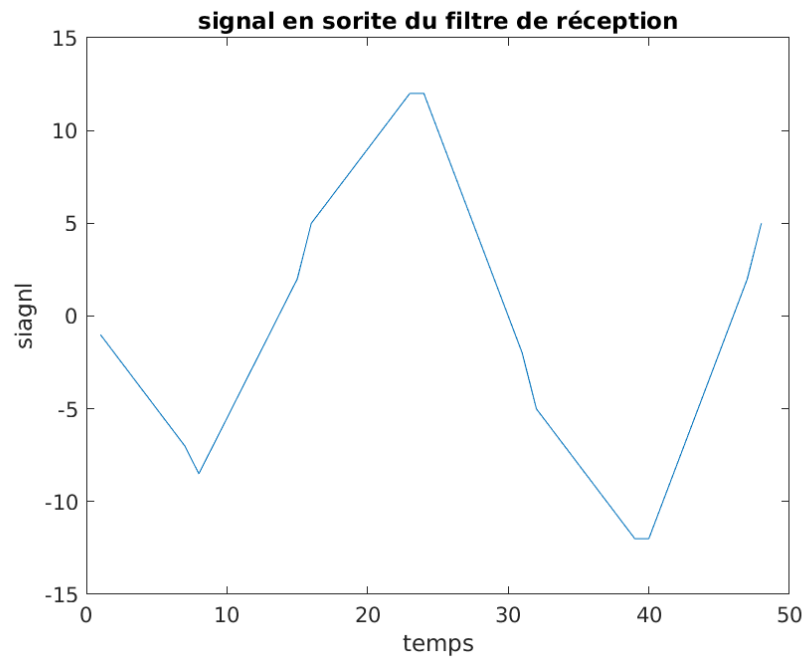


FIGURE 5 – Signal en sorti du filtre de réception pour la séquence binaire 011001

On obtient donc le diagramme de l'oeil suivant en sorti du filtre de réception $h_r(t)$:

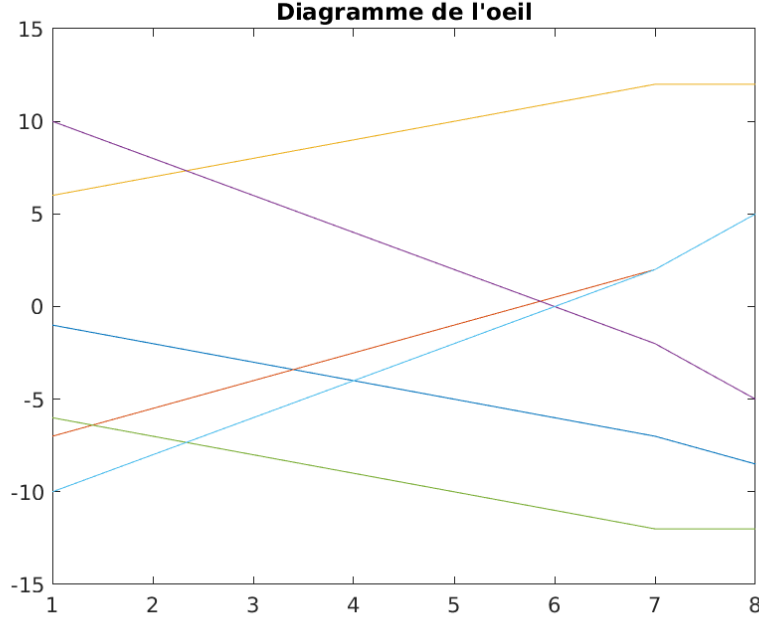


FIGURE 6 – Signal en sorti du filtre de réception pour la séquence binaire 011001

Il n'est pas possible de respecter le critère de Nyquist, vu qu'il n'existe pas d'instant où la distance minimale est grande entre les deux bits envoyés.

On calcule la puissance du bruit en sortie du filtre de réception σ_w^2 :

$$\sigma_w^2 = \frac{N_0}{2} \int |H_r(f)|^2 df = \frac{N_0}{2} \int |h_r(t)|^2 dt = \frac{N_0 T_s}{4}$$

La densité spectrale vaut :

$$S_x(f) = \frac{\sigma_a^2}{T_s} |H(f)|^2 + 2 \frac{\sigma_a^2}{T_s} |H(f)|^2 \sum_{k=1}^{\infty} \Re [R_a(k) e^{j2\pi f k T_s}] + \frac{|m_a|^2}{T_s^2} \sum_k \left| H\left(\frac{k}{T_s}\right) \right|^2 \delta\left(f - \frac{k}{T_s}\right)$$

où : $\sigma_a^2 = E[a_k - m_a]^2$; $m_a = E[a_k]$; $R_a(k) = \frac{E[a_m^* a_{m-k}] - |m_a|^2}{\sigma_a^2}$

$$H(f) = TF[h(t)]$$

avec $m_a = 0$ car le mapping binaire est à moyenne nulle, $\sigma_a = 1$, et $H(f) = T_s \sin_c(\pi f T_s) e^{-j2\pi f T_s}$
Donc on trouve $S_x(f) = T_s \sin_c^2(\pi f T_s)$
Et $P_x = \int S_x(f) df = \frac{1}{T_s} \int T_s^2 \sin_c^2(\pi f T_s) df = 1$

Donc on peut calculer l'énergie des symboles E_b à l'entrée du récepteur E_s :

$$E_b = E_s = P_x T_s = T_s$$

2.2 Implantation sous Matlab

La chaîne de transmission sera implantée avec une fréquence d'échantillonnage $F_e = 24000Hz$, pour transmettre un débit binaire $R_b = 3000$ bits par seconde.

2.2.1 Implantation de la chaîne de transmission sans canal

On commence par implanter la chaîne de transmission sans canal en se basant sur la réponse impulsionnelle du filtre de mise en forme.

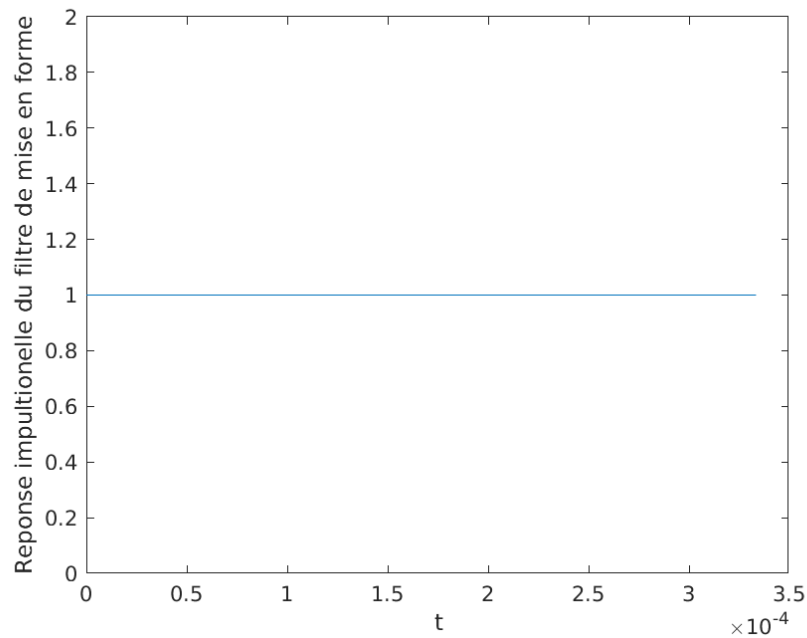


FIGURE 7 – Réponse impulsionnelle du filtre de mise en forme

Le signal en sortie du filtre de mise en forme n'est qu'une duplication de la réponse impulsionnelle du filtre multipliée une fois par 1 et une fois par -1, ce qui donne la figure suivante :

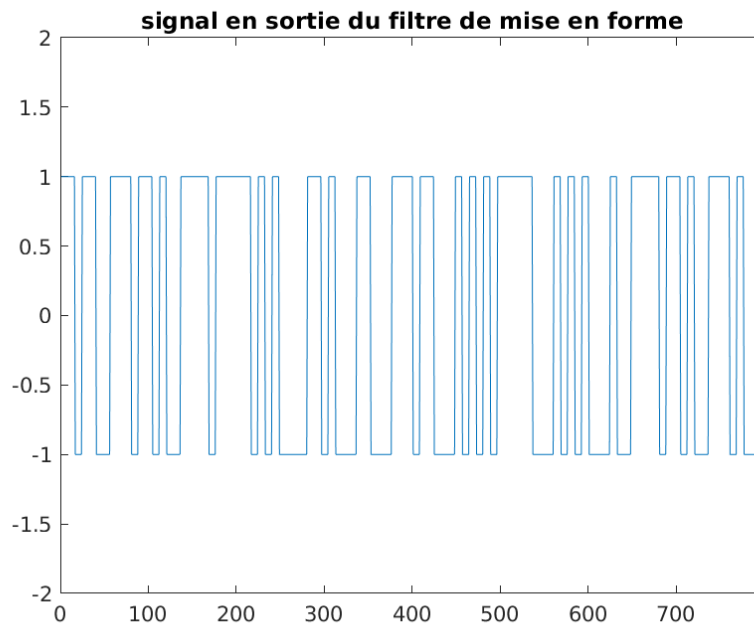


FIGURE 8 – Signal en sortie du filtre de mise en forme

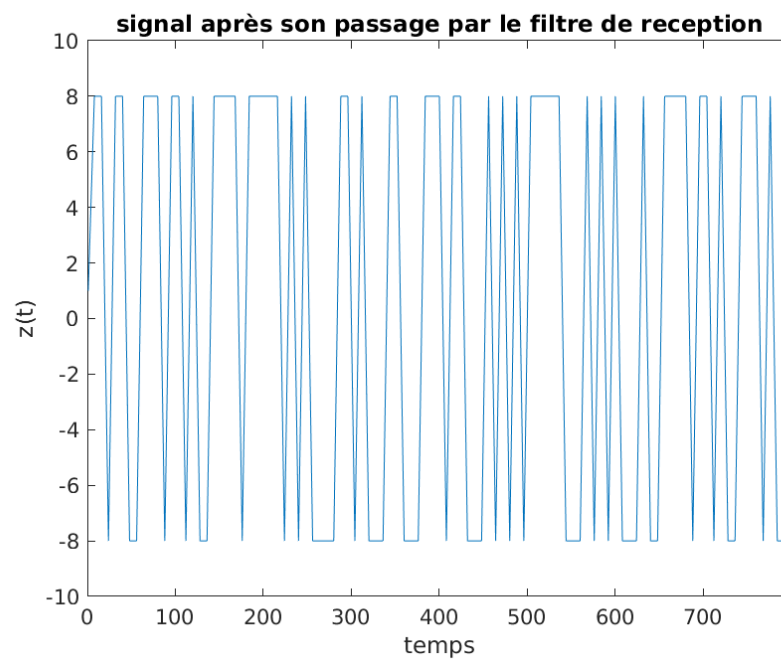


FIGURE 9 – Signal en sortie du filtre de réception

En échantillonnant à l'instant T_s , on obtient ce signal :

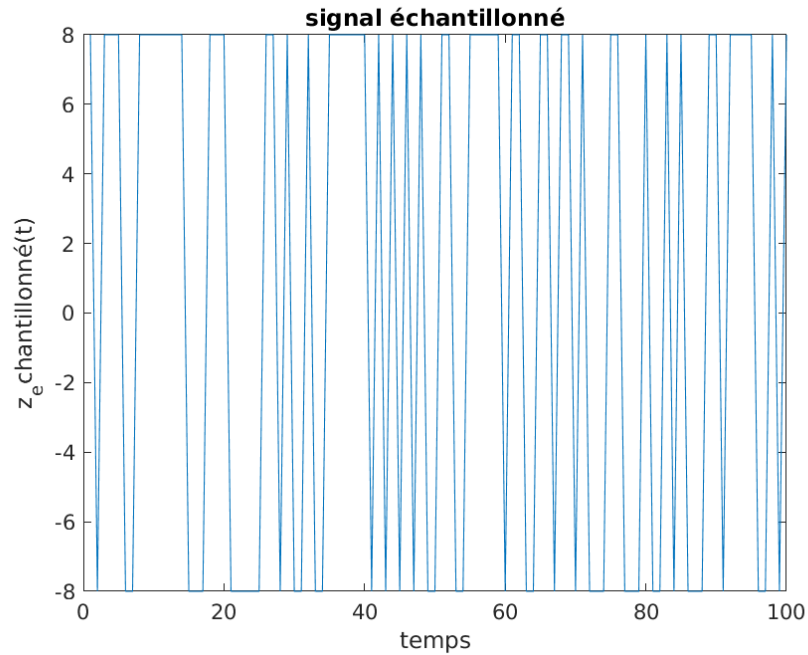


FIGURE 10 – Signal échantillonné

Après l'implantation de toute la chaîne de transmission, on obtient bien un TEB nul.

2.2.2 Implantation de la chaîne de transmission avec canal

On implante désormais la chaîne de transmission avec la partie filtrage réalisée par le canal de propagation mais sans introduction du bruit, en prenant, comme dans l'étude théorique, $T_0 = 0$, $T_1 = T_0 + T_s$, $\alpha_0 = 1$, $\alpha_1 = 0.5$.

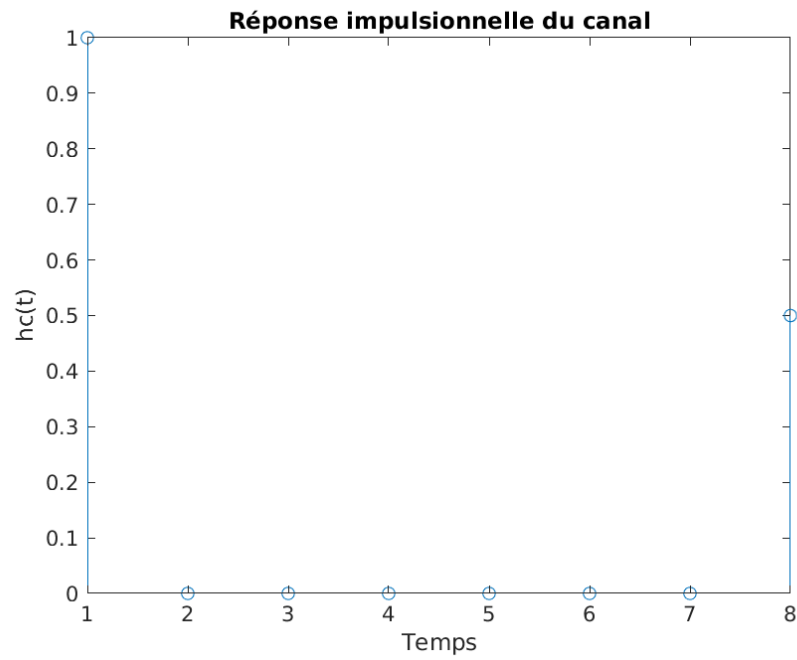


FIGURE 11 – Réponse impulsionnelle du canal

On convolue les trois réponses impulsionnelles des filtres utilisés :

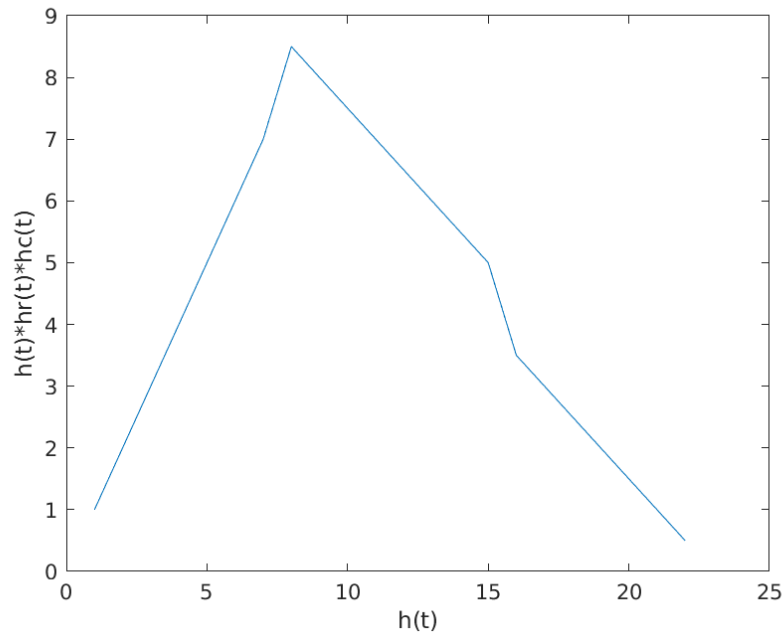


FIGURE 12 – Réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission

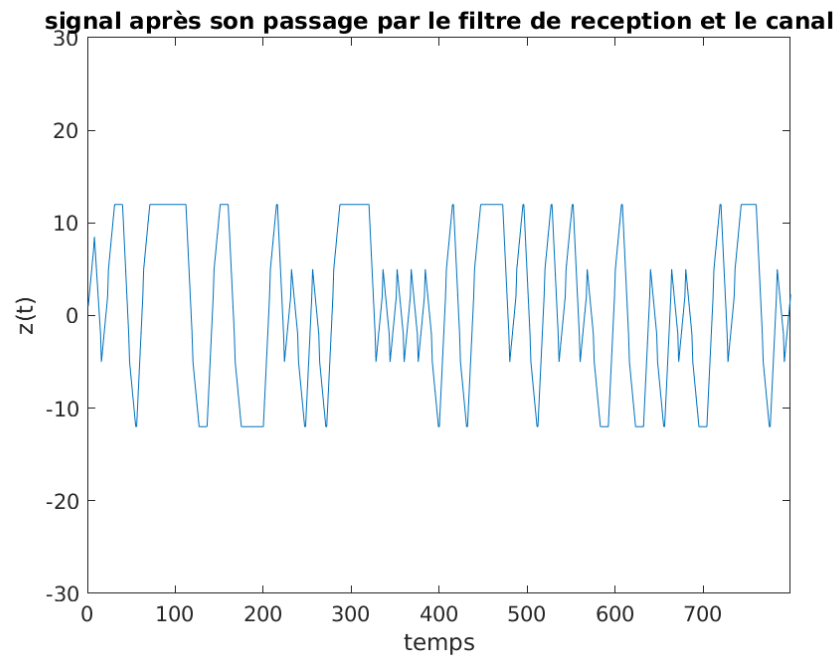


FIGURE 13 – Signal après son passage par le canal et le filtre de réception

On répète le même motif que celui de la figure précédente pour 100 bits, cela confirme ce que l'on a obtenu théoriquement.

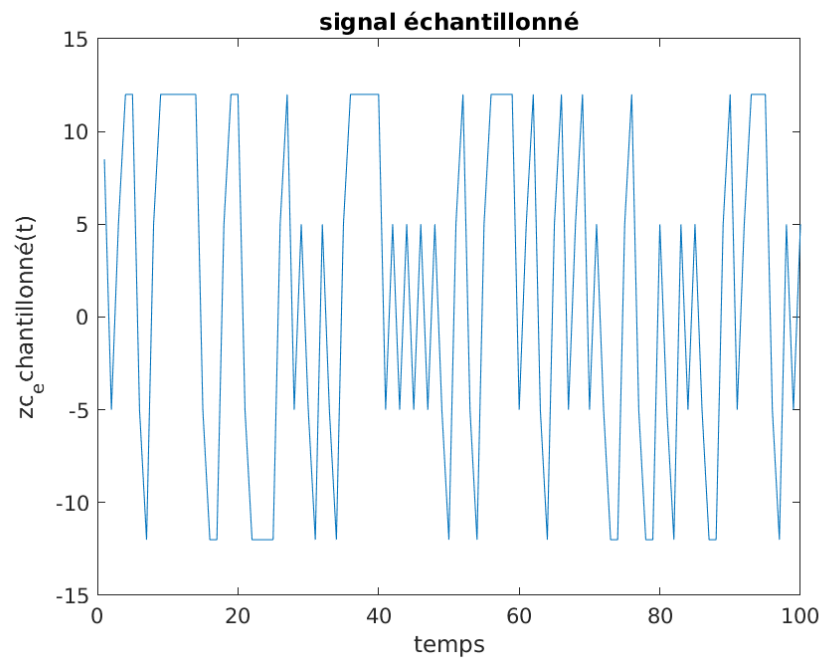


FIGURE 14 – Signal échantillonné

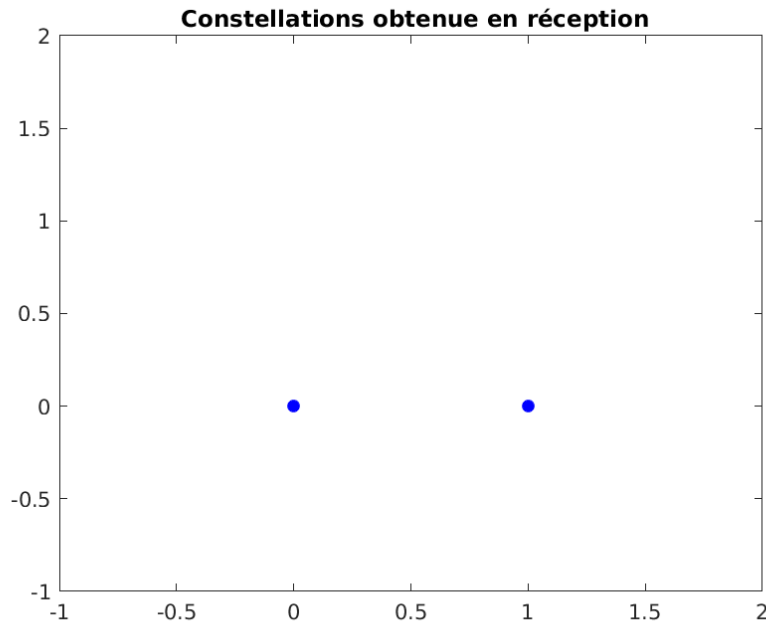


FIGURE 15 – Constellations obtenue en réception

Commentaire :

on s'attendait que les constellations obtenues en sortie de réception soient différentes par rapport à une chaîne de transmission sans le canal. Ce qui n'est pas le cas vu qu'on a pu décider les bits envoyés correctement et cela est bien dû à l'absence du bruit.

2.2.3 Implantation de la chaîne de transmission avec canal et bruit

Dans cette partie, le bruit ajouté par le canal n'est plus négligé. Ainsi, on implante la chaîne de transmission complète avec le filtrage canal et l'ajout de bruit. Et on trace le taux d'erreur binaire (TEB) obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur. On prendra des valeurs du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels allant de 0 à 10 dB.

D'où la figure ci-dessous qui permet de comparer le TEB simulé obtenu et le TEB théorique :

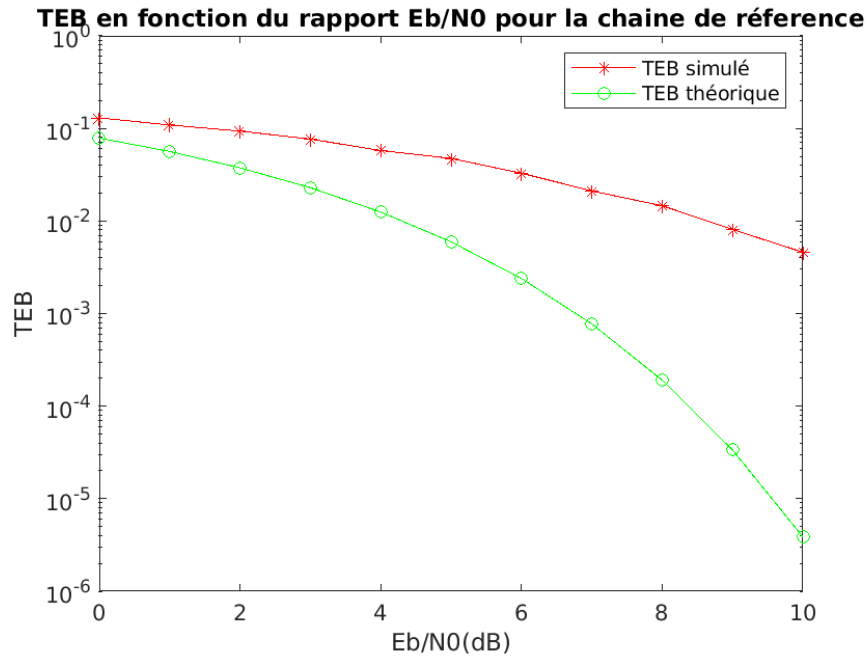


FIGURE 16 – TEB en fonction de E_b/N_0

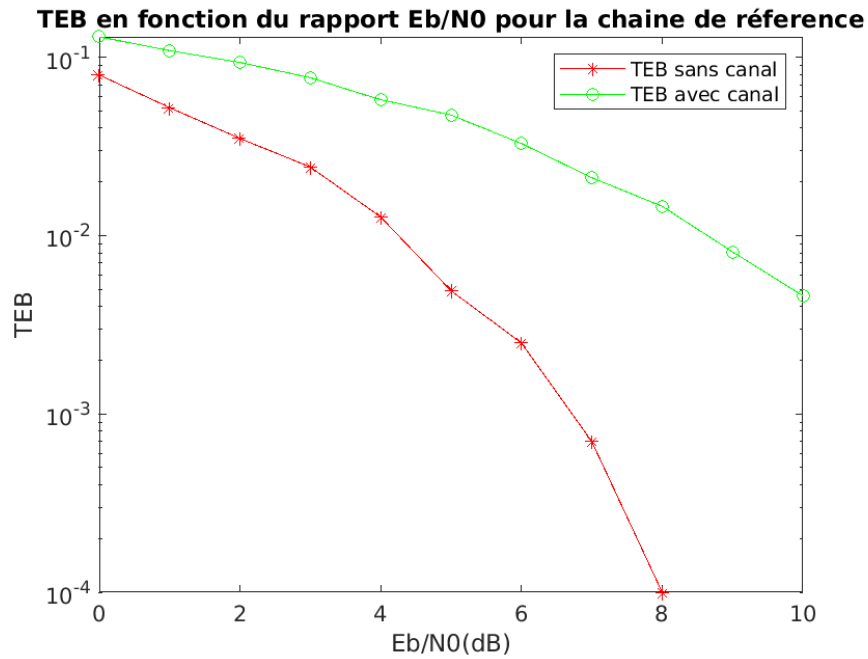


FIGURE 17 – TEB en fonction de E_b/N_0

On remarque ainsi que la chaîne de transmission sans canal est plus efficace en puissance que celle implantée avec canal. Vu que le TEB de la chaîne sans canal s'annule bien pour une valeur de $E_b/N_0=8$, contrairement à celle implantée avec canal qui aura besoin d'une valeur de rapport signal à bruit deux fois plus grande pour que son TEB puisse s'annuler.

3 Egalisation ZFE

Non traitée

4 Egalisation MMSE

Non traitée

5 Références

Cours de Nathalie Thomas