



Etude des chaînes de transmission en bande de base

Oussakel Rachida et Hallopeau Rémi

Département Sciences du Numérique - Première année
2021 - 2022

Table des matières

1	Introduction	4
2	Étude de modulateurs bande de base	4
2.1	Introduction	4
2.2	Modulateurs à étudier et comparer	4
2.3	Étude réalisée	4
2.3.1	Modulateur 1	4
2.3.2	Modulateur 2	5
2.3.3	Modulateur 3	6
2.3.4	Comparaison des modulateurs implantés en termes d'efficacité spectrale	7
3	Étude des interférences entre symbole et du critère de Nyquist	8
3.1	Introduction	8
3.2	Étude sans canal de propagation	8
3.3	Étude avec canal de propagation sans bruit	12
4	Étude de l'impact du bruit, filtrage adapté, taux d'erreur binaire, efficacité en puissance	15
4.1	Introduction	15
4.2	Chaine de référence	15
4.3	Première chaîne à étudier, planter et comparer à la chaîne de référence	18
4.3.1	Implantation de la chaîne sans bruit	18
4.3.2	Implantation de la chaîne avec bruit	19
4.4	Deuxième chaîne à étudier, planter et comparer à la chaîne de référence	23
4.4.1	Implantation de la chaîne sans bruit	23
4.4.2	Implantation de la chaîne avec bruit	25
5	Conclusion	28
6	Références	28
7	Annexes éventuelles	28

Table des figures

1	Réponses impulsionsnelles du filtre d'émission.	5
2	Signal filtré généré par le premier modulateur.	5
3	Réponse impulsionsnelle utilisée par le filtre de mise en forme.	6
4	Signal filtré généré par le premier modulateur.	6
5	Réponse impulsionsnelle utilisée par le filtre de mise en forme.	7
6	Signal généré par le filtre à cos surélevé.	7
7	Signaux filtrés générés par chaque modulateur.	7
8	Superposition des trois densités spectrales.	8
9	Signal en sortie du filtre de réception.	9
10	Réponse impulsionsnelle globale de la chaîne de transmission.	9
11	Diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception.	10
12	Signal échantillonné en sortie du filtre de réception avec $n_0 = N_{S1}$	10
13	Signal échantillonné en sortie du filtre de réception avec $n_0 = 3$	11
14	Réponse impulsionsnelle globale de la chaîne de transmission.	12
15	Le tracé du diagramme de l'oeil à la sortie du filtre de réception.	12

16	Tracé de $ H(f)H_r(f) $ et $ H_c(f) $, où $H(f)$ est la réponse en fréquence du filtre de mise en forme, $H_r(f)$ la réponse en fréquence du filtre de réception et $H_c(f)$ la réponse en fréquence du filtre canal.	13
17	Réponse impulsionale globale de la chaîne de transmission.	13
18	Le tracé du diagramme de l'oeil à la sortie du filtre de réception.	14
19	Tracé de $ H(f)H_r(f) $ et $ H_c(f) $, où $H(f)$ est la réponse en fréquence du filtre de mise en forme, $H_r(f)$ la réponse en fréquence du filtre de réception et $H_c(f)$ la réponse en fréquence du filtre canal.	14
20	Diagramme de l'oeil 1	15
21	Diagramme de l'oeil 2	16
22	Diagramme de l'oeil 3	16
23	TEB obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels	17
24	TEB simulé et théorique de la chaîne étudiée	17
25	Réponses impulsionales des filtres d'émission et de réception.	18
26	Produit de convolution entre $h(t)$ et $h_r(t)$	18
27	Diagramme de l'oeil	19
28	Diagramme de l'oeil 1	20
29	Diagramme de l'oeil 2	20
30	Diagramme de l'oeil 3	21
31	Tracé du taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels	21
32	Tracés du TEB simulé et du TEB théorique de la chaîne étudiée	22
33	Comparaison de TEB de la 1ère chaîne à celui de la chaîne de référence	22
34	Efficacité en puissance des deux chaînes	23
35	Diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception	24
36	TES en fonction du rapport signal sur bruit	25
37	TES en fonction du rapport signal à bruit	26
38	TES simulé et TES théorique	26
39	TEB en fonction du rapport signal à bruit	27
40	TEB simulé et TEB théorique	27
41	TEB simulé et TEB de la chaîne de référence	28

1 Introduction

L'objectif du travail présenté dans ce rapport était d'étudier l'influence du mapping, du filtrage de mise en forme et du filtre de réception sur les caractéristiques d'une chaîne de transmission.

2 Étude de modulateurs bande de base

2.1 Introduction

Ce premier travail va être dédié à l'étude des modulateurs bande de base et, en particulier, à l'identification des éléments ayant un impact sur l'efficacité spectrale obtenue pour la transmission.

2.2 Modulateurs à étudier et comparer

Les modulateurs suivants ont été étudiés et comparés en termes d'efficacité spectrale :

- Modulateur 1 :
 - Mapping : symboles binaires à moyenne nulle.
 - Filtre de mise en forme : rectangulaire de durée $T_{s_1} = N_{s_1} T_e$ et de hauteur 1.
- Modulateur 2 :
 - Mapping : symboles 4-aires à moyenne nulle.
 - Filtre de mise en forme : rectangulaire de durée $T_{s_2} = N_{s_2} T_e$ et de hauteur 1.
- Modulateur 3 :
 - Mapping : symboles binaires à moyenne nulle.
 - Filtre de mise en forme : racine de cosinus surélevé.

2.3 Étude réalisée

Les modulateurs précédemment décrits ont été implantés sous Matlab avec une fréquence d'échantillonnage $F_e = 24000$ Hz pour transmettre un même débit binaire $R_b = \frac{1}{T_b} = 3000$ bits par seconde.

2.3.1 Modulateur 1

Le mapping effectué permet de passer de l'information binaire aux symboles a_k . Ce processus diffère selon les modulateurs à étudier et à planter. Pour le premier modulateur, on se base sur un mapping de symboles binaires à moyenne nulle.

La suite d'impulsions de Dirac, espacées de la durée symbole T_{S1} et pondérées par les symboles a_k issus du mapping.

Avec :

$$T_{S1} = N_{S1} * T_e = \frac{1}{R_b}$$

$T_e = 4.1667 * 10^{-5}$ s la période d'échantillonnage

$R_b = 3000$ le débit binaire

La réponse impulsionnelle, $h(t)$, du filtre de mise en forme pour la 1^{ere} chaîne de transmission à étudier et planter est :

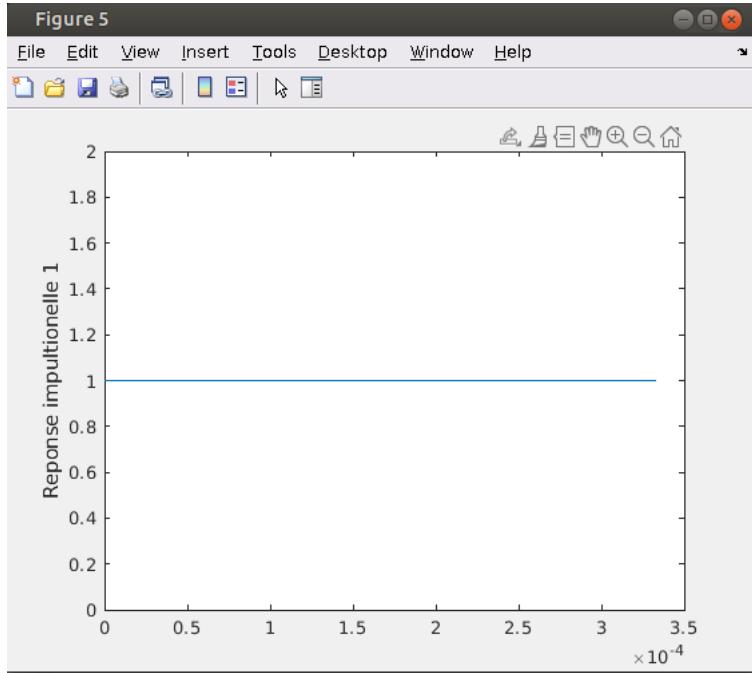


FIGURE 1 – Réponses impulsionales du filtre d'émission.

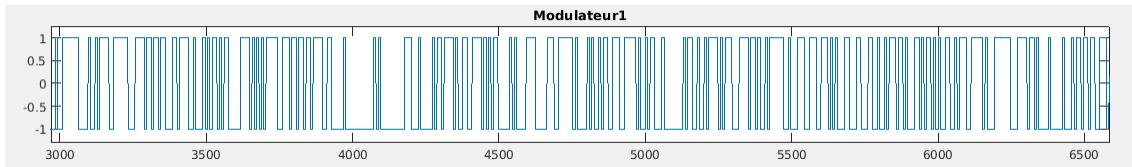


FIGURE 2 – Signal filtré généré par le premier modulateur.

2.3.2 Modulateur 2

Le mapping effectué permet de passer de l'information binaire aux symboles a_k . Pour le deuxième modulateur, on se base sur un mapping de symboles 4-aires à moyenne nulle.

La suite d'impulsions de Dirac, espacées de la durée symbole T_{S2} et pondérées par les symboles a_k issus du mapping.

Avec :

$$T_{S2} = N_{S2} * T_e = \frac{\log_2 4}{R_b}$$

$R_b = 3000$ le Débit binaire

$T_e = 4.1667 * 10^{-5}$ s la période d'échantillonnage

La réponse impulsionale, $h(t)$, du filtre de mise en forme pour la 2^e chaîne de transmission à étudier et planter est :

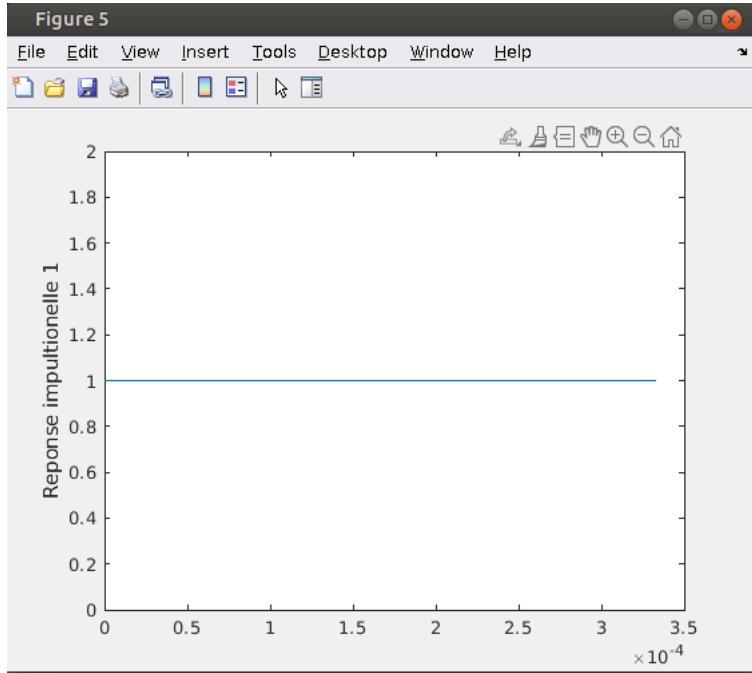


FIGURE 3 – Réponse impulsionnelle utilisée par le filtre de mise en forme.

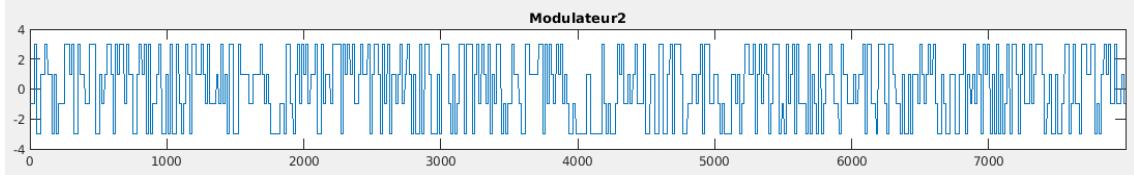


FIGURE 4 – Signal filtré généré par le premier modulateur.

2.3.3 Modulateur 3

Pour le troisième modulateur, on se base sur un mapping de symboles à moyenne nulle. La suite d'impulsions de Dirac, espacées de la durée symbole T_{S1} et pondérées par les symboles a_k issus du mapping.

Avec :

$$T_{S3} = T_{S1} = N_{S1} * T_e = \frac{\log_2 4}{R_b}$$

$R_b = 3000$ le Débit binaire

$T_e = 4.1667 * 10^{-5}$ s la période d'échantillonnage

Pour cette partie, le filtre de mise en forme pour la 3^{eme} chaîne de transmission est un filtre à racine de cosinus surélevé.

La réponse impulsionnelle, $h3(t)$, de ce filtre est :

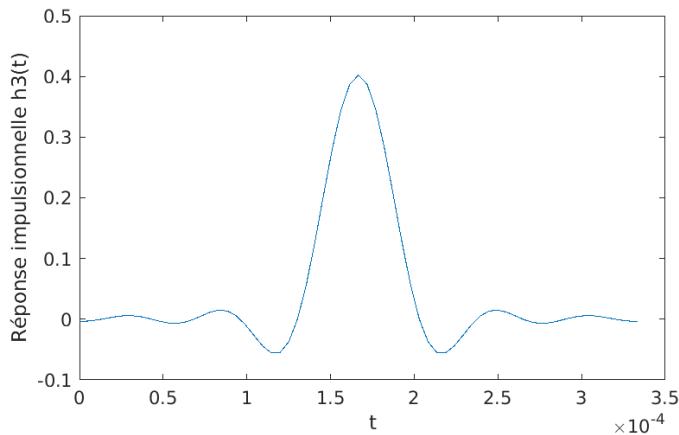


FIGURE 5 – Réponse impulsionnelle utilisée par le filtre de mise en forme.

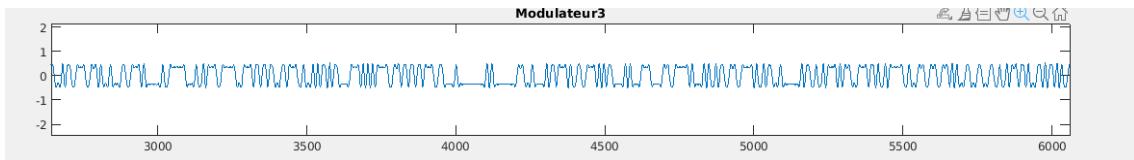


FIGURE 6 – Signal généré par le filtre à cos surélevé.

2.3.4 Comparaison des modulateurs implantés en termes d'efficacité spectrale

Pour évaluer les modulateurs en terme d'efficacité, nous étions amenés à tracer les densités spectrales du signal générées par chaque modulateur. Ce qui est visualisé sur la figure ci-dessus :

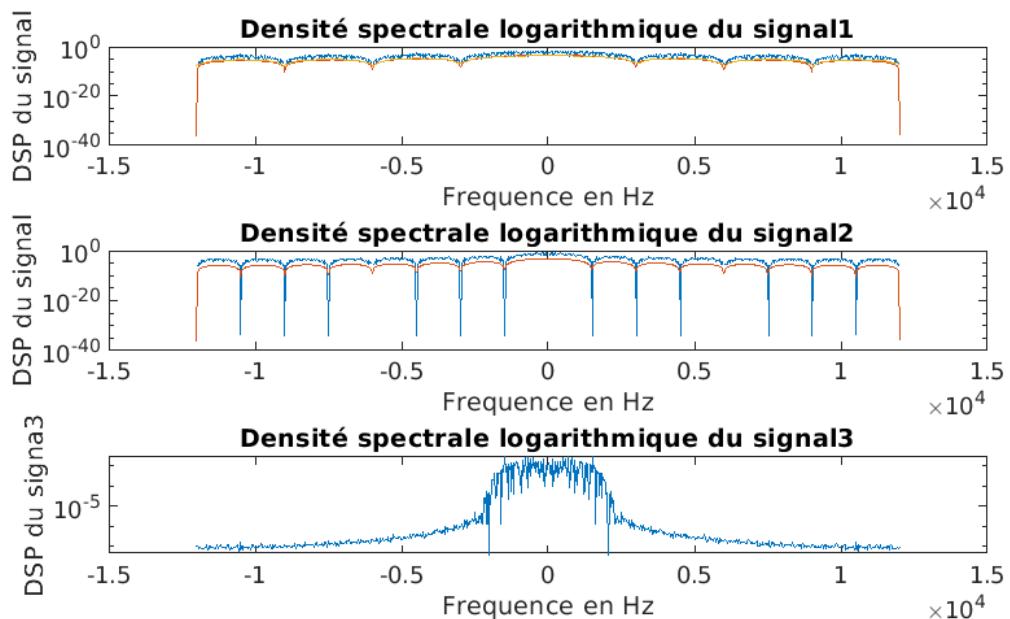


FIGURE 7 – Signaux filtrés générés par chaque modulateur.

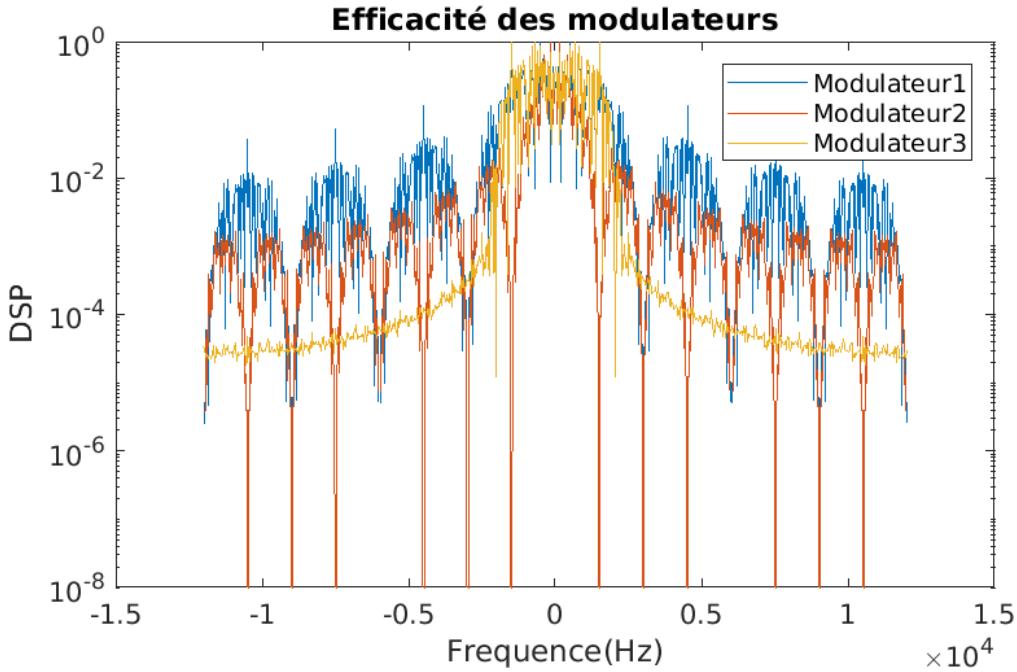


FIGURE 8 – Superposition des trois densités spectrales.

3 Étude des interférences entre symbole et du critère de Nyquist

3.1 Introduction

Cette partie va être dédié à l'étude des interférences entre symboles dans une chaîne de transmission et à l'intérêt d'y respecter le critère de Nyquist. La chaîne de transmission a été implantée avec une fréquence d'échantillonnage $F_e = 24000$ Hz pour transmettre un débit binaire $R_b = \frac{1}{T_b} = 3000$ bits par seconde. On a considéré un mapping binaire à moyenne nulle, un filtre de mise en forme et un filtre de réception de même réponse impulsionnelle rectangulaire de durée T_s et de hauteur 1.

3.2 Étude sans canal de propagation

Le signal $z(t+m*T_s) = a_m * g(T_s)$ avec g la réponse impulsionnelle trouvée, ce qui semble conforme avec la théorie.

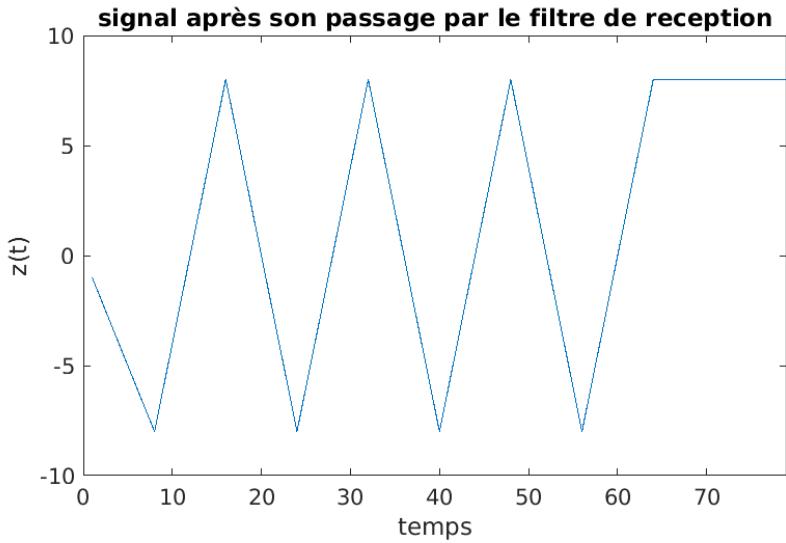


FIGURE 9 – Signal en sortie du filtre de réception.

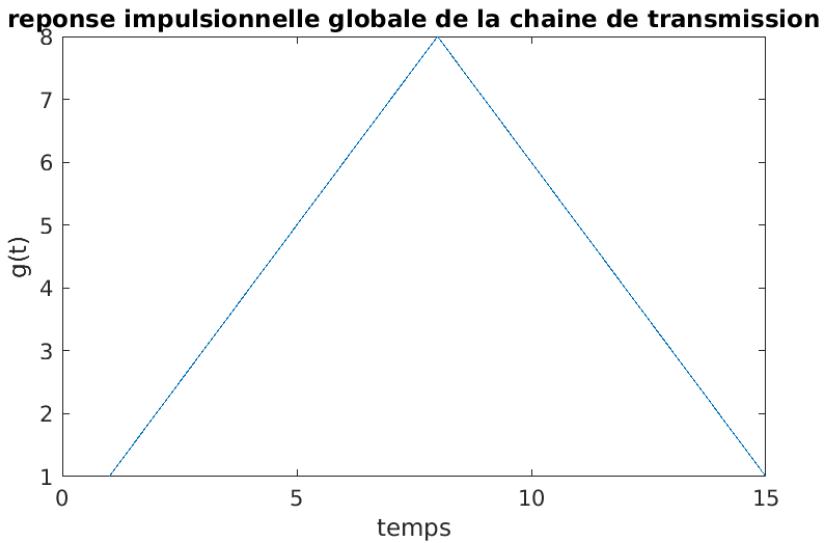


FIGURE 10 – Réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission.

On obtient une réponse impulsionnelle triangulaire pour le filtre de global de la chaîne de, ce qui est conforme avec le calcul d'un produit de convolution entre deux filtres de mise en forme rectangulaire.

De plus, pour $t_0 = T_s$, $g(t_0) = h(t_0)*h_r(t_0)$ qui est non nul. Or, $g(t_0 + k * T_s) = 0$ donc la chaîne de transmission peut vérifier le critère de Nyquist.

$n_0 = N_{S1}$ est l'instant optimal permettant d'échantillonner sans interférence entre symboles car $g(t)$ respecte le critère de Nyquist.

En effet $g(t)$ non nul en n_0 et $g(n_0 + k * N_{S1}) = 0$ pour tout $k \neq 0$.

On retrouve le résultat $n_0 = N_{S1}$ car à l'échantillon N_{S1} l'information binaire ne prend que 2 valeurs contrairement aux autres instants.

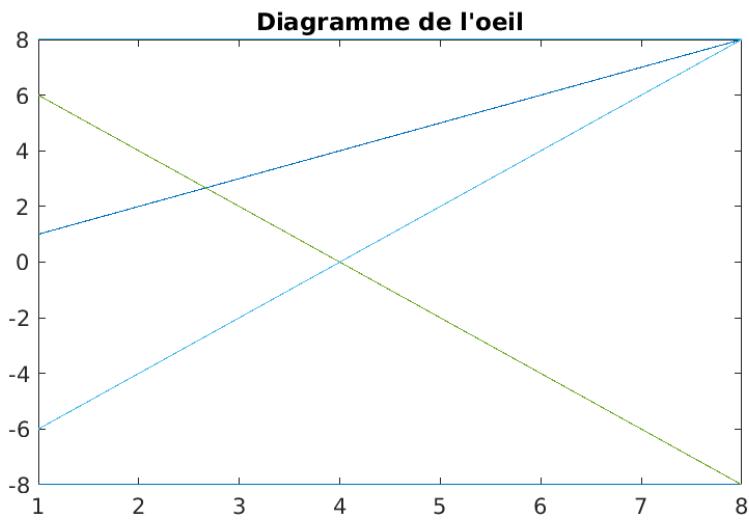


FIGURE 11 – Diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception.

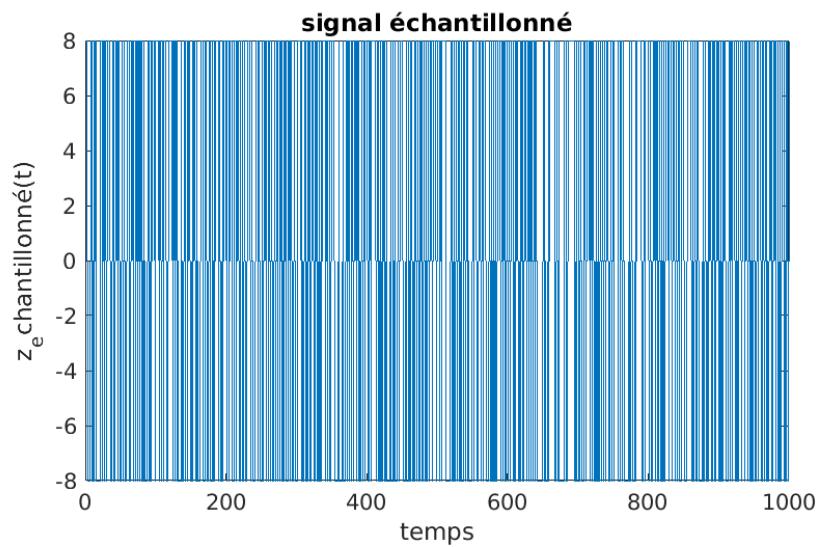


FIGURE 12 – Signal échantillonné en sortie du filtre de réception avec $n_0 = N_{S1}$.

On obtient bien un taux d'erreur binaire nul avec $n_0 = N_{S1}$ le n_0 optimal déterminé.

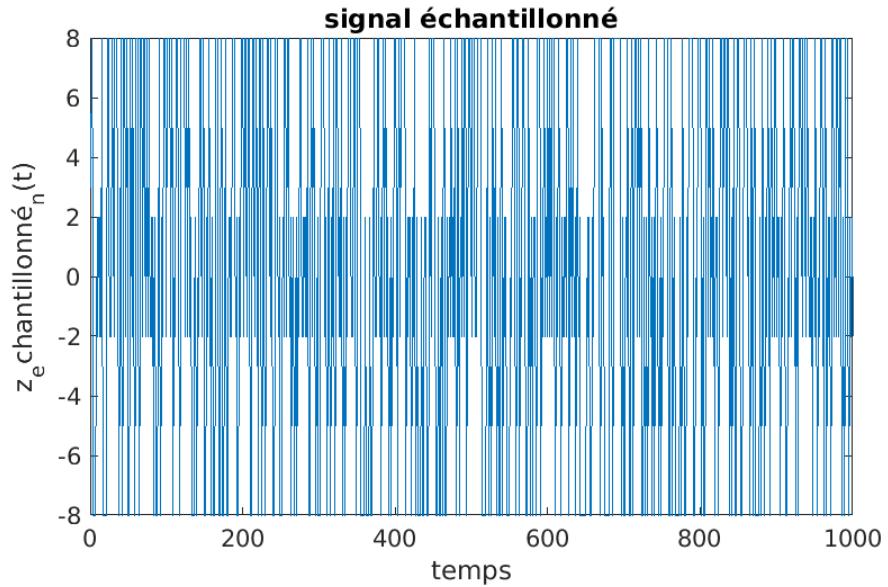


FIGURE 13 – Signal échantillonné en sortie du filtre de réception avec $n_0 = 3$.

Pour $n_0 = 3$, on obtient un taux d'erreur binaire valant environ 0,5. En effet le diagramme de l'oeil nous montre qu'à chaque valeur de la chaîne transmise correspond 5 valeurs équiprobales, ainsi au niveau de la décision les valeurs qui sont proches de 0 peuvent être mal décidées.

3.3 Étude avec canal de propagation sans bruit

On ajoute à la chaîne précédente un canal de propagation à bande limitée BW mais qui n'introduit pas de bruit, en considérant un échantillonnage aux instants optimaux.

1. Pour $BW = 8000$ Hz :

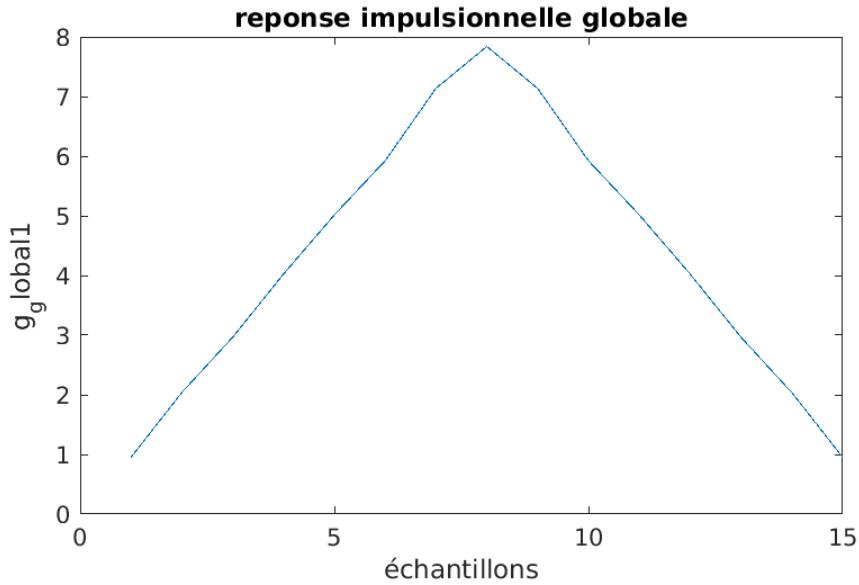


FIGURE 14 – Réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission.

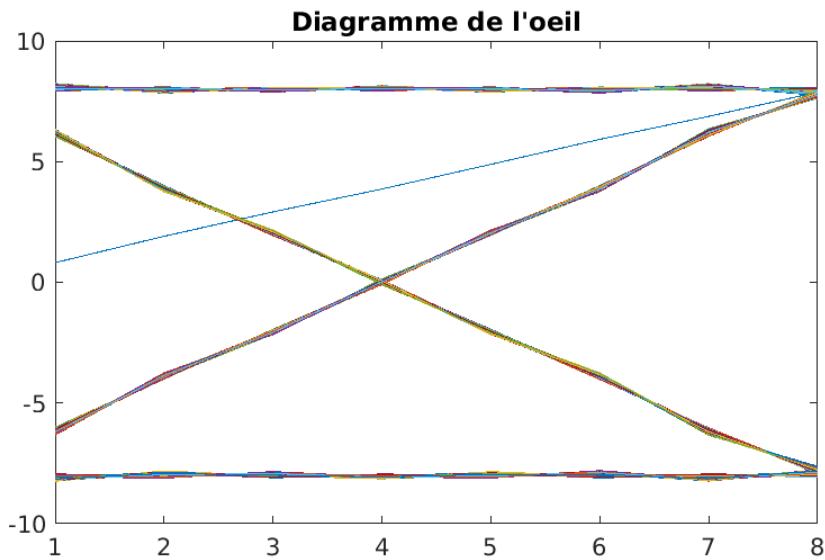


FIGURE 15 – Le tracé du diagramme de l'oeil à la sortie du filtre de réception.

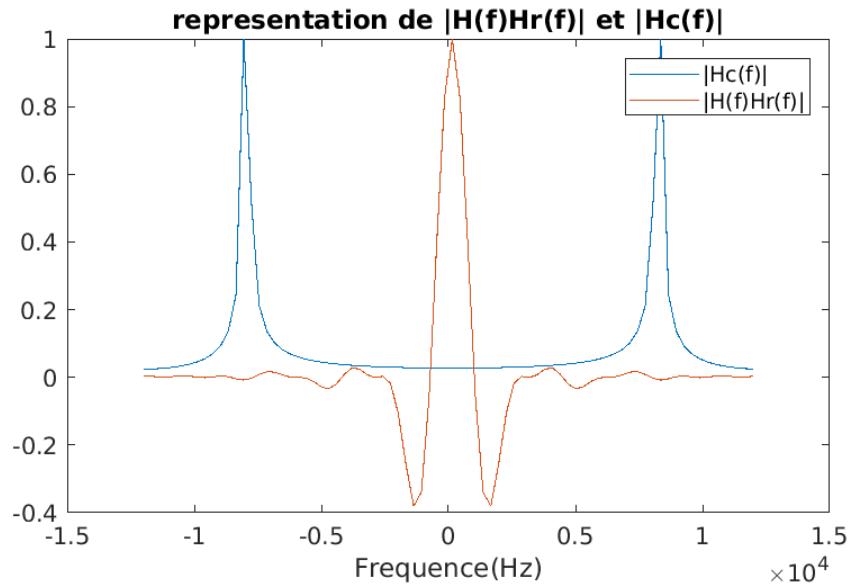


FIGURE 16 – Tracé de $|H(f)H_r(f)|$ et $|H_c(f)|$, où $H(f)$ est la réponse en fréquence du filtre de mise en forme, $H_r(f)$ la réponse en fréquence du filtre de réception et $H_c(f)$ la réponse en fréquence du filtre canal.

Le TEB en présence de ce canal vaut 0. En effet, en observant les tracées précédents, on remarque que le diagramme de l'oeil ne comporte que 2 valeurs pour une valeur d'échantillonnage de 8, ce qui est attendu.

2. Pour $BW = 1000$ Hz :

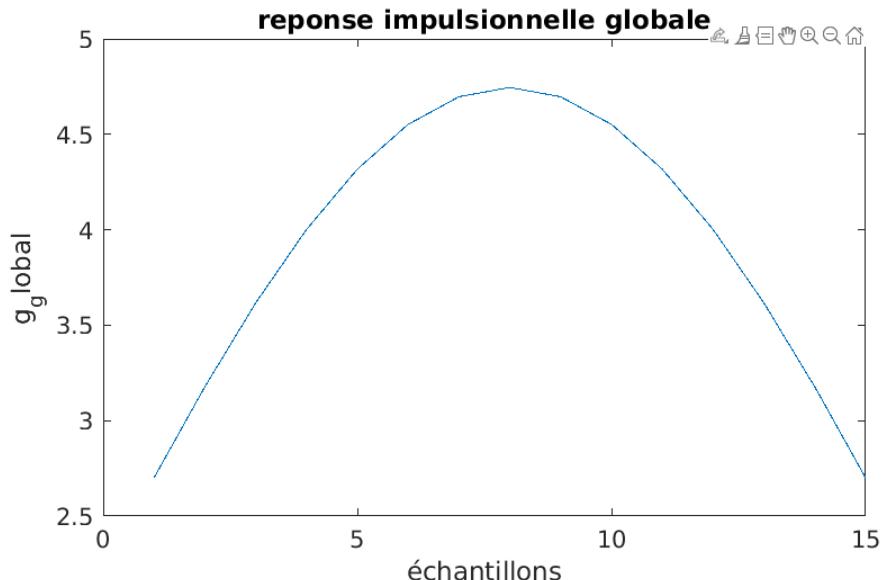


FIGURE 17 – Réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission.

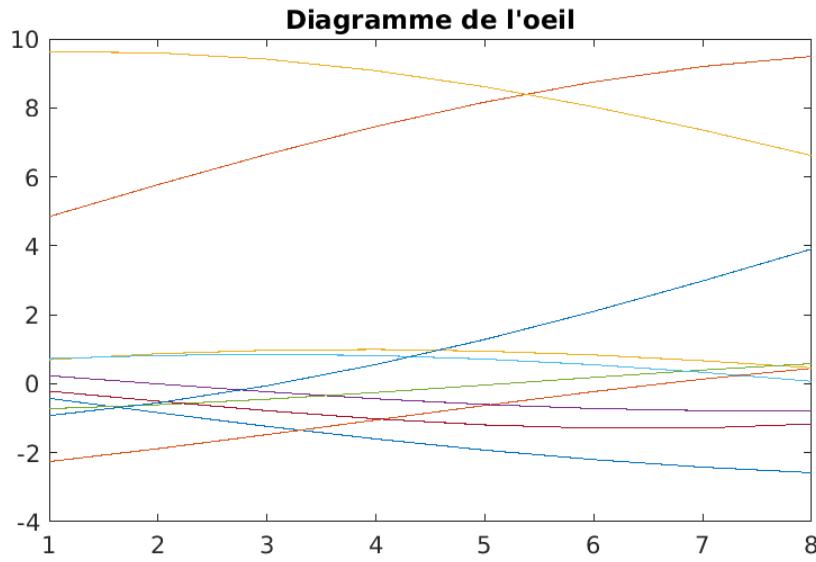


FIGURE 18 – Le tracé du diagramme de l'oeil à la sortie du filtre de réception.

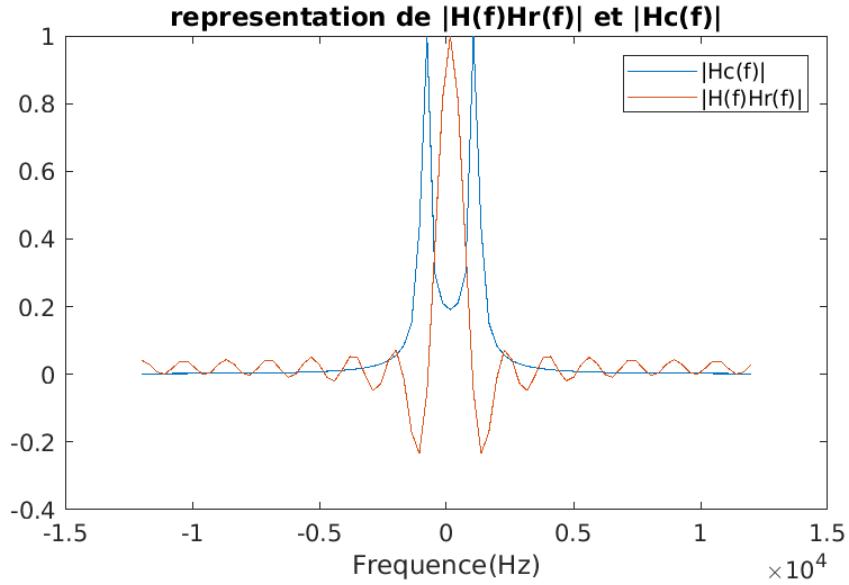


FIGURE 19 – Tracé de $|H(f)H_r(f)|$ et $|H_c(f)|$, où $H(f)$ est la réponse en fréquence du filtre de mise en forme, $H_r(f)$ la réponse en fréquence du filtre de réception et $H_c(f)$ la réponse en fréquence du filtre canal.

Pour BW=1000 Hz, la bande est plus limitée et donc assez serrée, ainsi, toute l'information ne peut pas passer. On remarque donc une perte d'information et un TEB plus élevé (TEB > 0,1) et ce résultat est cohérent avec le diagramme de l'oeil obtenu.

4 Étude de l'impact du bruit, filtrage adapté, taux d'erreur binaire, efficacité en puissance

4.1 Introduction

Cette dernière partie est dédiée à l'étude du bruit dans la chaîne de transmission numérique : impact du bruit introduit par le canal sur la transmission, influence du filtrage adapté, calcul et estimation du taux d'erreur binaire (TEB). Pour cela, nous avons implanté sous Matlab différentes chaînes de transmission afin de les analyser et de les comparer en nous focalisant, cette fois, sur leur efficacité en puissance.

4.2 Chaîne de référence

Fréquence d'échantillonnage $F_e = 24000$ Hz, débit binaire $R_b = 3000$ bits par seconde, mapping binaire à moyenne nulle, réponses impulsionnelles des filtres de mise en forme et de réception, h et h_r , rectangulaires de durée T_s et de hauteur 1, échantillonnage aux instants $n_0 + mN_s$ optimaux, détecteur à seuil, avec seuil en 0, pour prendre les décisions sur les symboles et demapping adapté au mapping réalisé.

Voici 3 tracés du diagramme de l'oeil pour trois valeurs de E_b/N_0 différentes :

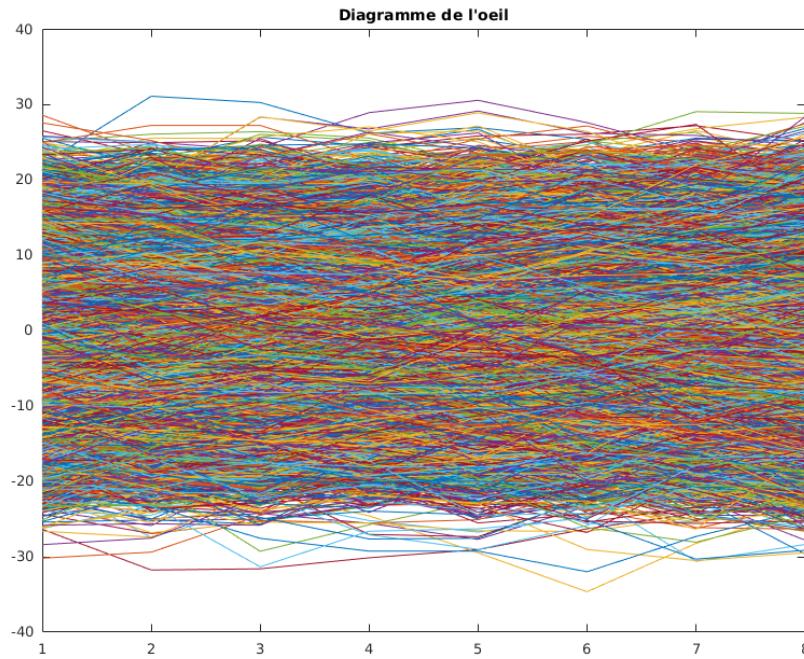


FIGURE 20 – Diagramme de l'œil 1

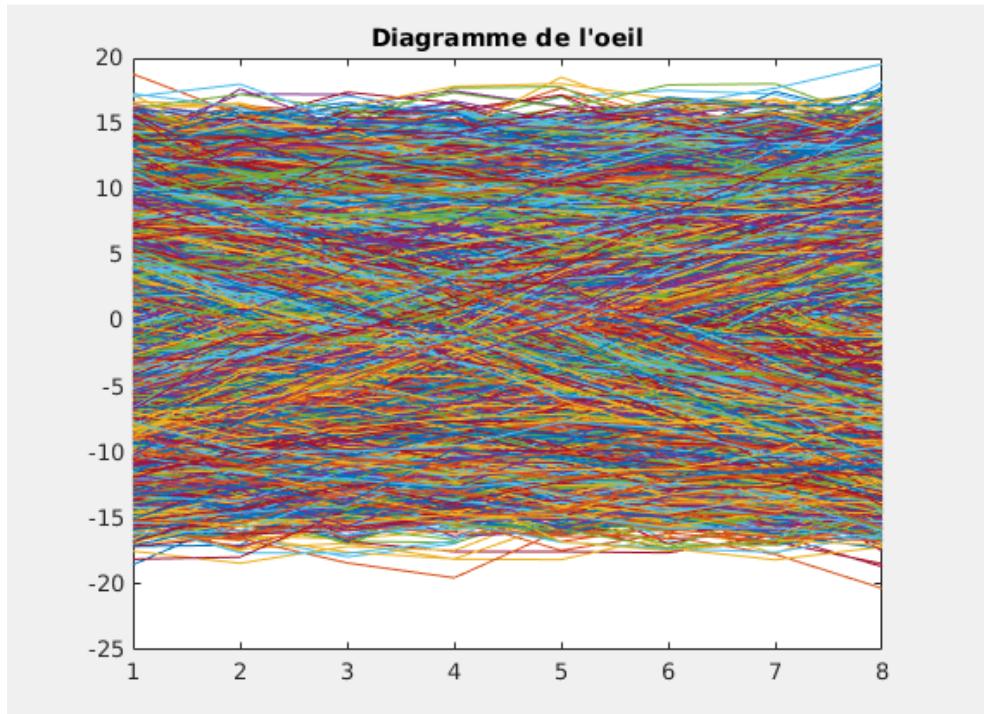


FIGURE 21 – Diagramme de l'oeil 2

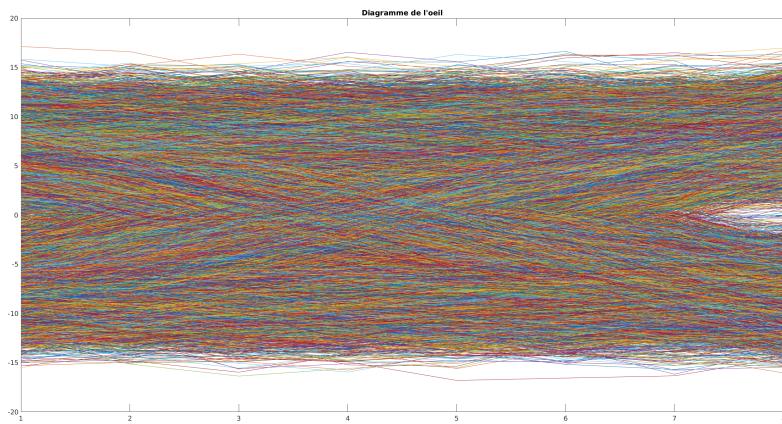


FIGURE 22 – Diagramme de l'oeil 3

On remarque que la présence du bruit vient brouiller le diagramme de l'oeil, le rendant très imprécis.

La figure montre que le TEB décroît en fonction de $\frac{E_b}{N_0}$, ce qui est prévisible car plus le rapport signal sur bruit est grand, moins on a de chances d'avoir des bits erronés.

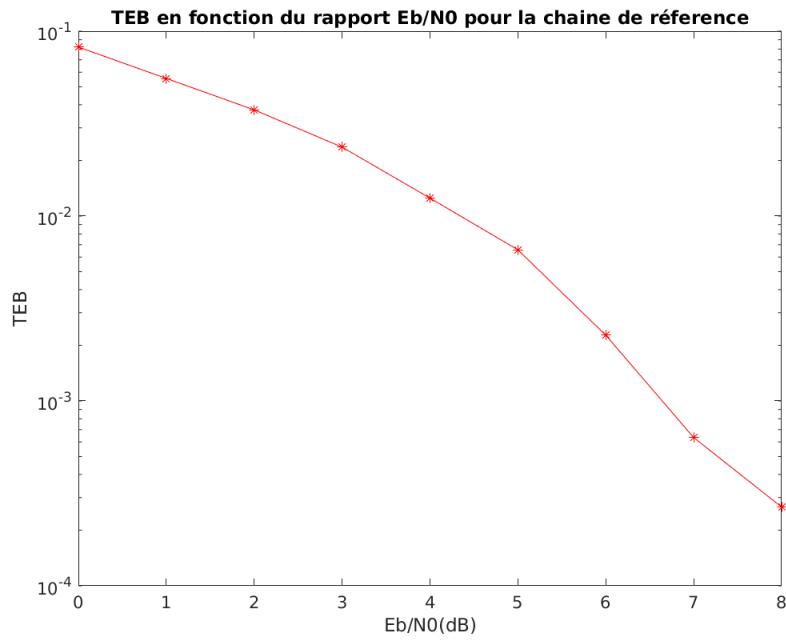


FIGURE 23 – TEB obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels

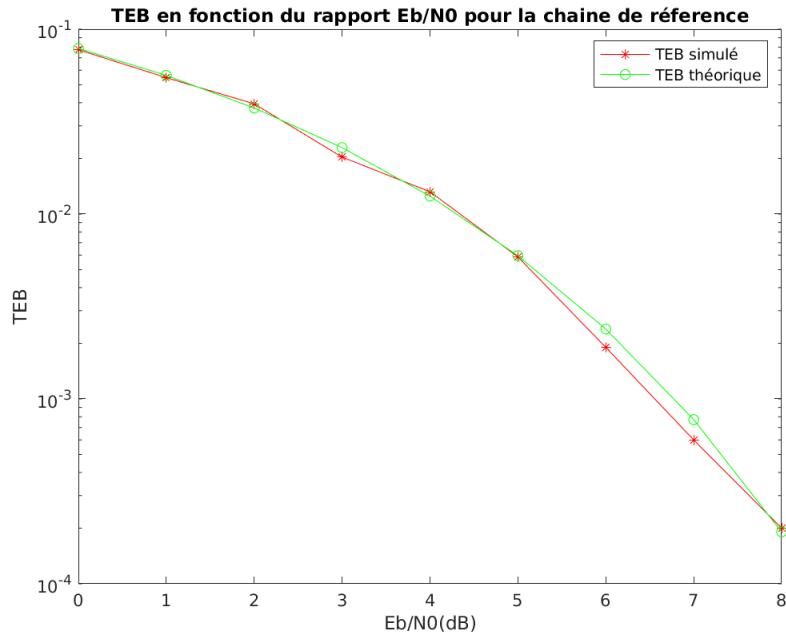


FIGURE 24 – TEB simulé et théorique de la chaîne étudiée

Le TEB de la chaîne de référence et le TEB théorique coincident, ceci valide le bon fonctionnement de notre chaîne de transmission.

4.3 Première chaîne à étudier, planter et comparer à la chaîne de référence

Fréquence d'échantillonnage $F_e = 24000$ Hz, débit binaire $R_b = 3000$ bits par seconde, mapping binaire à moyenne nulle, réponses impulsionales des filtres de mise en forme et de réception, h et h_r , données par la figure 25.

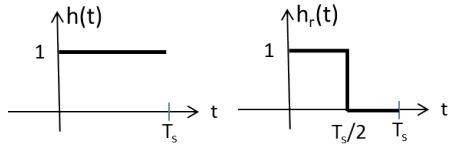


FIGURE 25 – Réponses impulsionales des filtres d'émission et de réception.

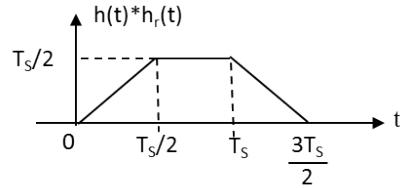


FIGURE 26 – Produit de convolution entre $h(t)$ et $h_r(t)$.

4.3.1 Implantation de la chaîne sans bruit

D'après ce diagramme de l'oeil, on peut dire que les instants optimaux d'échantillonnage se situent à une valeur du facteur d'échantillonnage de 4, car il n'y a deux valeurs possibles. Ce diagramme de l'oeil semble conforme à ce qui est attendu en théorie car on réalise un mapping binaire, avec uniquement deux valeurs (0 et 1).

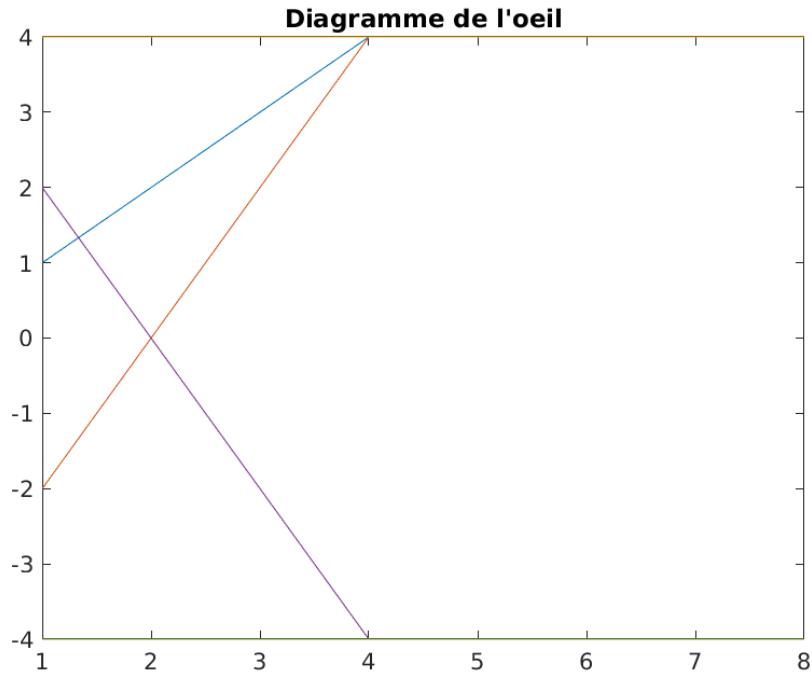


FIGURE 27 – Diagramme de l'oeil

4.3.2 Implantation de la chaine avec bruit

Voici 3 tracés du diagramme de l'oeil pour trois valeurs de E_b/N_0 différentes :

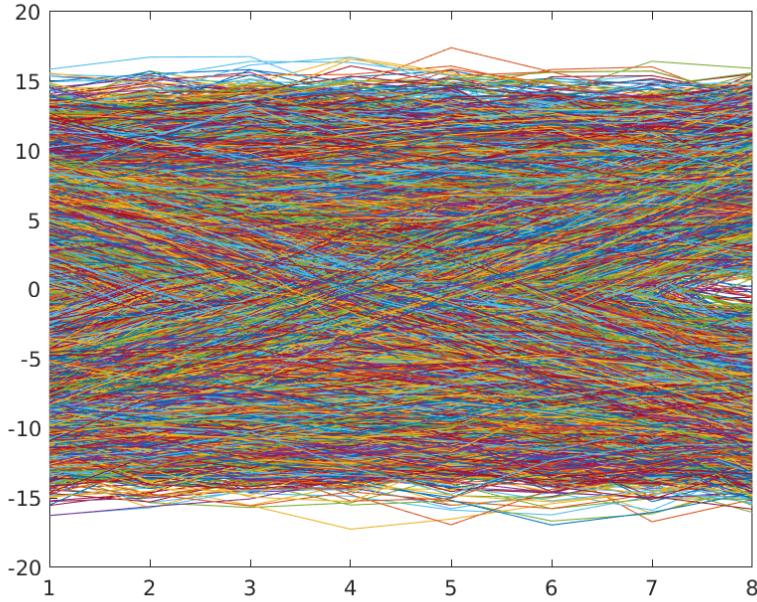


FIGURE 28 – Diagramme de l'oeil 1

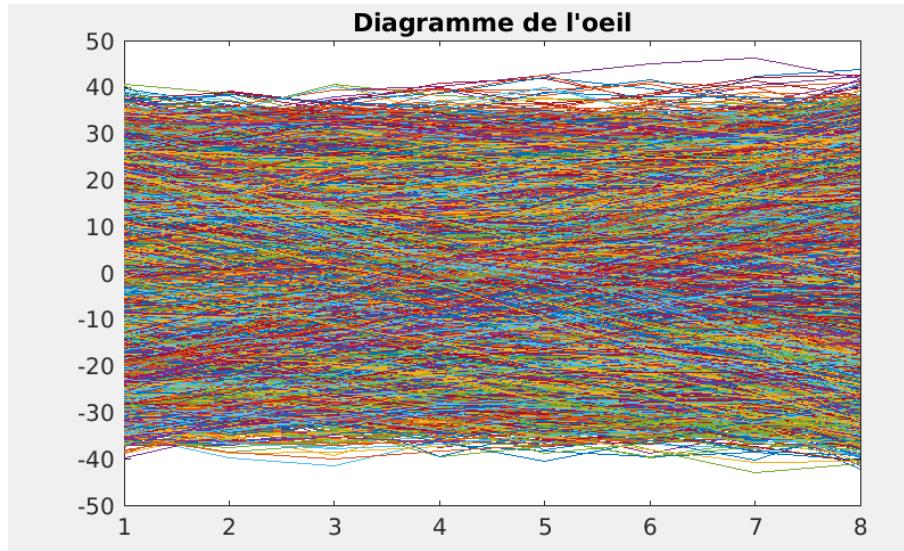


FIGURE 29 – Diagramme de l'oeil 2

La figure montre que le TEB décroît en fonction de $\frac{E_b}{N_0}$, ce qui est prévisible car plus le rapport signal sur bruit est grand, moins on a de chances d'avoir des bits erronés.

Le TEB théorique a pour expression :

$$TEB = \frac{3}{4}Q\left(\sqrt{\frac{4}{5}\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

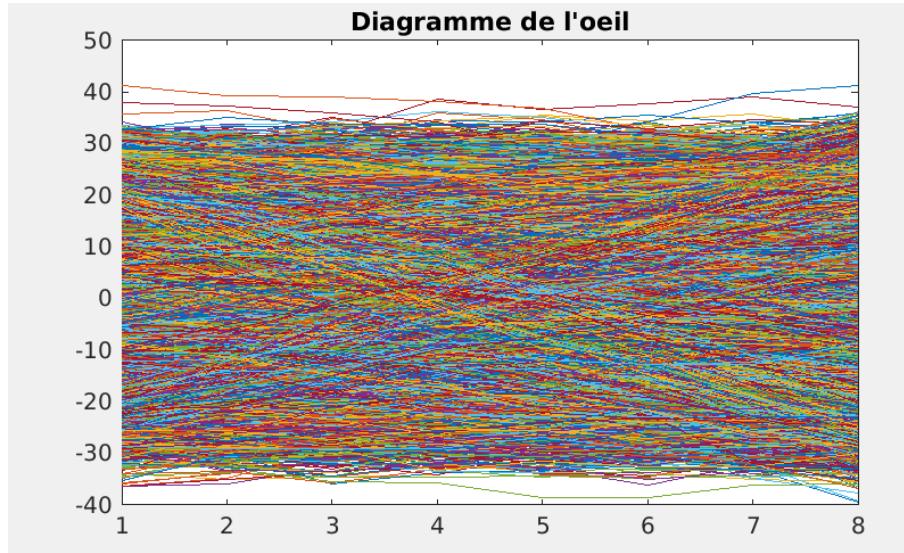


FIGURE 30 – Diagramme de l'oeil 3

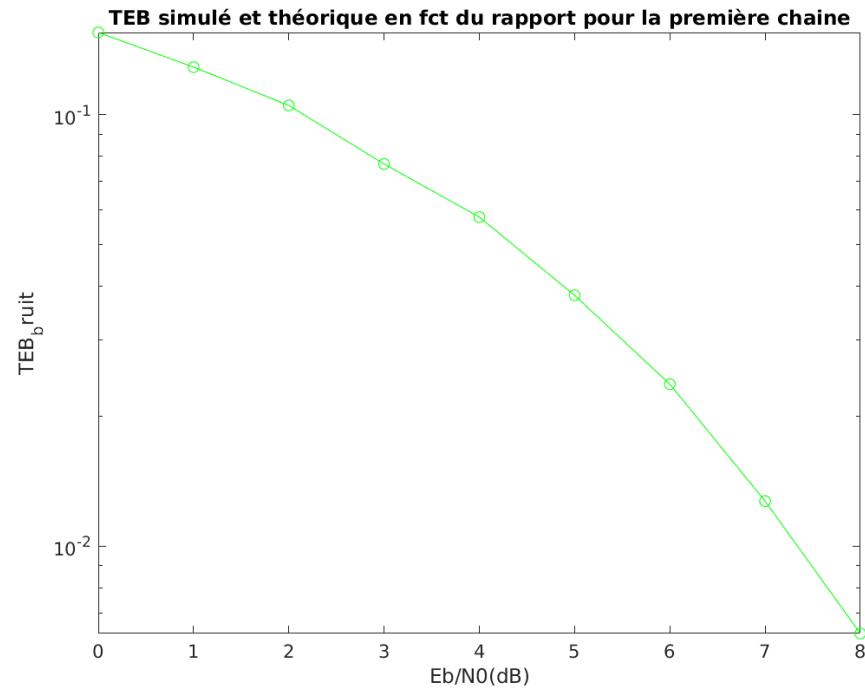


FIGURE 31 – Tracé du taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels

Le TEB de la première chaîne et le TEB théorique coincident, ceci valide le bon fonctionnement de notre chaîne de transmission.

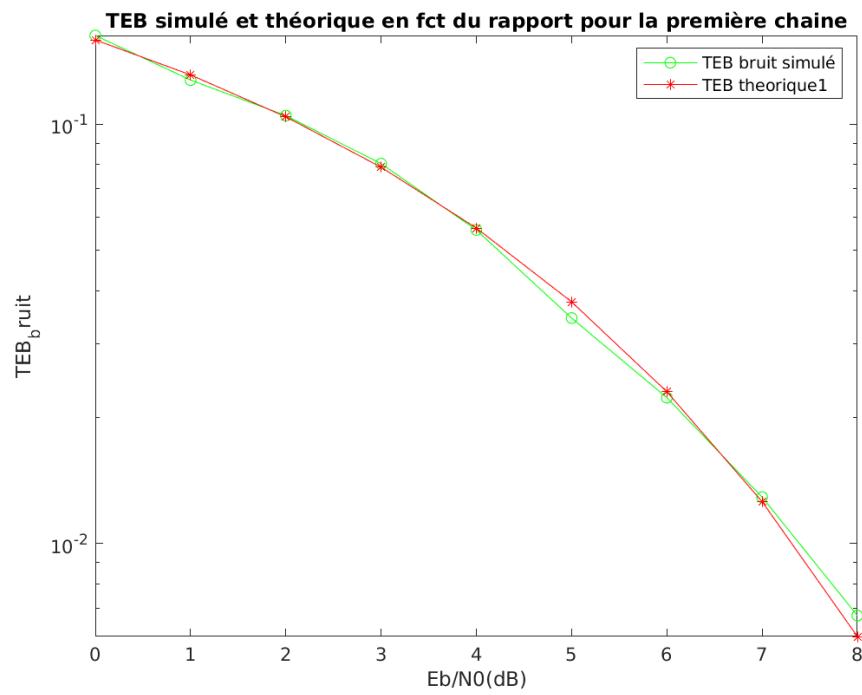


FIGURE 32 – Tracés du TEB simulé et du TEB théorique de la chaîne étudiée

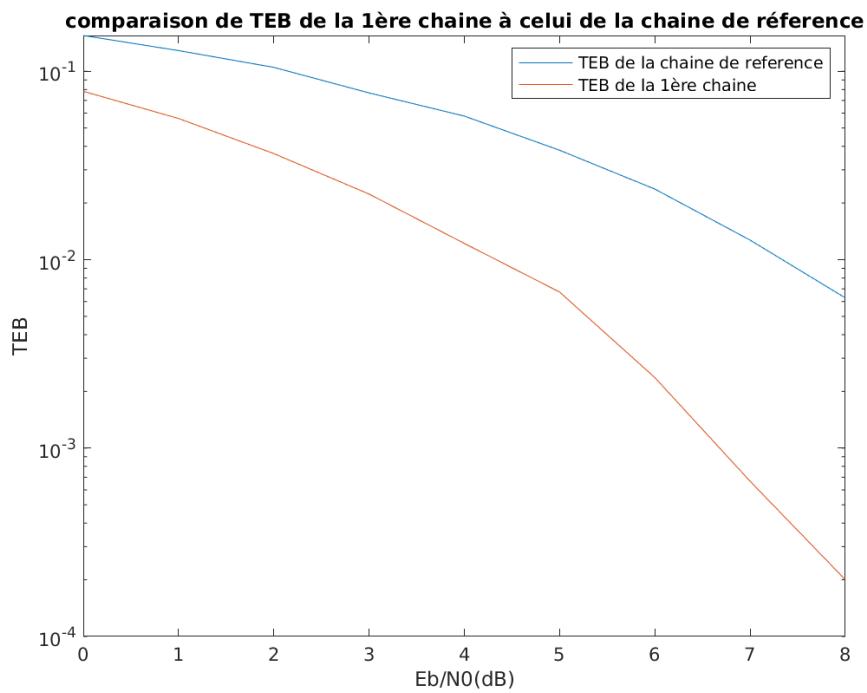


FIGURE 33 – Comparaison de TEB de la 1ère chaîne à celui de la chaîne de référence

On peut remarquer une différence entre les deux valeurs des TEB, le TEB de la première chaîne est toujours inférieur au TEB de la chaîne de référence. La première chaîne est donc plus efficace que la chaîne de référence. En effet, la chaîne de référence est perturbée par un bruit.

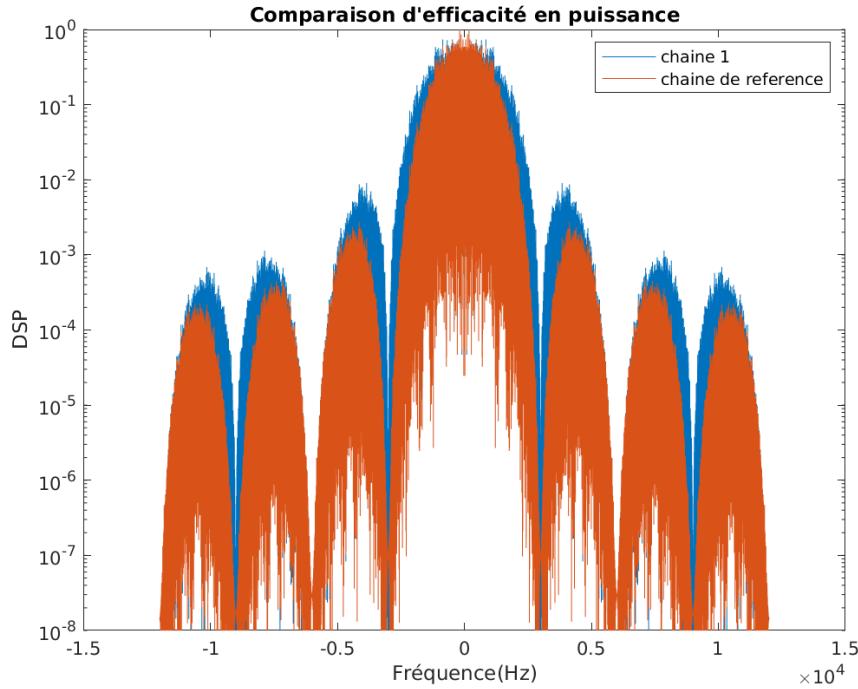


FIGURE 34 – Efficacité en puissance des deux chaînes

Pour comparer l'efficacité spectrale des deux chaînes étudiées, nous avons tracés les densités spectrales des signaux transmis avec le même débit binaire. On remarque ainsi que la bande occupée par la première chaîne est plus serrée que celle de la chaîne de référence. De plus, l'amplitude du lobe principal et des lobes secondaires est bien plus importante pour la première chaîne. La première chaîne est donc plus efficace que la chaîne de référence.

4.4 Deuxième chaîne à étudier, planter et comparer à la chaîne de référence

Fréquence d'échantillonnage $F_e = 24000$ Hz, débit binaire $R_b = 3000$ bits par seconde, mapping 4-aires à moyenne nulle, réponses impulsionales des filtres de mise en forme et de réception, h et h_r , rectangulaires, de hauteur 1 et de durée T_s .

4.4.1 Implantation de la chaîne sans bruit

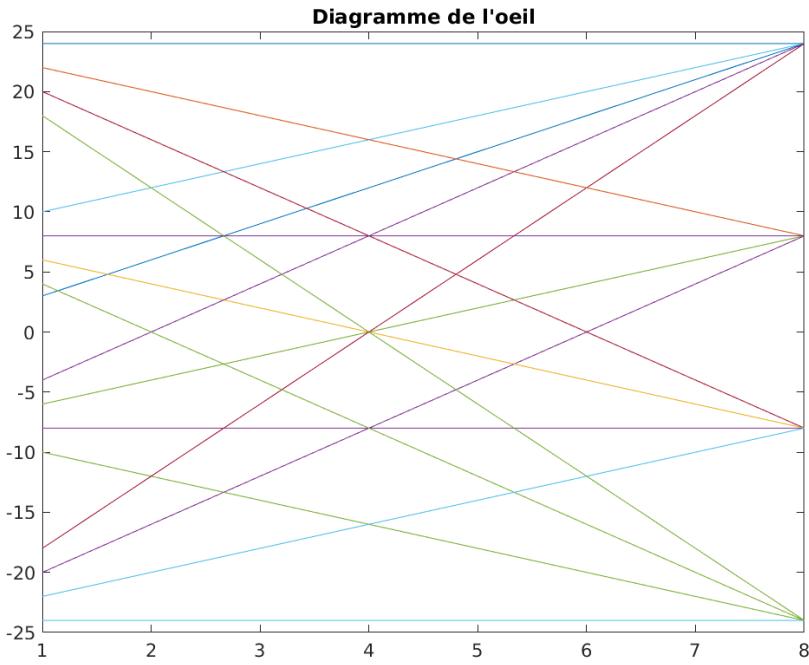


FIGURE 35 – Diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception

D'après ce diagramme de l'oeil, on peut dire que les instants optimaux d'échantillonnage se situent à une valeur du facteur d'échantillonnage de 8, car il a quatre valeurs possibles.

Ce diagramme de l'oeil semble conforme à ce qui est attendu en théorie car on réalise un mapping 4-aires, avec donc quatre valeurs.

La figure montre que le TES décroît en fonction de $\frac{E_b}{N_0}$, ce qui est prévisible car plus le rapport signal sur bruit est grand, moins on a de chances d'avoir des bits erronés. De plus, pour un instant optimal d'échantillonage valant 8, on retrouve bien un TEB nul.

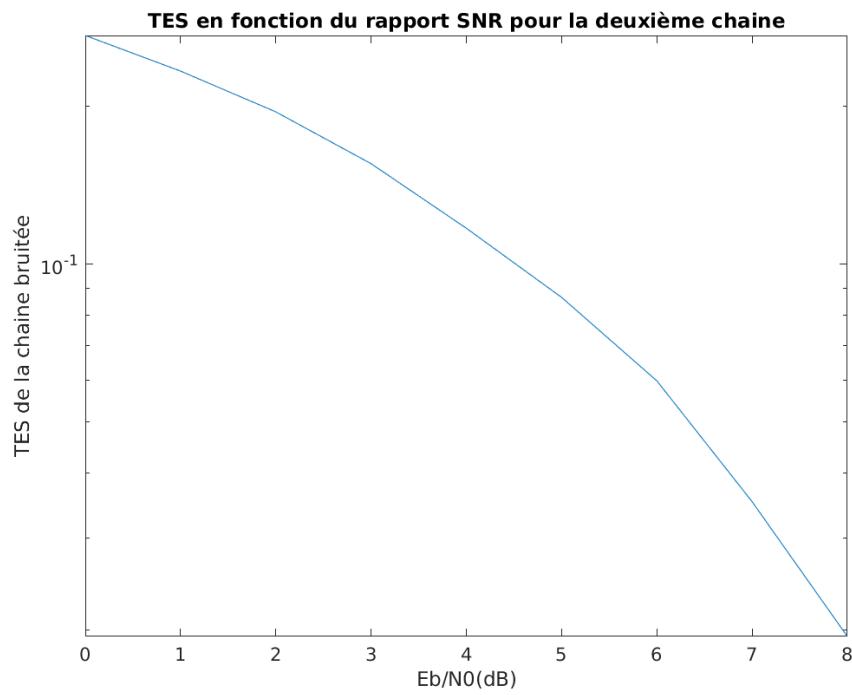


FIGURE 36 – TES en fonction du rapport signal sur bruit

4.4.2 Implantation de la chaîne avec bruit

La figure montre que le TES décroît en fonction de $\frac{E_b}{N_0}$, ce qui est prévisible car plus le rapport signal sur bruit est grand, moins on a de chances d'avoir des bits erronés.

Le TES de la deuxième et le TES théorique coincident, ceci valide le bon fonctionnement de notre chaîne de transmission.

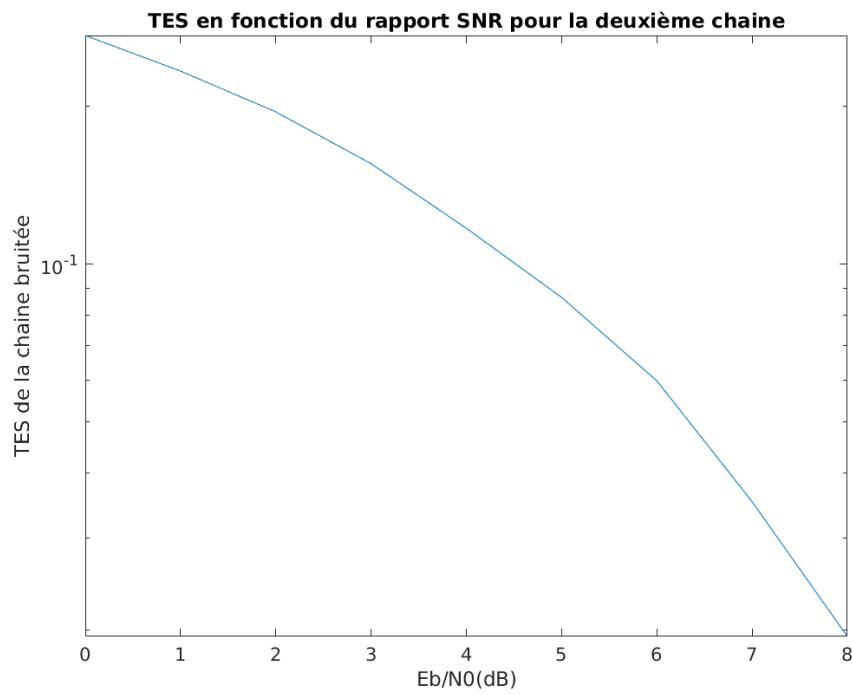


FIGURE 37 – TES en fonction du rapport signal à bruit

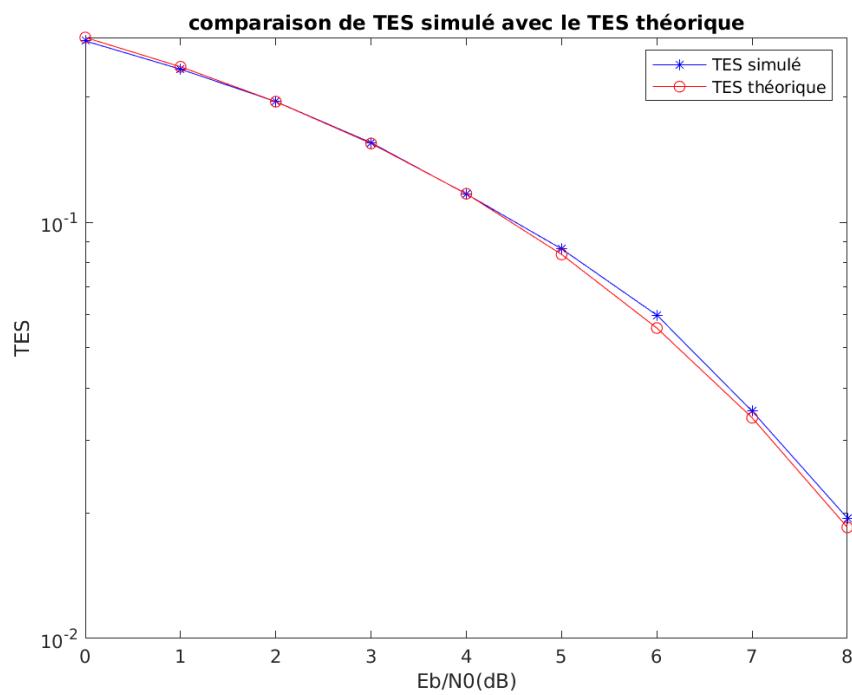


FIGURE 38 – TES simulé et TES théorique

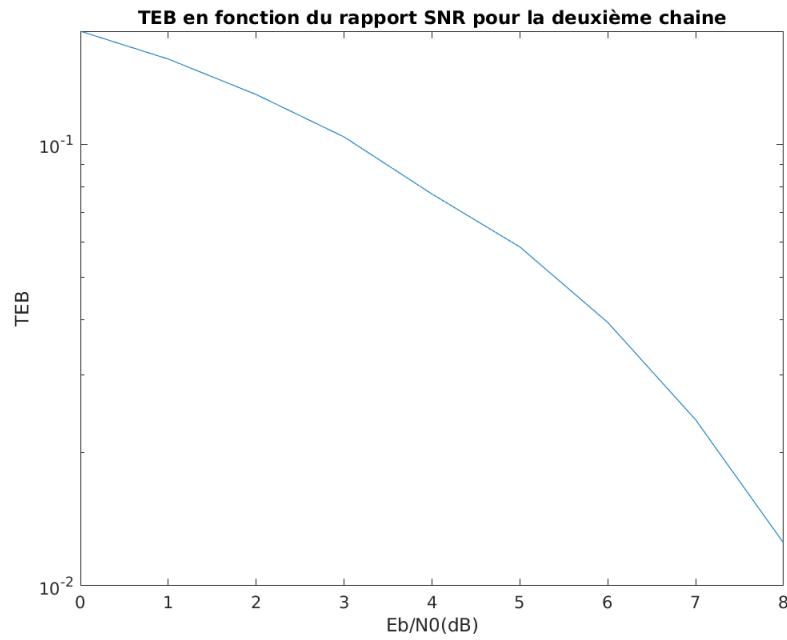


FIGURE 39 – TEB en fonction du rapport signal à bruit

La figure montre que le TEB décroît en fonction de $\frac{E_b}{N_0}$, ce qui est prévisible car plus le rapport signal sur bruit est grand, moins on a de chances d'avoir des bits erronés.

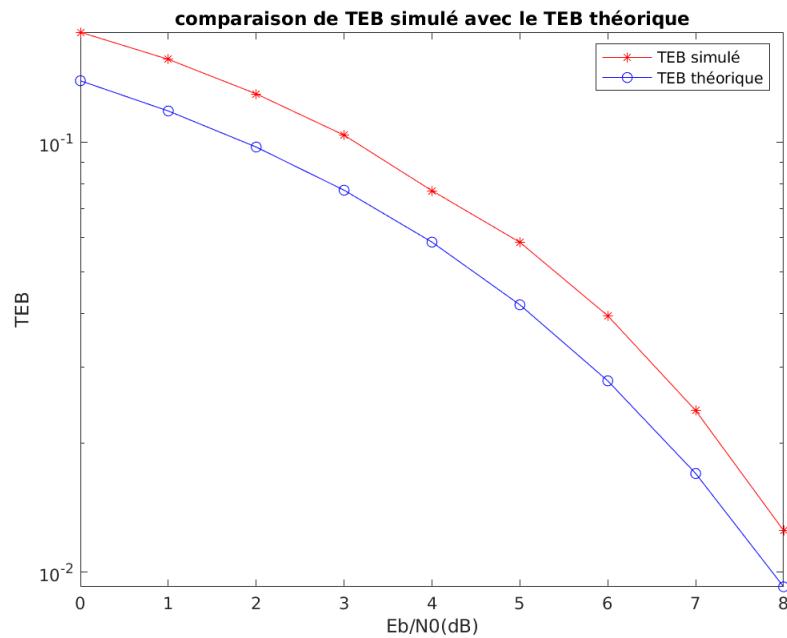


FIGURE 40 – TEB simulé et TEB théorique

On remarque que le TEB théorique est toujours inférieur au TEB simulé. En effet, le mapping 4-aires introduit d'avantage de bits, rendant la deuxième chaîne moins efficace que la chaîne du TEB théorique.

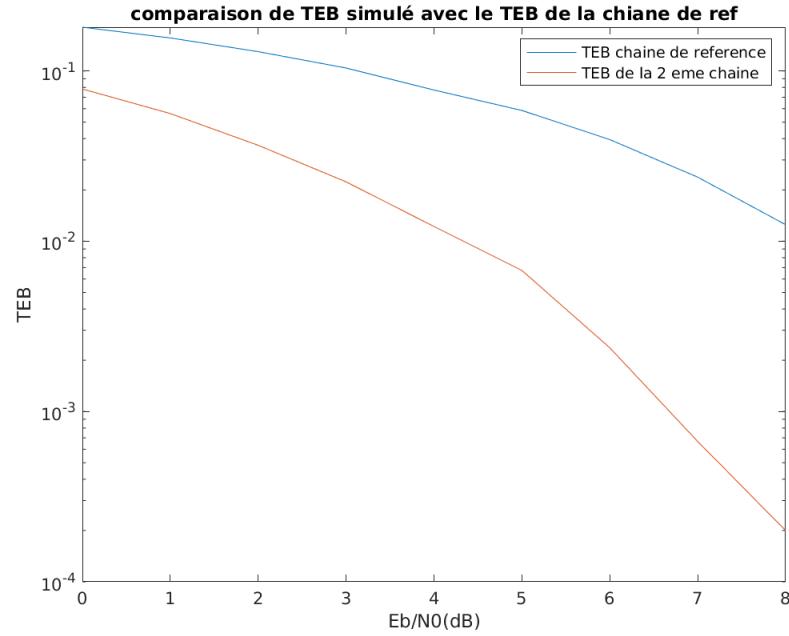


FIGURE 41 – TEB simulé et TEB de la chaîne de référence

Le TEB de la deuxième chaîne s'annule pour un rapport signal sur bruit faible par rapport à la chaîne de référence donc la deuxième chaîne est plus performante que la chaîne de référence. En effet, pour atteindre un TEB qui est égal au TEB de la deuxième chaîne il faudrait fournir un signal 3 fois plus puissant.

5 Conclusion

A compléter

6 Références

Cours de Nathalie Thomas

7 Annexes éventuelles